





# Modèles Moteur ...

 ${\bf R\'{e}acteurs~double~flux~civils}$  et r\'{eacteurs militaires à faible taux de dilution avec PC



Fig. 1 – Réacteur d'un A320-211. Photo : Manfred Biel

**Thèse :** Pour une approche analytique de la Dynamique du Vol.

Volume: 1

Directeur de thèse : Jean-Luc Boiffier.

Doctorante: Élodie Roux.

**Date**: 2002

# INSA de Rouen

Institut National des Sciences Appliquées

## Département mécanique

Site du Madrillet :

Avenue de l'Université

76801 Saint Étienne du Rouvray Cedex

Tél: +33 (0)2 32 95 97 00 Fax: +33 (0)2 32 95 97 10 http://www.insa-rouen.fr

# Onéra Cert

Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales

Département Commande des Systèmes et Dynamique du vol : DCSD BP 4025

BP 4025

2, Avenue Édouard Belin 31055 Toulouse Cedex 4

 $\begin{array}{l} {\rm T\'el}: +33\ (0)5\ 62\ 25\ 25\ 61 \\ {\rm Fax}: +33\ (0)5\ 62\ 25\ 25\ 64 \\ \textit{http://www.onera.fr} \end{array}$ 

# SupAéro

École Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace BP 54032

10, Avenue Édouard Belin31055 Toulouse Cedex

 $T\'{e}l: +33~(0)5~62~17~80~80 \ http://www.supaero.fr$ 

## Directeur de thèse :

 $\it Jean\text{-}Luc$  Boiffier

SupAéro: 10, Avenue Édouard Belin

BP 54032

31055 Toulouse Cedex

Tél: 33 - (0)5 62 17 80 84 Fax: 33 - (0)5 62 17 83 45 Jean-Luc.Boiffier@supaero.fr

# Élève :

Élodie Roux

4 ter, avenue des Tilleuls

"Le Pileu" 91300 Massy

 $\begin{array}{l} {\rm T\'el}: 33 - (0)1 \ 60 \ 14 \ 50 \ 14 \\ {\rm Fax}: 33 - (0)1 \ 69 \ 34 \ 95 \ 35 \\ {\it Elodie.Roux@supaero.org} \end{array}$ 

# Préambule:

La modélisation d'un problème est une étape primordiale au cours d'une étude. Les choix des modèles ont un grand impact sur les résultats obtenus et doivent donc être judicieux. En vue d'une modélisation analytique de performances conceptuelles des avions de transport civils et d'avions militaires, nous avions alors besoin d'élaborer des modèles moteur "pertinents" et analytiques (C'est-à-dire fonction des paramètres influents et le plus simple possible avec une précision de l'ordre du pour-cent). Les modèles moteurs que nous mettrons au point seront alors adaptés aux réacteurs civils double flux (turbofan) équipant les avions de ligne (Mach M < 1 et taux de dilution  $\lambda > 3$ ) et aux réacteurs militaires à faible taux de dilution (Mach M < 2 et taux de dilution  $\lambda < 3$ ) avec ou sans post-combustion. Ces modèles ont d'ailleurs été utilisés par une autre thèse sur "l'altitude optimale des avions de transport civils" [Bov03].

Nous mettrons alors au point des modèles de propulsion, c'est-à-dire de consommation spécifique  $C_{SR}$  et de poussée maximale  $F_{max}$  du réacteur, et de masse  $M_m$ .

Après avoir effectué le bilan des modèles existants et constitué une base de données expérimentales (Appendix H, p. 275), nous choisirons, parmi les modèles existants, un modèle de référence : celui d'E.Torenbeek pour la consommation spécifique et celui de l'Onéra pour la poussée maximale. Nous validerons ces modèles de référence (pertinent, fonction des paramètres influents et cohérent vis-à-vis des autres modèles existants et expérimentaux). Nous choisirons la structure analytique de notre propre modèle (linéaire si possible), dont les coefficients seront identifiés, c'est-à-dire déterminés par la méthode des moindres carrés afin de minimiser l'erreur relative moyenne, par rapport aux données simulées issues de la mise en œuvre du modèle de référence. Ensuite, nous procéderons éventuellement à un recalage de nos modèles sur les données expérimentales (moteurs réels) en procédant par "retouches" successives sans mettre en cause la structure même du modèle.

C'est ainsi que nous vous proposerons des modèles plus robustes que les modèles statistiques existants, par rapport aux différents paramètres moteurs (nos modèles restent assez "physiques" car identifiés sur des modèles numériques basés sur l'étude thermodynamique du cycle moteur), mais dont la mise en œuvre reste bien plus aisée qu'un modèle numérique, et dont la précision est remarquable.

Le modèle de consommation spécifique (Table 2.14, p. 84) a une précision de 3.6% par rapport aux données expérimentales (Appendix H, p. 275) en croisière et au point fixe de 52 moteurs double flux ( $\lambda \geq 3$ ), soit un gain de précision de 3 à 13% par rapport aux meilleurs modèles existants.

Un modèle de poussée maximale civil (Table 3.5, p. 119) et militaire (Table 5.1, p. 198) ayant une précision de l'ordre du pour-cent par rapport au modèle de référence ONÉRA et également par rapport à des données moteurs précises civils et militaires (avec ou sans post-combustion). Par exemple, la précision est de 1% par rapport aux données précises à notre disposition de la famille CFM56, soit un gain de précision de 28% par rapport aux modèles existants de J.Mattingly ou de l'Aérospatiale.

Un modèle de masse moteur (Table 4.16, p. 140) ayant une précision de 7.2% par rapport à l'ensemble des moteurs (Appendix H, p. 275) et 6.5% par rapport aux moteurs d'avions civils. Soit un gain de 6% par rapport au meilleur modèle existant.

La robustesse, la mise en œuvre simple et la précision de ces modèles les rendent particulièrement appréciables pour des études ayant une approche de type avant-projet.

 $<sup>^{1}</sup>$ c'est-à-dire améliorer les performances d'un avion non construit, en jouant sur les choix de sa conception même et non pas en modifiant son cas de vol.



Fig. 2 – Turbofan CFM56 5C équipant l'A340 (taux de dilution  $\lambda=6.5$ )

6 juillet 2006

# Table des matières

1	Noi	nencla	ture	11
Ι	$\mathbf{M}$	odèles	s Moteurs à fort taux de dilution	15
2	La	conson	nmation du moteur	17
	2.1	Modèl	les analytiques existants	19
		2.1.1	Consommation spécifique constante	19
		2.1.2	Modèle de J.Mattingly	20
		2.1.3	Modèle ESDU	
		2.1.4	Modèle de A.Carrère	23
		2.1.5	Modèle Onéra	24
		2.1.6	Modèle d'E.Torenbeek	24
	2.2	Modèl	les expérimentaux	26
		2.2.1	Données précises	26
		2.2.2	Données courantes	27
	2.3	Valida	ation du modèle d'E.Torenbeek	30
		2.3.1	Comparaison avec les autres modèles	30
		2.3.2	Comparaison avec des données expérimentales	37
	2.4	Simpli	ification du modèle d'E.Torenbeek	44
		2.4.1	Choix de la forme analytique	45
		2.4.2	Méthode d'identification	47
		2.4.3	Modèle Simple	47
		2.4.4	Modèle plan	50
	2.5	Recala	age sur les moteurs réels	52
		2.5.1	Confrontation modèles/données expérimentales	53
		2.5.2	Recalage du modèle Simple	
		2.5.3	Recalage du modèle Plan	68
		2.5.4	Impacts du Recalage de nos modèles	70
	2.6	Conso	ommation spécifique $C_{SR}$ et poussée moteur $F$	76
	2.7	Concl	usion : modèle de $C_{SR}$ recommandé $\dots \dots \dots \dots \dots \dots$	84
3	La	poussé	e moteur maximale	87
	3.1	Modèl	les existants	89
		3.1.1	Modèles Analytiques	89
		3.1.2	Modèles expérimentaux	93
		3.1.3	Analyse des modèles existants	96
	3.2	Identi	fication sur le modèle ONÉRA	103

		3.2.1 Validation du modèle Onéra	103
		3.2.2 Méthode d'id <u>entification</u>	106
		3.2.3 Loi de Mach $ \mathbf{M} $	109
		3.2.4 Loi d'altitude <b>H</b>	112
		3.2.5 Loi du point fixe : Résidus <b>R</b>	
	3.3	Pas de recalage expérimental	
	0.0	3.3.1 Estimations satisfaisantes des données précises	
		3.3.2 Données courantes trop partielles	
	3.4	Conclusion : Modèle de poussée maximale	
4	Ma	sse Moteur	123
	4.1	Modèles existants	125
		4.1.1 Lois statistiques	125
		4.1.2 Loi Torenbeek	
		4.1.3 Confrontation modèles existants et moteurs réels	
	4.2	Modèles adaptés à tous les moteurs	
		4.2.1 Lois statistiques	
		4.2.2 Loi Torenbeek	
		4.2.3 Conclusion : Modèles adaptés à tous les moteurs	
	4.3	Modèles adaptés aux gros moteurs civils	
		4.3.1 Lois statistiques	
		4.3.2 Loi Torenbeek	
		4.3.3 Conclusion : Modèles adaptés aux gros moteurs civils	
	1 1		
	4.4	Modèles retenus pour notre étude	169
II		Modèles Moteurs à faible taux de dilution	169 171
II 5	. <b>N</b>	Modèles Moteurs à faible taux de dilution	
	. <b>N</b>	$egin{aligned} Modèles & Moteurs à faible taux de dilution \end{aligned}$	171 173
	. N	Modèles Moteurs à faible taux de dilution	171 173
	. N	$egin{aligned} Modèles & Moteurs & faible taux de dilution \end{aligned}$ ussée maximale $F_{max}$ $egin{aligned} Modèles & analytiques & existants & $	171 173 174 174
	. N	Modèles Moteurs à faible taux de dilution ussée maximale $F_{max}$ Modèles analytiques existants	171 173 174 175
	. N	Modèles Moteurs à faible taux de dilution ussée maximale $F_{max}$ Modèles analytiques existants	171 173 174 175 179
	Pou 5.1	Modèles Moteurs à faible taux de dilution         ussée maximale $F_{max}$ Modèles analytiques existants	171 173 174 175 179 181 181
	Pou 5.1	Modèles Moteurs à faible taux de dilution         ussée maximale $F_{max}$ Modèles analytiques existants	171 173 . 174 . 174 . 175 . 179 . 181 . 181 . 181
	Pou 5.1	Modèles Moteurs à faible taux de dilution         ussée maximale $F_{max}$ Modèles analytiques existants	171 173 . 174 . 175 . 179 . 181 . 181 . 181
	Pou 5.1	Modèles Moteurs à faible taux de dilution         ussée maximale $F_{max}$ Modèles analytiques existants	171 173 . 174 . 174 . 175 . 179 . 181 . 181 . 186 . 188
	Pou 5.1	Modèles Moteurs à faible taux de dilution         ussée maximale $F_{max}$ Modèles analytiques existants          5.1.1 Modèle de J-C. Wanner          5.1.2 Modèle de Clément Toussaint          5.1.3 Modèle de J.Mattingly          Données de poussée $F_{max}$ des moteurs d'avions de combat          Analyse des modèles existants          5.3.1 Loi de Mach $\boxed{\mathbf{M}}$ et d'altitude $\boxed{\mathbf{H}}$ 5.3.2 Régulation de température et post-combustion          5.3.3 2 Types de comportement moteur          5.3.4 Validation du Modèle de C.Toussaint	171 173 174 175 179 181 181 186 188 191
	Pou 5.1	Modèles Moteurs à faible taux de dilution  ussée maximale $F_{max}$ Modèles analytiques existants  5.1.1 Modèle de J-C. Wanner  5.1.2 Modèle de Clément Toussaint  5.1.3 Modèle de J.Mattingly  Données de poussée $F_{max}$ des moteurs d'avions de combat  Analyse des modèles existants  5.3.1 Loi de Mach $\boxed{\mathbf{M}}$ et d'altitude $\boxed{\mathbf{H}}$ 5.3.2 Régulation de température et post-combustion  5.3.3 2 Types de comportement moteur  5.3.4 Validation du Modèle de C.Toussaint  Identification sur le modèle C.Toussaint	171 173 174 174 175 179 181 181 186 188 191 191
	Four 5.1	Modèles Moteurs à faible taux de dilution  ussée maximale $F_{max}$ Modèles analytiques existants  5.1.1 Modèle de J-C. Wanner  5.1.2 Modèle de Clément Toussaint  5.1.3 Modèle de J.Mattingly  Données de poussée $F_{max}$ des moteurs d'avions de combat  Analyse des modèles existants  5.3.1 Loi de Mach $\boxed{\mathbf{M}}$ et d'altitude $\boxed{\mathbf{H}}$ 5.3.2 Régulation de température et post-combustion  5.3.3 2 Types de comportement moteur  5.3.4 Validation du Modèle de C.Toussaint  Identification sur le modèle C.Toussaint  5.4.1 Méthode d'identification	171 173 174 174 175 179 181 181 186 188 191 191
	Four 5.1	Modèles Moteurs à faible taux de dilution ussée maximale $F_{max}$ Modèles analytiques existants  5.1.1 Modèle de J-C. Wanner  5.1.2 Modèle de Clément Toussaint  5.1.3 Modèle de J.Mattingly  Données de poussée $F_{max}$ des moteurs d'avions de combat  Analyse des modèles existants  5.3.1 Loi de Mach $\boxed{\mathbf{M}}$ et d'altitude $\boxed{\mathbf{H}}$ 5.3.2 Régulation de température et post-combustion  5.3.3 2 Types de comportement moteur  5.3.4 Validation du Modèle de C.Toussaint  Identification sur le modèle C.Toussaint  5.4.1 Méthode d'identification  5.4.2 Poussée maximale $F_{max}$ à sec	171 173 . 174 . 174 . 175 . 179 . 181 . 181 . 186 . 188 . 191 . 191 . 191 . 192
	Four 5.1	Modèles Moteurs à faible taux de dilution  ussée maximale $F_{max}$ Modèles analytiques existants  5.1.1 Modèle de J-C. Wanner  5.1.2 Modèle de Clément Toussaint  5.1.3 Modèle de J.Mattingly  Données de poussée $F_{max}$ des moteurs d'avions de combat  Analyse des modèles existants  5.3.1 Loi de Mach $\boxed{\mathbf{M}}$ et d'altitude $\boxed{\mathbf{H}}$ 5.3.2 Régulation de température et post-combustion  5.3.3 2 Types de comportement moteur  5.3.4 Validation du Modèle de C.Toussaint  Identification sur le modèle C.Toussaint  5.4.1 Méthode d'identification	171 173 . 174 . 174 . 175 . 179 . 181 . 181 . 186 . 188 . 191 . 191 . 191 . 192
5	Four 5.1  5.2 5.3  5.4	Modèles Moteurs à faible taux de dilution  ussée maximale $F_{max}$ Modèles analytiques existants $5.1.1$ Modèle de J-C. Wanner $5.1.2$ Modèle de Clément Toussaint $5.1.3$ Modèle de J.Mattingly  Données de poussée $F_{max}$ des moteurs d'avions de combat  Analyse des modèles existants $5.3.1$ Loi de Mach $\boxed{\mathbf{M}}$ et d'altitude $\boxed{\mathbf{H}}$ $5.3.2$ Régulation de température et post-combustion $5.3.3$ 2 Types de comportement moteur $5.3.4$ Validation du Modèle de C.Toussaint  Identification sur le modèle C.Toussaint $5.4.1$ Méthode d'identification $5.4.2$ Poussée maximale $F_{max}$ à sec $5.4.3$ Gain de poussée avec Post-Combustion	171  173  . 174 . 174 . 175 . 179 . 181 . 181 . 186 . 188 . 191 . 191 . 192 . 200
5	Four 5.1 5.2 5.3 5.4	Modèles Moteurs à faible taux de dilution  ussée maximale $F_{max}$ Modèles analytiques existants $5.1.1$ Modèle de J-C. Wanner $5.1.2$ Modèle de Clément Toussaint $5.1.3$ Modèle de J.Mattingly  Données de poussée $F_{max}$ des moteurs d'avions de combat  Analyse des modèles existants $5.3.1$ Loi de Mach $\boxed{\mathbf{M}}$ et d'altitude $\boxed{\mathbf{H}}$ $5.3.2$ Régulation de température et post-combustion $5.3.3$ 2 Types de comportement moteur $5.3.4$ Validation du Modèle de C.Toussaint  Identification sur le modèle C.Toussaint $5.4.1$ Méthode d'identification $5.4.2$ Poussée maximale $F_{max}$ à sec $5.4.3$ Gain de poussée avec Post-Combustion  nsommation spécifique $C_{SR}$ Modèles analytiques existants	171  173  . 174 . 174 . 175 . 179 . 181 . 181 . 186 . 188 . 191 . 191 . 192 . 200  207 . 208
5	Four 5.1  5.2 5.3  5.4	Modèles Moteurs à faible taux de dilution ussée maximale $F_{max}$ Modèles analytiques existants  5.1.1 Modèle de J-C. Wanner  5.1.2 Modèle de Clément Toussaint  5.1.3 Modèle de J.Mattingly  Données de poussée $F_{max}$ des moteurs d'avions de combat  Analyse des modèles existants  5.3.1 Loi de Mach $\boxed{\mathbf{M}}$ et d'altitude $\boxed{\mathbf{H}}$ 5.3.2 Régulation de température et post-combustion  5.3.3 2 Types de comportement moteur  5.3.4 Validation du Modèle de C.Toussaint  Identification sur le modèle C.Toussaint  5.4.1 Méthode d'identification  5.4.2 Poussée maximale $F_{max}$ à sec  5.4.3 Gain de poussée avec Post-Combustion  nsommation spécifique $C_{SR}$ Modèles analytiques existants  6.1.1 Modèle d'E.Torenbeek	171  173  . 174 . 174 . 175 . 179 . 181 . 181 . 186 . 191 . 191 . 191 . 200  207 . 208 . 208
5	Four 5.1  5.2 5.3  5.4	Modèles Moteurs à faible taux de dilution ussée maximale $F_{max}$ Modèles analytiques existants  5.1.1 Modèle de J-C. Wanner  5.1.2 Modèle de Clément Toussaint  5.1.3 Modèle de J.Mattingly  Données de poussée $F_{max}$ des moteurs d'avions de combat  Analyse des modèles existants  5.3.1 Loi de Mach $\boxed{\mathbf{M}}$ et d'altitude $\boxed{\mathbf{H}}$ 5.3.2 Régulation de température et post-combustion  5.3.3 2 Types de comportement moteur  5.3.4 Validation du Modèle de C.Toussaint  Identification sur le modèle C.Toussaint  5.4.1 Méthode d'identification  5.4.2 Poussée maximale $F_{max}$ à sec  5.4.3 Gain de poussée avec Post-Combustion  nsommation spécifique $C_{SR}$ Modèles analytiques existants  6.1.1 Modèle d'E.Torenbeek  6.1.2 Modèle de J.Mattingly	171  173  . 174 . 174 . 175 . 179 . 181 . 181 . 186 . 191 . 191 . 191 . 200  207 . 208 . 208 . 209
	Four 5.1  5.2 5.3  5.4	Modèles Moteurs à faible taux de dilution ussée maximale $F_{max}$ Modèles analytiques existants  5.1.1 Modèle de J-C. Wanner  5.1.2 Modèle de Clément Toussaint  5.1.3 Modèle de J.Mattingly  Données de poussée $F_{max}$ des moteurs d'avions de combat  Analyse des modèles existants  5.3.1 Loi de Mach $\boxed{\mathbf{M}}$ et d'altitude $\boxed{\mathbf{H}}$ 5.3.2 Régulation de température et post-combustion  5.3.3 2 Types de comportement moteur  5.3.4 Validation du Modèle de C.Toussaint  Identification sur le modèle C.Toussaint  5.4.1 Méthode d'identification  5.4.2 Poussée maximale $F_{max}$ à sec  5.4.3 Gain de poussée avec Post-Combustion  nsommation spécifique $C_{SR}$ Modèles analytiques existants  6.1.1 Modèle d'E.Torenbeek	171  173  . 174 . 174 . 175 . 179 . 181 . 181 . 186 . 188 . 191 . 191 . 191 . 200  207 . 208 . 208 . 209 . 210

II	I Les annexes	<b>21</b> 3
A	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	<ul> <li>216</li> <li>219</li> <li>225</li> <li>225</li> <li>228</li> <li>231</li> </ul>
В		. 238 . 238
$\mathbf{C}$	Exposant $n$ du modèle ESDU C.1 Modèle Simple de l'exposant $n_s$	
D	Poussée maximale $F_{max}$ D.1 Erreur relative entre simulation ONÉRA et notre modèle	. 262
$\mathbf{E}$	Masses avions	267
F	Modèle de l'environnement         F.1 Modèle de l'atmosphère standard          F.2 Modèle de la vitesse du son          F.3 Nombre de Reynolds Re	. 272
$\mathbf{G}$	Plafond opérationnel	<b>27</b> 3
Н	Données moteurs	<b>27</b> 5
Е	Bibliographie	279

# Chapitre 1

# Nomenclature

Symbol	Désignation	Unités
a	Vitesse du son $a = \sqrt{\gamma rT}$ (Appendix F.2, p. 272)	m/s
$a(\Delta h)$	Paramètre traduisant l'ouverture de la parabole (Section 2.6,	
	p. 76)	
C	Consommation de carburant	kg/s
$C_{SH}$	Consommation Spécifique de moteur à pistons équipé d'Hé-	(kg/s)/W
	lice (Equation 2.1, p. 18)	
$C_{SR}$	Consommation Spécifique Réacteur (Equation 2.2, p. 18)	(kg/s)/N
$\frac{C_{SR}}{C_{SR}}$	Consommation Spécifique Réacteur réduite $\overline{C_{SR}}$ =	
	$\frac{C_{SR}(F)}{C_{SR}(F_{max})}$ (Section 2.6, p. 76)	
$\overline{C_{SR}}_{min}(\Delta h)$	Consommation réduite minimale (Section 2.6, p. 76)	
Cx	Coefficient de traînée	
Cz	Coefficient de portance	
D	Duct Diameter	m
$D_m$	Débit massique d'air traversant le réacteur (gas generator	kg/s
	+ fan) (Table 4.2, p. 128)	
$D_{mf}$	Débit massique du fan	kg/s
$D_{mg}$	Débit massique du générateur de gaz	kg/s
$D_{RM}$	Distance franchissable d'un avion équipé de Réacteur en	m
	croisière Montante	
$Er_{\%}$	Erreur relative $Er_{\%} = 100 \frac{\text{Th\'eorie} - Calcul}{\text{Th\'eorie}}$	%
F	Poussée moteur	N
$F_{max}$	Poussée moteur maximale à sec civile (Table 3.5, p. 119) ou militaire (Table 5.1, p. 198)	N
$F_0$	Poussée maximale à sec (sans post-combustion) au point	N
	fixe $F_0 = F_{max}(M = 0, h = 0, \Delta T_4 = 0)$	
$F_{maxPC}$	Poussée moteur maximale avec post-combustion PC (Table	N
max i C	5.3, p. 204)	
$F_{0PC}$	Poussée maximale avec post-combustion PC au point fixe	N
01.0	$F_{0PC} = F_{maxPC}(M = 0, h = 0, \Delta T_4 = 0, \Delta T_{PC} = 0)$	
$\overline{F}$	Poussée moteur réduite $\overline{F} = \frac{F}{F_{max}}$ (Section 2.6, p. 76)	
$\overline{F_i}(\Delta h)$	Poussée réduite pour laquelle la consommation réduite est	
• ( )	minimale $\overline{C_{SR}}(\overline{F_i}) = \overline{C_{SR}}_{min}$ (Section 2.6, p. 76)	
f	Finesse $f = \frac{Cz}{Cx}$	
J	Cx	

Symbol	Désignation	Unités
G	Fonction de puissance du générateur de gaz (Table	
C	4.2, p. 128)	
$G_0$	Fonction de puissance du générateur de gaz au point fixe (static, sea level) (Table 4.2, p. 128)	
g	Constante de gravité $g = 9.81  m/s^2$	$m/s^2$
$\overset{g}{K}$	Temperature function of compression process (Table	7707
	4.2, p. 128)	
L	Duct Length	m
M	Mach de vol	
$\mathcal{M}_{air}$	Masse molaire de l'air $\mathcal{M}_{air} = 28.96 \ g.mol^{-1}$ (Ap-	$g.mol^{-1}$
2.6	pendix F.1, p. 269)	
$M_F$	Masse du fuselage (Section E, p. 267)	kg
$M_{Fuel}$	Fuel: Masse de carburant (Section E, p. 267)	kg
$M_m$	Mach optimal du moteur (Section 2.6, p. 76)	lo 0
$M_m$ $M$	Masse moteur (Section 4, p. 123)	kg
$M_{\scriptscriptstyle MTOW}$	Maximum Take-Off Weight: masse maximale au décollage $M_{TOW} = M_{ZFW} + M_{Fuel}$ (Section E, p. 267)	kg
$M_{\scriptscriptstyle MZFW}$	Maximum Zero Fuel Weight: masse maximale sans	kg
IVI M Z F W	carburant $M_{ZFW} = M_{OWE} + M_{P/L}$ (Section E, p. 267)	709
$M_{OWE}$	Operating Weight Empty: Masse à vide (Section E,	kg
0112	p. 267)	J
$M_{\scriptscriptstyle P/L}$	PayLoad: Charge utile (Section E, p. 267)	kg
$M_W$	Wing Weight : Masse de la voilure (Section E, p. 267)	kg
$N_m$	Nombre de moteurs	
$N_{PAX}$	Nombre de passagers	
n	Exposant du Mach du modèle ESDU (Equation 2.6,	
	p. 20) de consommation spécifique. Modèle graphique	
	(Equation 2.7, p. 21). Notre modèle (Appendix C,	
P	p. 243). Pression de l'air à l'altitude de vol (Appendix F.1,	$Pa = N/m^2$
1	p. 269)	I = IV/III
$P_0$	Pression de l'air au sol $P_0 = 101325 Pa$ (Appendix	$Pa = N/m^2$
- 0	F.1, p. 269)	,
Re	Nombre de Reynolds (Section F.3, p. 272)	
R	Constante de Joules $R=8.31451~K^{-1}.mol^{-1}$ (Ap-	$K^{-1}.mol^{-1}$
	pendix F.1, p. 269)_	
r	Constante $r = \frac{R}{M_{air}} = 287.1 J/kg/K$ (Appendix F.1,	J/kg/K
~	p. 269)	9
S	Surface de la voilure	$m^2$
T	Température en vol (Appendix F.1, p. 269)	K
$T_0$	Température au sol $T_0 = 288.15 = 15^{\circ}C$ (Appendix	K
T.	F.1, p. 269) Température d'entrée Turbine (TET) (Figure 4.10,	K
$T_4$	p. 145)	17
$T_{PC}$	Température de réchauffe conceptuelle	K
h	Altitude de vol	m
$h_m$	Altitude optimale du moteur (Section 2.6, p. 76)	m
	, , , , , ,	

$\begin{array}{c} \mathbf{Symbol} \\ \Delta M \end{array}$	<b>Désignation</b> Différence entre le Mach de vol $M$ et celui pour lequel le moteur est optimisé $M_m: \Delta M = M - M_m$ (Section 2.6 p. 76)	Unités
$\Delta h$	(Section 2.6, p. 76) Différence entre l'altitude de vol $h$ et celle pour la- quelle le moteur est optimisé $h_m : \Delta h = h - h_m$ (Sec- tion 2.6, p. 76)	m
$\Delta T_4$	Différence de température d'entrée turbine opérationnelle (croisière/montée) et conceptuelle (point fixe) (Remarque 3.3, p. 93)	K
$\Delta T_{PC}$	Différence entre la température de réchauffe opérationnelle et conceptuelle	K
$\varepsilon_c$	Rapport de pression entrée/sortie du compresseur OPR (Figure 4.10, p. 145)	
$\eta$	Rendement moteur : veuillez consulter la table des rendements (Table 4.3, p. 129)	
$\gamma$	Constante des gaz parfaits $\gamma = 1.4$	
$\stackrel{'}{\lambda}$	Taux de dilution $\lambda = \frac{D_{mf}}{D_{mg}}$ (Figure 4.10, p. 145)	
$\mu$	Ratio of stagnation to static temperature of ambient air (Table 4.4, p. 129) $\mu = 1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2$	
$\phi$	Nondimensional Turbine Entry Temperature $\phi = \frac{T_4}{T}$ (Table 4.4, p. 129)	
$\psi$	Poussée spécifique corrigée (Table 4.4, p. 129) $\psi = \frac{F}{D_m \sqrt{\theta}}$	$ms^{-1}$
ho	Masse volumique de l'air à l'altitude de vol (Appendix F.1, p. 269)	$kg/m^3$
$ ho_0$	Masse volumique de l'air au sol $\rho_0 = 1.225  kg/m^3$ (Appendix F.1, p. 269)	$kg/m^3$
$ ho_{11}$	Masse volumique de l'air, selon l'atmosphère standard (Appendix F.1, p. 269), à $h=11~km:$ $\rho_{11}=\rho(h=11000)=0.364~kg/m^3$	$kg/m^3$
$\theta$	Rapport des températures en vol et au sol $\theta = \frac{T}{T_0}$ (Table 4.4, p. 129)	
$\omega_m$	Taux de carburant $\omega_m = \frac{M_{Fuel}}{M_{MTOW}}$	

# Première partie

# Modèles Moteurs à fort taux de dilution

# Chapitre 2

# La consommation du moteur

Sommaire	Э		
2.1	Mod	lèles analytiques existants	19
	2.1.1	Consommation spécifique constante	19
	2.1.2	Modèle de J.Mattingly	20
	2.1.3	Modèle ESDU	20
	2.1.4	Modèle de A.Carrère	23
	2.1.5	Modèle Onéra	24
	2.1.6	Modèle d'E.Torenbeek	24
2.2	Mod	lèles expérimentaux	<b>26</b>
	2.2.1	Données précises	26
	2.2.2	Données courantes	27
2.3	$\mathbf{Vali}$	dation du modèle d'E.Torenbeek	30
	2.3.1	Comparaison avec les autres modèles	30
	2.3.2	Comparaison avec des données expérimentales	37
<b>2.4</b>	Sim	plification du modèle d'E.Torenbeek	44
	2.4.1	Choix de la forme analytique	45
	2.4.2	Méthode d'identification	47
	2.4.3	Modèle Simple	47
	2.4.4	Modèle plan	50
2.5	Rec	alage sur les moteurs réels	<b>52</b>
	2.5.1	Confrontation modèles/données expérimentales	53
	2.5.2	Recalage du modèle Simple	59
	2.5.3	Recalage du modèle Plan	68
	2.5.4	Impacts du Recalage de nos modèles	70
2.6	Con	sommation spécifique $C_{SR}$ et poussée moteur $F$	<b>7</b> 6
2.7	Con	clusion : modèle de $C_{SR}$ recommandé	84

La consommation de carburant C (kg/s) d'un moteur s'exprime comme le produit d'une consommation spécifique  $C_{SR}$  (kg/s/N) ou  $C_{SH}$  (kg/s/W) et de la poussée moteur F pour les réacteurs (Equation 2.2, p. 18) ou de la puissance  $P_m$  (Equation 2.1, p. 18) pour les moteurs à pistons équipés d'hélice.

Hélice: 
$$C = C_{SH} P_m$$
 (2.1)

Hélice : 
$$C = C_{SH} P_m$$
 (2.1)  
Réacteurs :  $C = C_{SR} F$  (2.2)

La relation (Equation 2.2, p. 18) est particulièrement adaptée aux moteurs simple flux (turbojet), c'est-à-dire des moteurs ayant un taux de dilution très faible ( $\lambda \approx 0$ ). Pour les moteurs double flux (turbofan) à taux de dilution  $\lambda$  élevés, c'est-à-dire les moteurs équipant les avions de ligne actuels, la consommation spécifique  $C_{SR}$  n'est pas vraiment constante. En réalité, la consommation spécifique  $C_{SR}$  dépend des paramètres opérationnels de vol tels que le Mach M et l'altitude h, mais également des paramètres conceptuels du moteur (taux de dilution  $\lambda$ , taux de compression  $\varepsilon_c, \ldots$ ).

Les modèles existants de  $C_{SR}$  sont soit trop simplistes, adapté à un réacteur donné et ne dépendant pas des paramètres conceptuels moteur, soit basé sur l'étude du fonctionnement moteur, tel que le modèle d'E.Torenbeek, mais dont la mise en œuvre n'est pas aisé et requiert l'aide du numérique.

Nous allons développer un modèle intermédiaire, c'est-à-dire relativement simple analytiquement, dépendant des paramètres opérationnels et conceptuels influents, et suffisamment précis pour des études de type avant-projet.

L'étude analytique de performances avion en croisière, se fait grâce aux formules de Bréguet, mais ces résultats ne s'appliquaient jusqu'à présent qu'aux deux cas limites et académiques de propulsion : le moteur à hélice et le réacteur simple flux, et encore pour un modèle très simplifié de la consommation spécifique  $C_{SR}$ . Si bien qu'il faut avouer que nous n'avions pas de forme analytique pour modéliser la croisière d'un avion de transport moderne de type Airbus. Pour ces avions, les réacteurs sont à fort taux de dilution  $\lambda$  et leur comportement se situe à mi-chemin entre l'hélice et le réacteur simple flux. Par exemple, nous ne pouvions pas exprimer analytiquement le coefficient de portance optimal  $Cz_{opt}$  en croisière d'un Airbus.

Pour élaborer notre modèle de consommation spécifique  $C_{SR}$  adapté aux réacteurs double flux ( $\lambda \geq 3$ ), nous procédons en plusieurs étapes :

Validation du modèle de référence : Nous vérifierons que le modèle d'E.Torenbeek tient bien compte des paramètres influents sur la  $C_{SR}$  et est relativement précis par rapport aux données expérimentales de moteurs réels (Appendix H, p. 275).

Simulation de moteurs fictifs : Nous mettrons en œuvre le modèle d'E.Torenbeek pour simuler les consommations spécifiques pour plusieurs points de vol (Mach M et altitude h) de moteurs fictifs ayant divers taux de dilution  $\lambda$ , taux de compression  $\varepsilon_c, \ldots$ 

Choix d'une structure analytique de notre modèle : Grâce à l'étude du comportement de la consommation spécifique  $C_{SR}$  en fonction des paramètres moteurs, nous pourrons choisir une expression analytique (Equation 2.11, p. 47) fonction des paramètres opérationnels (M, h) et conceptuels  $(\lambda, \varepsilon_c)$  influents, et qui décrit au mieux les simulations de  $C_{SR}$  faites à partir du modèle d'E. Torenbeek.

Identification sur les données simulées du modèle d'E.Torenbeek : Les coefficients de la structure analytique choisie pour notre modèle sont optimisés par la méthode des moindres carrés (fonction "lsqnonlin" de MATLAB ) pour minimiser l'erreur relative moyenne entre les estimations de notre modèle et les simulations issues du modèle d'E.Torenbeek.

18 6 juillet 2006 Recalage sur des données expérimentales : Afin d'améliorer la précision de notre modèle, nous procéderons par "retouches" successives sur des données expérimentales en croisière et au point fixe (Appendix H, p. 275), en prenant soin de ne pas pour autant remettre en cause la structure analytique du modèle ni son sens physique. Les retouches consistent à changer légèrement la valeurs de deux des coefficients de la structure analytique de notre modèle, afin d'éliminer la tendance de surestimation de la croisière et sous-estimation du point fixe.

Le modèle que nous obtiendrons (Table 2.14, p. 84), a une précision remarquable de 3.6% par rapport aux données expérimentales (Appendix H, p. 275) de 52 réacteurs double flux ( $\lambda \geq 3$ ). Sa précision, sa simplicité analytique, et sa dépendance aux paramètres moteur opérationnels et conceptuels influents, font de ce modèle un outil appréciable pour les études de type avant-projet.

# 2.1 Modèles analytiques existants

Nous allons présenter les modèles existants de consommation spécifique  $C_{SR}$  que nous avons répertoriés. Nous avons transformé leur expression afin que leurs variables soient en unités du système international (SI : N, kg, ...). Vous pourrez néanmoins retrouver leur expression d'origine dans les documents cités (cf. bibliographie).

# 2.1.1 Consommation spécifique constante

Le modèle le plus simple de consommation spécifique  $C_{SR}$  consiste à considérer celle-ci constante.

"In the limit, over infinitesimal segments of the flight path, this law is exact. In certain cases, the actual variation in  $C_{SR}$  over the whole or part of the cruise may be very small and results can be obtained to a satisfactory level of accuracy by using a suitable, mean of  $C_{SR}$ . This approach permits relatively simple expressions to be derived for both range and endurance and for the flight conditions necessary to achieve maximum specific range."

- ESDU [ESD82] -

Il faut alors considérer soit une valeur moyenne des consommations spécifiques de croisière<sup>1</sup> soit une moyenne de celles au point fixe<sup>2</sup>. Pour l'ensemble des moteurs de notre base de données (Section 2.2, p. 26), la moyenne des consommations spécifiques  $C_{SR}$  est de  $C_{SR} = 1.11 \ 10^{-5} \ (kg/s)/N$  soit  $0.4 \ kg/daN.h$  au point fixe (altitude et vitesse nulles), et de  $C_{SR} = 1.75 \ 10^{-5} \ (kg/s)/N$  soit  $0.63 \ kg/daN.h$  en croisière. Nous avons alors au sol et à l'arrêt :

$$C_{SR} = 1.11 \ 10^{-5} \ (kg/s)/N$$
 (2.3)

Et en croisière :

$$C_{SR} = 1.75 \ 10^{-5} \ (kg/s)/N$$
 (2.4)

 $C_{SR}$ : Consommation Spécifique Réacteur moyenne (kg/s)/N de réacteurs civils (à fort taux de dilution)

 $<sup>^1\</sup>mathrm{La}$ croisière des avions de transport civils se fait à une altitude h d'environ 10 km et à un MachM proche de 0.8

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Le point fixe désigne le fait d'être au sol (altitude nulle h = 0 m) et à l'arrêt (vitesse nulle : M = 0).

#### 2.1.2Modèle de J.Mattingly

Jack D. Mattingly nous propose un modèle de consommation spécifique [Mat96].

"The values of  $C_{SR}$  depends on the engine cycle, altitude, and Mach number. For preliminary analysis, the following equations can be used to estimate  $C_{SR}$ in units of (lbm/hr)/lbf and  $\theta$  is the dimensionless temperature ratio  $\theta = \frac{T}{T_0}$ .

- High-bypass-ratio turbofan :  $C_{SR} = (0.4 + 0.45M)\sqrt{\theta}$
- Low-bypass-ratio, mixed-flow turbofan : Military and lower power setting  $C_{SR} = (1.0 + 0.35M)\sqrt{\theta}$ Maximum power setting  $C_{SR} = (1.8 + 0.30M)\sqrt{\theta}$
- Military and lower power setting  $C_{SR} = (1.3 + 0.35M)\sqrt{\theta}$ Maximum power setting  $C_{SR} = (1.7 + 0.26M)\sqrt{\theta}$

- Turboprop:  $C_{SR} = (0.2 + 0.9M)\sqrt{\theta}$ 

- Jack Mattingly [Mat96] -

Puisque nous nous intéressons essentiellement aux réacteurs ayant un grand taux de dilution  $\lambda$ , nous retiendrons le modèle correspondant au "High-bypass-ratio turbofan" qui exprimé en unités du système international devient :

$$C_{SR} = (1.13 \ 10^{-5} + 1.25 \ 10^{-5} M) \sqrt{\theta}$$
 (2.5)

 $C_{SR}$ : Consommation Spécifique Réacteur (kg/s)/N

Mach de vol

 $\theta$ : Rapport des températures en vol et au sol  $\theta = \frac{T}{T_0}$ 

T:Température ambiante en vol (Appendix F.1, p. 269) K

Température au sol (Appendix F.1, p. 269)  $T_0 = 288.15K = 15$  ° C K

Remarque 2.1 Au point fixe, le modèle de J.Mattingly évalue la consommation spécifique  $C_{SR}$  à 1.13  $10^{-5} (kg/s)/N$  ce qui correspond bien à une valeur moyenne étudiée précédemment : supérieure de 1.8% (Equation 2.3, p. 19). En croisière (M = 0.8 et h = 10000 m), ce modèle donne une consommation spécifique  $C_{SR}$  de  $1.89 \ 10^{-5} \ (kg/s)/N$  ce qui est plutôt pessimiste (8% de plus) par rapport à la valeur moyenne de croisière que nous avions (Equation 2.4, p. 19).

#### 2.1.3 Modèle ESDU

Un article de l'ESDU [ESD82], nous propose un modèle de consommation spécifique  $C_{SR}$  proportionnelle au nombre de Mach M à la puissance n.

$$C_{SR} = k\sqrt{\theta}M^n \tag{2.6}$$

m

(kg/s)/NConsommation Spécifique Réacteur  $C_{SR}$ :

M:Mach de vol

k: Coefficient

Coefficient (Figure 2.1, p. 21)  $n = n(\lambda, h)$  (Equation 2.7, p. 21)

Rapport des températures en vol et au sol  $\theta = \frac{T}{T_0}$ 

 $\lambda$ : Taux de dilution

h:Altitude de croisière

20 6 juillet 2006 "The equation (Equation 2.6, p. 20) neglects the variation of  $C_{SR}$  with the engine speed parameter  $(\frac{N}{\sqrt{\theta}})$ . This law may be applied over limited ranges of Mach number but is, strictly speaking, valid at only value of  $\frac{N}{\sqrt{\theta}}$ . However, it is found that, within the limited range of engine speed appropriate to cruising flight, this equation (Equation 2.6, p. 20) gives a reasonable approximation to the specific fuel consumption of current turbo-jet and turbo-fan engines. To use this law for many particular engine, mean values of the constant k and n must be derived from the manufacturers' data for the range(s) of Mach number that are of interest. When such data are not available, values of n may be obtained from (Figure 2.1, p. 21). For the case of cruising flight in the range  $0.6 \le M \le 0.9$ , (Figure 2.1, p. 21) gives values of n for current turbojet and turbo-fan engines operating at their maximum cruise ratings. It is also possible to derive values of n that are applicable to other ranges of Mach number."

- ESDU [ESD82] -

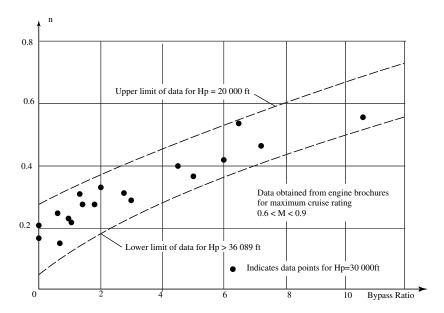


FIG. 2.1 – Valeurs de n proposées par l'ESDU [ESD82] pour le modèle :  $C_{SR} = k\sqrt{\theta}M^n$ . L'ESDU a établi ses valeurs à l'aide de données moteurs réels.

La figure proposée par l'ESDU (Figure 2.1, p. 21) semble montrer que le coefficient n, est quasiment une fonction linéaire du taux de dilution  $\lambda$ , dépendante de l'altitude. C'est pourquoi, nous avons choisi d'adopter la loi<sup>3</sup> suivante pour obtenir une expression du coefficient n:

$$n = 3.975 \ 10^{-2} \lambda + (47.69 \ 10^{-2} - 3.35 \ 10^{-5} h)$$
 (2.7) 
$$\lambda : \text{ Taux de dilution}$$
 Avec :  $h : \text{ Altitude de croisière } m$  
$$6000 \ m \le h \le 11000 \ m$$

 $<sup>^3</sup>$ Nous avons déterminé cette loi par identification à l'aide des données graphiques de l'ESDU (Figure 2.1, p. 21). Un autre modèle de l'exposant n, a également été développé en annexe (Appendix C, p. 243), à partir de notre Modèle Simple (Table 2.14, p. 84) de consommation spécifique  $C_{SR}$ .

Remarque 2.2 Le modèle ESDU présente une courbe croissante de consommation spécifique  $C_{SR}$  en fonction du Mach M. Nous verrons que c'est aussi le cas des modèles d'E.Torenbeek (Equation 2.9, p. 24) et de l'Onéra (Figure 2.3, p. 24). Par contre, les convexités des courbes de ces derniers, diffèrent du modèle ESDU (Figure 2.2, p. 22). En effet, le coefficient n étant inférieur à 1, la dérivée seconde du modèle ESDU est négative :

$$\frac{\partial^2 C_{SR}}{\partial M^2} = n(n-1)k\sqrt{\theta}M^{n-2} < 0$$

Nous verrons que c'est le contraire pour les modèle d'E. Torenbeek et de l'Onéra.

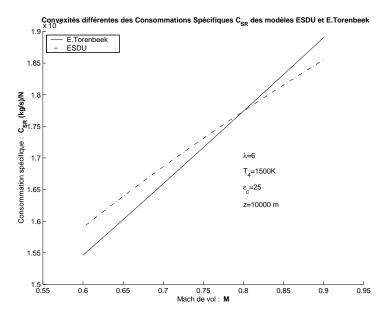


FIG. 2.2 – Convexités différentes (Remarque 2.2, p. 22) pour les modèles ESDU (Equation 2.6, p. 20) et E.Torenbeek (Equation 2.9, p. 24). Le modèle ESDU a ici été recalée sur la valeur de consommation spécifique  $C_{SR}$  d'E.Torenbeek pour un Mach  $M=0.8:C_{SR}=k\sqrt{\theta}M^n=\left(\frac{C_{SRref}\sqrt{\theta_{ref}}}{M_{ref}^n}\right)\sqrt{\theta}M^n$ 

Ainsi ce type de modèle (Equation 2.6, p. 20) en  $M^n$  n'est applicable que dans une fourchette de Mach réduite. Néanmoins, l'article ESDU propose aussi une loi linéaire en Mach applicable à un domaine plus étendu de Mach.

$$C_{SR} = a + bM$$

Par ailleurs, nous ne disposons pas de la valeur de k de la loi en  $M^n$  (Equation 2.6, p. 20). Ainsi, nous relions ces deux définitions (consommation spécifique linéaire en Mach et proportionnelle à  $M^n$ ), en considérant une loi de consommation spécifique linéaire en Mach et dont la dérivée par rapport au Mach (c'est-à-dire le coefficient multiplicateur du Mach M:b) satisfait à la loi en  $M^n$ . Autrement dit:

$$b = \frac{\partial C_{SR}}{\partial M} = n \ k \sqrt{\theta} M^{n-1} = \frac{n}{M} \ k \sqrt{\theta} M^{n}$$

$$b = \frac{n}{M} C_{SR}$$

En prenant une consommation spécifique de référence  $C_{SRref}$  pour un Mach de croisière de référence  $0.6 \le M_{ref} \le 0.9$ , nous obtenons :

$$C_{SR} = a + bM = a + n C_{SRref} \frac{M}{M_{ref}}$$

En admettant que la fonction passe par le point de référence

$$C_{SRref} = a + bM_{ref} = a + n C_{SRref} \frac{M_{ref}}{M_{ref}}$$
  
 $C_{SRref} = a + n C_{SRref}$ 

alors nous obtenons:

$$C_{SR} = C_{SRref} \left( (1-n) + n \frac{M}{M_{ref}} \right)$$
(2.8)

C'est sur la base de cette équation d'ESDU linéarisée (Equation 2.8, p. 23), adaptée à un grand domaine de Mach M, que nous comparerons le modèle ESDU avec les autres modèles. Il faudra tout de même connaître un point de référence  $(C_{SRref})$ . Il est toutefois souhaitable de prendre un Mach de référence  $M_{ref}$  entre 0.6 et 0.9 pour être dans le domaine recommandé par l'ESDU (un Mach de croisière M=0.8).

#### 2.1.4 Modèle de A.Carrère

Dans [CB00], Alain Carrère propose un modèle de consommation spécifique pour les turboréacteurs simple flux sec, de la forme :

$$C_{SR} = \frac{a}{b - \sqrt{\gamma rT}M}$$

a et b: Constantes adaptées au moteur

 $\gamma$ : Constante des gaz parfaits  $\gamma = 1.4$ 

 $r: \quad r = \frac{R}{\mathcal{M}_{air}} = 287.1 \ J/(kg \ K)$   $R: \quad \text{Constante de Joules } R = 8.314 \ J/(mol \ K)$ J/(kg K)

Avec:

 $J/(mol\ K)$ Masse volumique de l'air  $\mathcal{M}_{air} = 0.02896 \, kg/mol$ kg/mol

Température de vol (Section F.1, p. 269) K

M:Mach de vol

## 2.1.5 Modèle Onéra

L'ONÉRA [TF97] a développé un modèle de moteur double flux basé sur l'étude du cycle moteur suivant les lois de l'aérodynamique et de la thermodynamique. Ce modèle permet d'estimer le comportement moteur dans n'importe quelle condition de vol pourvu que l'on connaisse au moins les caractéristiques d'un seul cycle. Le comportement général d'un moteur à fort taux de dilution est donné (Figure 2.3, p. 24).

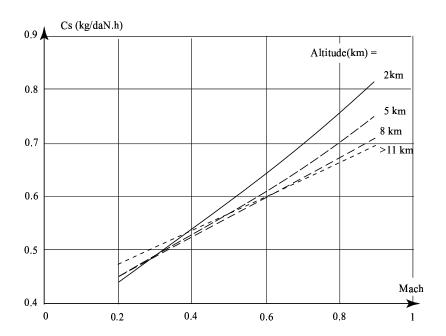


FIG. 2.3 – Consommation Spécifique  $C_{SR}$  estimée par le modèle Onéra (figure Onéra [TF97]) en fonction du mach de vol M et de l'altitude h pour un moteur représentatif d'un CFM 56 : taux de dilution  $\lambda=6$ , température d'entrée turbine  $T_4=1500~K$ . Au décollage  $C_{SR}=0.372~kg/(daN~h)$  et  $T_4=1600~K$ 

Le modèle Onéra permet de voir le type de variations que subit la consommation spécifique  $C_{SR}$  avec le Mach M et l'altitude h de vol (Figure 2.3, p. 24).

# 2.1.6 Modèle d'E.Torenbeek

E.Torenbeek propose un modèle de consommation spécifique dans [Tor86] fondée sur l'analyse du fonctionnement du moteur. L'expression en unités du système international, pour un turbo-fan est donnée par :

$$C_{SR} = 2.01 \ 10^{-5} \frac{\left(\phi - \mu - \frac{K}{\eta_c}\right)\sqrt{\theta}}{\sqrt{5\eta_n(1 + \eta_{tf}\lambda)}\sqrt{G + 0.2M^2 \frac{\eta_d}{\eta_{tf}}\lambda} - (1 + \lambda)M}$$
(2.9)

Avec la fonction G du générateur :

$$G = \left(\phi - \frac{K}{\eta_c}\right) \left(1 - \frac{1.01}{\eta_i^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}(K + \mu)(1 - \frac{K}{\phi\eta_c\eta_t})}\right)$$

$$K = \mu(\varepsilon_c^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1)$$

$$\mu = 1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2$$

G: Gas generator power function  $G_0$ : Gas generator power function (static, sea level) : Temperature function of compression process KM: Flight Mach number  $T_4$ K: Turbine Entry total Temperature  $T_0$ : Ambient temperature at sea level KTK: Température de vol (Section F.1, p. 269)

Tab. 2.1 – Nomenclature des variables de performances moteurs

: Isentropic compressor efficiency  $\eta_c = 0.85$  $\eta_c$ : Isentropic fan intake duct efficiency  $\eta_d = 1 - 1.3 \left(\frac{0.05}{R_o \frac{1}{5}}\right)^2 \left(\frac{0.5}{M}\right)^2 \frac{L}{D}$  $\eta_d$ L:: Duct length mD:: Inlet diameter mRe:: nombre de Reynolds à l'entrée de la tuyère (Section F.3, p. 272) : Isentropic fan efficiency  $\eta_f = 0.86 - 3.13 \, 10^{-2} M$  $\eta_f$ : Gas Generator intake stagnation pressure ratio  $\eta_i = \frac{1+\eta_d \frac{\gamma-1}{2} M^2}{1+\frac{\gamma-1}{2} M^2}$  $\eta_i$ : Isentropic efficiency of expansion process in nozzle  $\eta_n = 0.97$  $\eta_n$ : Isentropic turbine efficiency  $\eta_t = 0.88$  $\eta_t$ :  $\eta_{tf} = \eta_t \, \eta_f$  $\eta_{tf}$ 

Tab. 2.2 – Nomenclature des rendements moteurs

 $\begin{array}{ll} \varepsilon_c: & : \text{Overall Pressure Ratio (compressor)} \\ \gamma & : \text{Ratio of specific heats } \gamma = 1.4 \\ \lambda & : \text{Bypass ratio} \\ \mu & : \text{Ratio of stagnation to static temperature of ambient air } \mu = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \\ \phi & : \text{Nondimensional Turbine Entry Temperature } \phi = \frac{T_4}{T} \\ \theta & : \text{Relative Ambient Temperature } \theta = \frac{T}{T_0} \end{array}$ 

Tab. 2.3 – Nomenclature des variables grecques

Les rendements moteurs : E.Torenbeek [Tor86] propose des ordres de grandeur des rendements moteurs (Table 4.5, p. 130). Nous avons choisi d'adopter des valeurs moyennes (Table 2.2, p. 25). Afin d'assurer la continuité dans tout le domaine de Mach M, nous considérons une loi linéaire en Mach pour le rendement du fan  $\eta_f$  (nous disposions d'une

Insa

valeur au décollage et d'une valeur en croisière (Table 4.5, p. 130)). Nous avons également borné le rendement de la tuyère (nozzle)  $0 \le \eta_n \le 1$  de manière à retrouver un taux de pression à l'entrée du générateur  $\eta_i = 1$  pour un Mach nul M = 0 (Résultat donné par E.Torenbeek [Tor68]). En effet nous verrons que ce rendement peut poser problème pour des nombres de Mach proche de zéro (Remarque 4.3, p. 130).

# 2.2 Modèles expérimentaux

Afin de tester la véracité des modèles de consommation spécifique  $C_{SR}$ , nous avions besoin d'une base de comparaison avec des données réelles. Rappelons que nous testons et optimisons nos modèles par rapport à ces données. Ainsi, plus nous disposons de renseignements sur les moteurs existants, plus notre travail devient pertinent et donc, meilleurs sont les modèles que nous vous proposons. C'est pourquoi, nous avons effectué un travail minutieux de recherche et ainsi nous nous sommes constitués une base importante de données moteurs. Nous vous exposons ici le résultat de ces recherches : d'abord pour trois gros moteurs dont nous disposons de renseignements très précis, puis pour 54 moteurs dont nous avons obtenu des données courantes.

# 2.2.1 Données précises

Lors de l'élaboration du modèle ONÉRA (Section 2.1.5, p. 24), une validation sur trois moteurs civils a alors été réalisée : les CFM56 2A2, CFM56 5A1 (qui équipe l'A320) et CFM56 5C2 (qui équipe l'A340). Nous disposons alors de renseignements précis concernant ces moteurs [TF97]. C'est pourquoi nous nous baserons souvent sur ces trois moteurs pour effectuer des comparaisons entre modèles et moteurs réels.

	Au sol $h = 0 m$ et à l'arrêt $M = 0$		
	CFM56 2A2	CFM56 5C2	CFM56 5A1
	ISA+20 °	$ISA+15^\circ$	ISA
Poussée au sol et à l'arrêt $F_0$ (N)	106750	138800	113500
Débit (kg/s)	370.6	465.8	386.5
Taux de dilution $\lambda$	5.9	6.6	6
Taux de compression fan $\varepsilon_f$	1.45	1.58	
Taux de compression total $\varepsilon$	25.4	32.6	
Température d'entrée Turbine $T_4$ (K)	1628	1633	
Consommation spécifique $C_{SR}$ (kg/s)/N	$1.04 \ 10^{-5}$	$0.91 \ 10^{-5}$	$0.93 \ 10^{-5}$

	En croisière $h = 10668  m,  M = 0.8$		
	CFM56 2A2	CFM56 5C2	CFM56 5A1
	ISA	ISA	ISA
Poussée $F$ (N)	25620	30800	25500
Taux de compression total $\varepsilon$	32	37.4	
Consommation spécifique $C_{SR}$ (kg/s)/N	$1.92 \ 10^{-5}$	$1.64 \ 10^{-5}$	$1.69 \ 10^{-5}$

Le modèle Onéra a permis d'évaluer les paramètres suivants pour ces trois moteurs :

	Résultats du modèle Onéra				
	Au sol $h = 0 m$ et à l'arrêt $M = 0$				
	CFM56 2A2	CFM56 5C2	CFM56 5A1		
Poussée au sol et à l'arrêt $F_0$ (N)	108120	135820	114070		
Consommation spécifique $C_{SR}$ (kg/s)/N	$1.13 \ 10^{-5}$	$1.03 \ 10^{-5}$	$1.05 \ 10^{-5}$		

	Résultats du modèle Onéra				
	En croisière $h = 10668  m,  M = 0.8$				
	CFM56 2A2	$CFM56\ 5C2$	CFM56 5A1		
Poussée $F$ (N)	25260	30050	25460		
Consommation spécifique $C_{SR}$ (kg/s)/N	$1.97  10^{-5}$	$1.84 \ 10^{-5}$	$1.9  10^{-5}$		

# 2.2.2 Données courantes

Les tableaux (Table 2.6, p. 28) et (Table 2.7, p. 29) répertorient les données des 54 moteurs dont nous disposons grâce à [Wee98, JSR99, Rid97, httb, htte, httc, httd, TF97]. Les "NaN" désignent des données dont nous ne disposions pas.

$\mathbf{C}$	: Code constructeur (Table 2.5, p. 27)	
$F_0$	: Poussée au sol et à l'arrêt	(N)
$M_m^*$	: Masse moteur brut (non avionné)	(kg)
$\lambda$	: Taux de dilution	
$T_4$	: Température d'entrée turbine	(K)
$arepsilon_c$	: Rapport de pression entrée/sortie du compresseur	
L	: Longueur d'entrée de la tuyère	(m)
D	: Diamètre d'entrée de la tuyère	(m)
année	: année de mise en service du moteur	
I	: 1 si implanté sur un avion de ligne Airbus, Boeing, McDouglas	
	: 0 sinon	

Table 2.4 – Nomenclature des données moteurs (Table H.1, p. 276)

C : Constructeur	C : Constructeur
1 : CFM Internationnal	9 : BMW
2 : IAE	10 : AVIA
3 : General Electric	11 : ZMKB
4 : Pratt & Whitney (P & W)	12 : ASE
5 : Rolls-Royce	13 : PERM
6 : Alliedsig	14 : SOLOVIEV
7 : Allison	15 : TRUD
8 : CFE	

Tab. 2.5 – C : Code Constructeur

REMARQUE 2.3 La poussée au sol et à l'arrêt  $F_0$  du MMAC est estimée [htte] entre 69 000 lbf et 84 000 lbf. Nous avons décidé de considérer une poussée moyenne de 76 500 lbf soit 340 289 N.

1	Au sol	et à l'arrêt				
Modèle	$F_0$	$10^{5} C_{SR}$	$F = 10^5 C_{SR} = h$			M
Moteur	(N)	((kg/s)/N)	(N)	((kg/s)/N)	(m)	
FJ44	8452	1.29	2669	2.12	9144	0.7
JT15D	13545	1.59	10738	1.53	12192	0.8
TFE731 5	20000	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
PW305B	23424	1.11	4951	1.91	12192	0.8
CFE738	26325	1.05	5827	1.83	12192	0.8
ALF502R5	31004	1.16	10008	2.04	7620	0.7
LF507	31138	1.15	NaN	1.17	NaN	NaN
AE3007	31805	1.1	NaN	NaN	NaN	NaN
CF34 3A/3B	41013	0.99	NaN	NaN	NaN	NaN
RB183 55515P	44037	1.59	16592	2.27	7620	0.74
SPEY 5118	50710	NaN	9341	2.27	13106	0.75
TAY 611	61608	1.22	11343	1.95	10668	0.8
BR710	66034	1.1	15480	1.81	10668	0.8
RB183 TAY650	67150	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
TAY 651	68503	1.27	13122	1.95	10668	0.8
D 436T1	75019	NaN	14710	1.73	11000	0.75
BR715 55	88444	1.05	19483	1.76	10668	0.8
JT8D 217	90000	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
CFM56 7B20	91633	1.02	NaN	NaN	NaN	NaN
JT8D 219	96526	1.47	23309	2.09	10668	0.76
V2522 A5	97861	0.96	23064	1.63	10668	0.8
CFM56 2B1	97900	NaN	22108	1.84	10668	0.8
CFM56 3C1	104533	0.93	NaN	1.89	10668	0.8
D30KU II	106090	NaN	26970	1.98	11000	0.8
CFM56 2A2	106757	1.02	25620	1.88	10668	0.8
V2500 A1	111206	0.99	22552	1.65	10668	0.8
V2525 D5	111206	1.02	25680	1.63	10668	0.8
CFM56 5A1	113500	0.93	25500	1.69	10668	0.8
CFM56 5C2	138785	0.91	30800	1.61	10668	0.8
V2533 A5	146791	1.05	25466	1.63	10668	0.8
PS90	156800	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
PS90 Soloviev	156800	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
PS 90A	156911	NaN	34322	1.69	11000	0.8
PW2037	170144	0.93	28913	1.65	10668	0.85
NK93	176000	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
RB211 535E4	191718	1.72	37788	1.69	10668	0.8
D 18T PW4152	229795 231308	NaN 0.99	47667	1.61 NaN	11000 NaN	0.75 NaN
PW4052	232197	0.99	NaN	NaN	10668	0.8
CF6 80C2B2	232197	0.99	NaN 53379	1.63	10668	0.8
PW4056	252437	1.02	NaN	NaN	10668	0.8
TRENT 556	255773	NaN	NaN	1.65	9144	0.8
CF6 80C2B1F	257997	0.91	57026	1.65	10668	0.8
PW4358	258000	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80A2	266893	0.99	49131	1.76	10668	0.8
RB211 524H	269562	1.59	52547	1.61	10668	0.85
CF6 80C2A5	272676	0.96	50443	1.64	10668	0.8
CF6 80E1A2	300255	0.93	NaN	1.59	NaN	NaN
PW4168	302479	NaN	NaN	NaN	10668	0.8
TRENT 772	316269	NaN	51155	1.6	10668	0.82
TRENT 900	340289	NaN	NaN	1.63	9144	0.8
PW4084	373651	NaN	NaN	NaN	10668	0.83
GE90 85B	400340	0.81	NaN	1.54	10668	0.83
TRENT 892	406123	NaN	57827	1.58	10668	0.83
			· · · · ·			0.00

Tab. 2.6 – Banque de données moteurs constituée à l'aide de [Wee98], [JSR99], [httb], [htte], [httc], [httd].

Modèle	С	$F_0$	M *	λ	$T_4$	I 6	L	D	année	T
Moteur	C	$\binom{r_0}{(N)}$	$M_m^*$ $(kg)$	^	(K)	$\varepsilon_c$	(m)	(m)	annee	1
FJ44	-	. /	202	2.00		10.0	_ \ /		1000	
JT15D	5 4	8452 13545	202	3.28	NaN 1288	12.8	1.06	0.53	1992 1983	0
TFE731 5	12	20000	401	3.15	1378	19.4	1.39	0.69	NaN	0
PW305B	4	23424	450	4.5	NaN	23	2.08	1.11	1990	0
CFE738	8	26325	601	5.3	1643	23	2.51	1.22	1990	0
ALF502R5	6	31004	606	5.7	NaN	12.2	1.62	1.27	1982	0
LF507	6	31138	628	5.6	NaN	13.8	1.62	1.27	1991	0
AE3007	7	31805	717	NaN	NaN	24	2.71	1.11	NaN	0
CF34 3A/3B	3	41013	757	NaN	1204	21	2.62	1.25	1996	0
RB183 55515P	5	44037	1037	0.71	NaN	15.5	52.46	0.94	1969	0
SPEY 5118	5	50710	1126	0.64	NaN	18.4	2.78	0.83	1968	0
TAY 611	5	61608	1339	3.04	NaN	15.8	2.59	1.52	1988	0
BR710	9	66034	1597	4	NaN	25.7	2.21	1	1996	0
RB183 TAY650	5	67150	1515	3.1	1370	16.4	2.4	1.14	NaN	0
TAY 651	5	68503	1533	3.07	NaN	16.6	2.59	1.52	1992	1
D 436T1	11	75019	1450	4.95	1550	25.2	3.03	1.37	1996	0
BR715 55	9	88444	2062	4.7	NaN	32.1	2.59	1.53	NaN	1
JT8D 217	4	90000	2037	1.73	1407	18.8	4.28	1.25	NaN	1
CFM56 7B20	1	91633	2374	NaN	NaN	NaN	2.5	1.65	1997	1
JT8D 219	4	96526	2048	1.77	NaN	19.2	3.92	1.43	1986	1
V2522 A5	2	97861	2382	5	NaN	24.9	3.2	1.68	1993	1
CFM56 2B1	1	97900	2119	6	1560	23.7	2.43	1.74	NaN	0
CFM56 3C1	1	104533	1951	6	1646	25.7	2.36	1.6	1986	1
D30KU II	10	106090	2318	2.42	NaN	NaN	5.2	1.46	1982	0
CFM56 2A2	1	106757	2186	5.9	1628	25.4	2.43	1.73	NaN	1
V2500 A1	2	111206	2363	5.4	1537	29.4	3.2	1.68	1989	1
V2525 D5	2	111206	2382	4.8	NaN	27.7	3.2	1.68	1994	1
CFM56 5A1	1	113500	2204	6	1600	26.5	2.51	1.83	1987	1
CFM56 5C2	1	138785	2585	6.6	1633	31.5	2.62	1.95	1994	1
V2533 A5	2	146791	2372	4.6	NaN	33.4	3.2	1.68	1994	1
PS90	13	156800	2950	4.4	1640	35	4.96	1.9	NaN	0
PS90 Soloviev	14	156800	3250	4.6	1606	NaN	2.8	1.9	NaN	0
PS 90A	10	156911	2950	4.6	NaN	35.5	4.96	1.9	1992	0
PW2037	4	170144	3248	6	1554	31.8	3.73	2.15	1983	1
NK93	15	176000	3650	NaN	1520	28.9	5.5	2.9	NaN	0
RB211 535E4	5	191718	3295	4.3	1500	25.8	3	1.88	1984	1
D 18T	11	229795	4100	5.6	1600	25	5.4	2.33	1982	0
PW4152	4	231308	4264	4.85	NaN	27.5	3.88	2.48	1986	1
PW4052	4	232197	4264	4.85	NaN	27.5	3.88	2.48	1986	1
CF6 80C2B2	3	233532	4263	5.31	1608	27.1	4.27	2.69	1986	1
PW4056	4	252437	4264	4.85	NaN	29.7	3.88	2.48	1987	1
TRENT 556	5	255773	NaN	7.32	1581	35.59	NaN	2.48	NaN	1
CF6 80C2B1F	3	257997	4309	5.15	1608	29.9	4.27	2.69	NaN	1
PW4358	4	258000	4173	5.2	1538	29.6	3.37	2.38	NaN	1
CF6 80A2	3	266893	3854	4.66	NaN	27.3	3.98	2.49	1981	1
RB211 524H	5	269562	4386	4.3	1548	33	3.18	2.19	1989	1
CF6 80C2A5	3	272676	4144	5.05	1608	31.5	4.27	2.69	1987	1
CF6 80E1A2	3	300255	4865	5.3	NaN	32.4	4.34	2.79	NaN	1
PW4168	4	302479	6509	5.1	NaN	32	4.14	2.54	1993	1
TRENT 772	5	316269	4785	4.89	NaN	36.84	3.91	2.47	1995	1
TRENT 900	5	340289	7977	7.14	1593	41	5.64	2.79	2004	1
PW4084	4	373651	6214	6.41	NaN	36.3	4.87	2.85	1994	1
GE90 85B	3	400340	7550	8.4	NaN	39.3	5.18	3.4	1995	1
TRENT 892	5	406123	5957	5.74	NaN	42.7	4.37	2.79	NaN	1

Tab. 2.7 – Banque de données moteurs constituée à l'aide de [Wee98], [JSR99], [httb], [htte], [httc], [httd].

# 2.3 Validation du modèle d'E.Torenbeek

Ne disposant de données expérimentales qu'à deux points de vol particuliers : au sol et à l'arrêt (h=0m et M=0) et en croisière ( $h\approx 10668m$  et  $M\approx 0.8$ ), il serait absurde de bâtir un modèle dépendant du Mach M, de l'altitude h, du taux de dilution  $\lambda,\ldots,$  uniquement sur ces données. Nous décidons alors d'élaborer nos propres modèles par identification sur le modèle d'E.Torenbeek qui est fondé sur l'étude du fonctionnement moteur et tient compte de beaucoup de paramètres, tout en ayant un vaste domaine de définition. Une telle démarche nécessite que nous validions ce modèle. C'est pourquoi nous allons confronter le modèle d'E.Torenbeek avec les autres modèles analytiques (Section 2.1, p. 19) ainsi qu'avec nos données expérimentales (Section 2.2, p. 26). Nous en profiterons pour mettre en évidence les paramètres influents de la consommation spécifique  $C_{SR}$ , dont nos futurs modèles devront tenir compte. Nous verrons alors que le modèle d'E.Torenbeek est cohérent avec les autres modèles et donne les meilleurs estimations (notamment en croisière). Nous verrons aussi que la consommation spécifique  $C_{SR}$  dépend principalement du Mach M, du taux de dilution  $\lambda$ , de l'altitude h et du rapport de pression entrée/sortie du compresseur  $\varepsilon_c$ .

## 2.3.1 Comparaison avec les autres modèles

Mach de volM

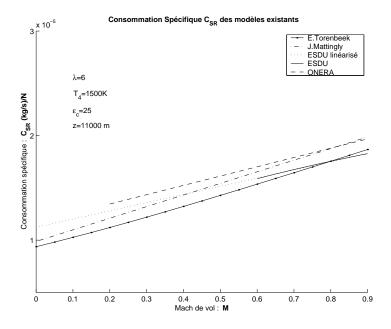


FIG. 2.4 – Confrontation des modèles existants (Section 2.1, p. 19) (Le modèle ESDU a été recalé sur la valeur moyenne des consommations spécifiques de croisière  $C_{SR}$  (Equation 2.4, p. 19) de nos données moteurs à Mach M=0.8 et altitude h=10668 m de croisière). La consommation spécifique  $C_{SR}$  croît quasi-linéairement avec le Mach M.

La consommation spécifique  $C_{SR}$  des modèles existants (Section 2.1, p. 19) croît avec le Mach M (Figure 2.4, p. 30). Pour les modèles de l'ONÉRA (Figure 2.3, p. 24) et d'E. Torenbeek

(Equation 2.9, p. 24) cette croissance se fait par une fonction légèrement convexe. Toutefois, ce phénomène étant très faible, il n'est pas absurde de considérer la consommation spécifique  $C_{SR}$  comme une fonction linéaire du Mach M.

CE QU'IL FAUT RETENIR 2.1 La consommation spécifique  $C_{SR}$  est une fonction croissante et quasi-linéaire du Mach M.

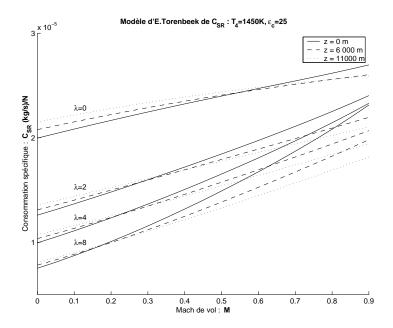


FIG. 2.5 – Modèle de Torenbeek (Equation 2.9, p. 24) : Consommation spécifique  $C_{SR}$  fonction du Mach de vol M

Le modèle d'E.Torenbeek (Figure 2.5, p. 31) nous montre que plus le taux de dilution  $\lambda$  augmente, plus la pente de cette droite augmente, alors que l'ordonnée à l'origine décroît. Dans le domaine actuel de taux de dilution et de Mach, prendre un taux de dilution  $\lambda$  élevé, revient à abaisser la consommation spécifique  $C_{SR}$ . L'exposant n du modèle ESDU étant une fonction croissante du taux de dilution  $\lambda$  (Equation 2.7, p. 21), nous retrouvons ce fait en ce qui concerne la pente de la consommation spécifique en fonction du Mach. Plus le taux de dilution est grand, plus le réacteur a un fan important. Le réacteur double flux à fort taux de dilution  $\lambda$  a alors un comportement proche d'une hélice. Rappelons (Equation 2.1, p. 18) que la consommation d'un moteur à hélice est le produit d'une consommation spécifique  $C_{SH}$  et d'une puissance  $FV: C = C_{SH}FV$ . La consommation spécifique du réacteur à fort taux de dilution augmente donc avec la vitesse (Figure 2.5, p. 31). Regardons de plus près, la sensibilité de la consommation spécifique  $C_{SR}$  avec le taux de dilution  $\lambda$ .

## Taux de dilution $\lambda$

Le modèle d'E. Torenbeek (Equation 2.9, p. 24) montre une forte diminution de la consommation spécifique  $C_{SR}$  avec l'augmentation du taux de dilution  $\lambda$  (Figure 2.6, p. 32). Il n'est pas aberrant de considérer cette variation comme linéaire si le taux de

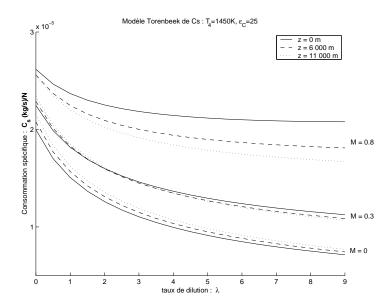


FIG. 2.6 – Modèle de Torenbeek (Equation 2.9, p. 24) : Consommation spécifique  $C_{SR}$  fonction du taux de dilution  $\lambda$ 

dilution  $\lambda$  est suffisamment élevé ce qui est le cas de la plupart des gros moteurs civils.

CE QU'IL FAUT RETENIR 2.2 Plus le taux de dilution  $\lambda$  est élevé, moins la consommation spécifique  $C_{SR}$  est importante. Et, la consommation spécifique  $C_{SR}$  peut être considérée comme une fonction linéaire du taux de dilution s'ils sont supérieurs à 3 (c'est-à-dire pour la plupart des gros moteurs civils)

# Altitude de vol h

L'altitude affecte les paramètres de l'atmosphère (température T, pression P et masse volumique de l'air  $\rho$  (Section F.1, p. 269)). De ce fait, elle influence également le fonctionnement du générateur (T et P d'entrée moteur) et du fan ( $\rho$  sur chaque pale). Ainsi la consommation spécifique est affectée tout comme la poussée (Section 3, p. 87). Prenons le cas du modèle de J.Mattingly (Equation 2.5, p. 20). L'influence de l'altitude se traduit par le facteur  $\sqrt{\theta} = \sqrt{\frac{T}{T_0}}$ . Plus l'altitude augmente, plus la température T décroît (jusqu'à 11 km (Section F.1, p. 269)), et donc plus la consommation spécifique décroît aussi (Figure 2.7, p. 33). À des altitudes supérieures à 11 km, la consommation spécifique  $C_{SR}$  est diminuée de 13.4% par rapport à sa valeur au sol (au même Mach). Pour les autres modèles, l'altitude n'entre pas uniquement en jeu dans un facteur proportionnel mais affecte aussi la pente de la courbe. En effet, cela se traduit par le coefficient n de l'ESDU qui est une fonction décroissante de l'altitude n (Equation 2.7, p. 21). C'est plus subtil pour le modèle d'E.Torenbeek car cela touche  $\sqrt{\theta} = \sqrt{\frac{T}{T_0}}$  (comme le modèle de J.Mattingly) mais aussi les rendements moteurs, notamment le rendement isentropique

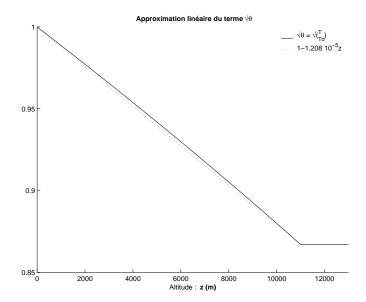


FIG. 2.7 – Effet de l'altitude h sur la consommation spécifique :  $\sqrt{\theta} = \sqrt{\frac{T}{T_0}}$ . Modèle de J.Mattingly (Equation 2.5, p. 20)

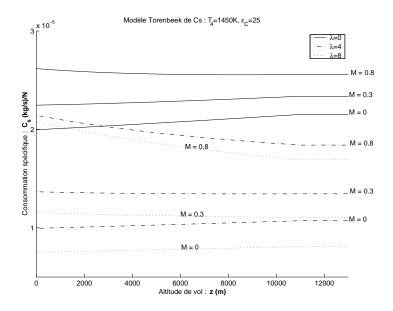


FIG. 2.8 – Modèle de Torenbeek (Equation 2.9, p. 24) : Consommation spécifique  $C_{SR}$  fonction de l'altitude h

de l'entrée d'air du fan  $\eta_d$  par le nombre de Reynolds Re ainsi que le taux de pression à l'entrée du générateur  $\eta_i$  (Table 2.2, p. 25). Les modèles d'E.Torenbeek (Figure 2.8, p. 33) et de l'Onéra (Figure 2.3, p. 24) semblent montrer une inversion de l'influence de l'altitude pour des Mach proches du décollage. Par conséquent, c'est le phénomène inverse à l'arrêt M=0: la consommation spécifique est plus importante en altitude pour des Mach nuls.

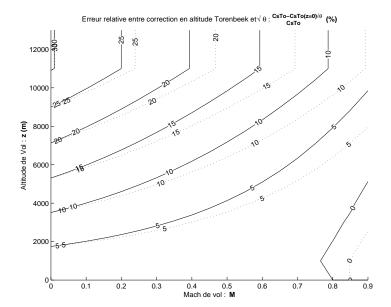


FIG. 2.9 – Erreur relative du choix d'une correction de consommation spécifique  $C_{SR}$  en altitude de la forme  $\sqrt{\theta}$  vis-à-vis du modèle Torenbeek dont les rendements moteurs sont affectés par l'altitude. ...  $\lambda = 4, -\lambda = 6$ 

Remarque 2.4 Passé 11 km, une augmentation d'altitude h ne se fait plus sentir sur le modèle d'E.Torenbeek (Figure 2.8, p. 33). En effet, l'altitude intervient dans les termes  $\sqrt{\theta} = \sqrt{\frac{T}{T_0}}$  et  $\phi = \frac{T_4}{T}$  (Nondimensional Turbine Entry Temperature) qui ne varient plus après 11 km (selon le modèle standard de l'atmosphère), mais aussi dans le rendement  $\eta_d$  (Isentropic fan intake duct efficiency) par le nombre de Reynolds Requi lui continue à varier passé 11 km (masse volumique  $\rho(h)$ ) mais cet effet semble négligeable. Par ailleurs, si nous considérons des Mach de croisière  $M\approx 0.8$  alors cet effet se traduit essentiellement par le facteur  $\sqrt{\theta} = \sqrt{\frac{T}{T_0}}$ , l'influence des rendements moteurs est moindre. En effet, regardons la figure (Figure 2.8, p. 33). Pour le taux de dilution  $\lambda = 4$ , à M = 0.8, la consommation spécifique décroît de 14.9% entre les altitudes  $h=0\,m$  et  $h=11\,km$ . C'est presque du même ordre de grandeur que le facteur  $\sqrt{\theta} = \sqrt{\frac{T}{T_0}}$  (Figure 2.7, p. 33) (13.4%). Si nous regardons la figure (Figure 2.6, p. 32), nous nous apercevons que ce type de correction en  $\sqrt{\theta}$ , présente un écart de ce type pour des Mach de croisière  $M \approx 0.8$  et pour des taux de dilution proche de 4. Mais cela devient moins évident lorsque le taux de dilution augmente. Afin de vérifier cette observation basée sur quelques points particuliers, nous avons estimé l'erreur relative (Figure 2.9, p. 34) entre la consommation spécifique  $C_{SR}$  estimée par le modèle d'E. Torenbeek à une altitude h donnée  $C_{SRTo}(h)$  et la consommation spécifique aussi estimée par le modèle d'E.Torenbeek mais à une altitude nulle et dont l'effet de l'altitude est traduit uniquement par le facteur multiplicatif  $\sqrt{\theta}$  (c'est-à-dire  $C_{SRTo}(h=0)\sqrt{\theta}$ ). Un modèle en  $\sqrt{\theta}$  sera donc assez bon pour prédire les consommations spécifiques en croisière. Par contre, au décollage et pour la montée (Mach Mentre 0 et 0.3), ce type de correction sera d'autant plus mauvais que la piste sera à une altitude élevée (Figure 2.6, p. 32). Ce phénomène devient important pour des pistes qui seraient à très hautes altitudes, mais rares sont les pistes à plus de 3 000 m d'altitude! Donc tout va bien, ce type de correction nous donne globalement une erreur de moins de 10%. Une correction supplémentaire en altitude h est envisageable pour améliorer davantage les prédictions de  $C_{SR}$ . C'est ce que nous ferons pour l'élaboration de nos

Remarque 2.5 Le terme en  $\sqrt{\theta}$  peut être simplement modélisé par une fonction linéaire par morceaux (Figure 2.7, p. 33).

$$\sqrt{\theta} \approx 1 - 1.208 \, 10^{-5} \, h \quad h < 11 \, km$$
 
$$\approx 0.867 \qquad h \geq 11 \, km$$
 
$$\theta : \quad \text{Rapport des températures en vol et au sol } \theta = \frac{T}{T_0}$$
 
$$T : \quad \text{Température en vol (Section F.1, p. 269)} \qquad K$$
 
$$T_0 \quad \text{Température au sol (Section F.1, p. 269)} \qquad K$$
 
$$h \quad \text{Altitude de vol } h \leq 20 \, km \qquad m$$

CE QU'IL FAUT RETENIR 2.3 la consommation spécifique  $C_{SR}$  décroît avec l'altitude h pour des Mach M de croisière. L'effet de l'altitude h après 11 km est minime. Une correction en altitude de la forme  $\sqrt{\theta}$  peut être envisagée mais pas suffisante pour  $h < 11 \ km$ .

## Température d'Entrée Turbine $T_4$

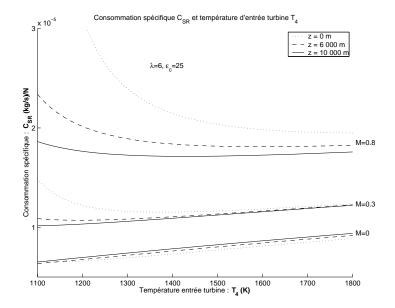


FIG. 2.10 – Modèle de Torenbeek (Equation 2.9, p. 24) : Consommation spécifique  $C_{SR}$  fonction de la température d'entrée turbine  $T_4$ 

La consommation spécifique  $C_{SR}$  décroît fortement avec l'augmentation de la température d'entrée turbine  $T_4$ , et c'est pourquoi, beaucoup d'efforts ont été faits durant ce siècle afin de développer des superalliages à base de Nickel (pour les aubes de la turbine), capables de résister à de telles températures. M.Ashby et D.Jones nous expliquent dans [AJ96] que la consommation varie beaucoup pour des températures d'entrée turbine  $T_4$  inférieures à  $1000^{\circ}C$  ( $1273\,K$ ), et donc c'était un critère important dans les années 50 étant donnés les matériaux que l'on était capable de fabriquer. Mais qu'au-delà de  $1000^{\circ}C$ , la consommation n'est plus très sensible à la  $T_4$  (c'est aussi ce que nous montre le modèle d'E.Torenbeek (Figure 2.10, p. 35)). Or les moteurs actuels ont des températures d'entrée turbine  $T_4$  bien supérieures à  $1000^{\circ}C$  (de l'ordre de  $1600^{\circ}K$  pour les réacteurs

civils modernes). Nous n'entacherons donc pas trop nos modèles en ne considérant pas l'influence de la  $T_4$ . Rappelons que notre étude vise la conception de futurs avions avec des moteurs actuels, voir même de futurs moteurs.

CE QU'IL FAUT RETENIR 2.4 La consommation spécifique  $C_{SR}$  est peu influencée par la température d'entrée turbine  $T_4$  des moteurs actuels.

Remarque 2.6 Il est curieux qu'à partir d'une certaine température d'entrée turbine  $T_4$ , la consommation spécifique augmente légèrement pour le modèle d'E. Torenbeek (Figure 2.10, p. 35). Ce n'est pas le cas pour celle que M.Ashby et D.Jones proposent dans leur ouvrage [AJ96]. Nous n'avons pas d'explication physique de ce phénomène.

## Taux de compression $\varepsilon_c$

Nous avons aussi voulu vérifier l'influence du rapport de pression entrée/sortie du compresseur  $\varepsilon_c$ . Nous estimons l'impact de ce paramètre par le modèle d'E.Torenbeek (Figure 2.11, p. 36). Mis à part le cas de Mach de croisière  $M\approx 0.8$  et à des altitudes presque nulles (domaine de vol rarement rencontré!), la consommation spécifique  $C_{SR}$  décroît avec le taux de compression  $\varepsilon_c$  (Figure 2.11, p. 36).

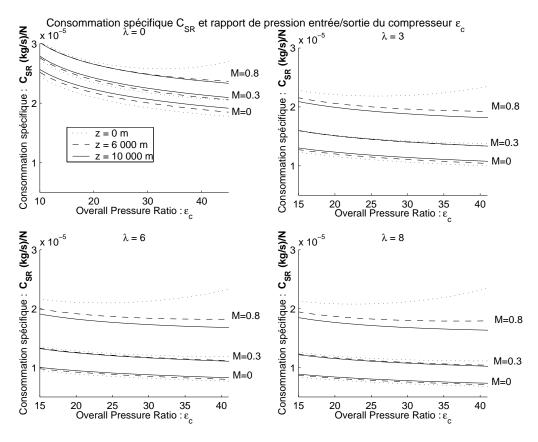


FIG. 2.11 – Modèle de Torenbeek (Equation 2.9, p. 24) : Consommation spécifique  $C_{SR}$  fonction du rapport de pression entrée/sortie du compresseur  $\varepsilon_c$ 

Le rapport de pression entrée/sortie du compresseur  $\varepsilon_c$  a un impact sur la consommation spécifique  $C_{SR}$  d'autant plus marqué que le taux de dilution  $\lambda$  est proche de

zéro, c'est-à-dire pour les réacteurs simple flux (turbojet) ou les réacteurs double flux (turbofan) de taux de dilution  $\lambda$  inférieur à 3. Ainsi, nous recommandons vivement de tenir compte du rapport de pression entrée/sortie du compresseur  $\varepsilon_c$  pour mettre au point un modèle de consommation spécifique adapté aux moteurs militaires équipant les avions de chasse. Mais notre étude concerne les avions de ligne, c'est-à-dire des moteurs dont le taux de dilution  $\lambda$  est généralement supérieur à 3. La figure (Figure 2.11, p. 36) nous montre que pour ces taux de dilution là, l'impact du taux de compression  $\varepsilon_c$  sur la consommation spécifique  $C_{SR}$ , est quasiment indépendant du taux de dilution  $\lambda$  (pour un Mach M et une altitude h donnés). Par exemple, à Mach de croisière M=0.8, à l'altitude  $h=10\,000\,m$  et pour un moteur de taux de dilution  $\lambda=8$ , la consommation spécifique à  $\varepsilon_c=16.6$  (valeur la plus faible de nos gros moteurs civils) est de  $1.82\,10^{-5}\,(kg/s)/N$  et à  $\varepsilon_c=42.7$  (valeur la plus grande de nos gros moteurs civils) est de  $1.63\,10^{-5}\,(kg/s)/N$ . Soit 10.2% de moins. Ces valeurs sont respectivement de  $2\,10^{-5}\,(kg/s)/N$  et  $1.8\,10^{-5}\,(kg/s)/N$  pour un taux de dilution de 3: soit 11.9%. Par ailleurs, pour des altitudes de croisière, la pente des courbes (Figure 2.11, p. 36) semble indépendante du Mach de vol M.

CE QU'IL FAUT RETENIR 2.5 La consommation spécifique  $C_{SR}$  est relativement sensible au rapport de pression entrée/sortie du compresseur  $\varepsilon_c$ . Ce phénomène est d'autant plus marqué pour les réacteurs simple flux. Pour des altitudes de croisière, il est possible de modéliser la consommation spécifique  $C_{SR}$  comme une fonction linéaire du taux de compression  $\varepsilon_c$  indépendante du Mach et éventuellement du taux de dilution. Nous estimerons l'impact de ces choix par la suite (Section 2.4, p. 44).

# 2.3.2 Comparaison avec des données expérimentales

#### Données précises

Comme nous le disions précédemment (Section 2.2, p. 26), nous disposons de données précises concernant trois moteurs. Nous allons donc confronter ces données moteurs aux modèles existants que nous venons de répertorier. Nous disposons de la consommation spécifique au sol et à l'arrêt  $C_{SR_0}$  de ces moteurs réels, ainsi que celle en croisière  $C_{SR_{cr}}$  (à une altitude de vol h et un Mach M donnés). Nous avions aussi l'estimation de ces valeurs par le modèle de l'Onéra [TF97].

Remarque 2.7 Le modèle proposé par l'ESDU (Equation 2.8, p. 23) nécessitant de connaître une consommation spécifique de référence, nous avons choisi de le recaler sur la valeur de consommation spécifique en croisière  $C_{SRcr}$  du moteur réel. Ainsi, nous pouvons vérifier si avec ce type de recalage, ce modèle est cohérent avec la donnée de consommation spécifique à l'arrêt  $C_{SR0}$ .

REMARQUE 2.8 Pour tracer la consommation spécifique en fonction du Mach M à une altitude donnée (altitude de croisière  $h_{cr}$  pour laquelle nous avons la valeur réelle de  $C_{SRcr}$ ), nous avons besoin de la valeur de la consommation spécifique à l'arrêt et à altitude de croisière  $h_{cr}: C_{SR}(h_{cr}, M=0)$ . Or, nous ne disposons que de la consommation spécifique à l'arrêt et au sol  $C_{SR0}=C_{SR}(h=0, M=0)$ . Nous avons supposé que l'écart des consommations spécifiques estimées par le modèle d'E.Torenbeek  $(C_{SR0To}(h_{cr})=C_{SR}(h_{cr}, M=0)$  et  $C_{SR0To}$ ) était le même pour les moteurs réels  $(C_{SR0}(h_{cr})=C_{SR}(h_{cr}, M=0))$ . Soit :

$$C_{SR0}(h_{cr}) - C_{SR0} = C_{SR0To}(h_{cr}) - C_{SR0To}$$
  
 $C_{SR0}(h_{cr}) = C_{SR0} + C_{SR0To}(h_{cr}) - C_{SR0To}$ 

 $C_{SR0}$ : Consommation spécifique au sol et à l'arrêt (kg/s)/N $C_{SR0}(h_{cr})$ : Consommation spécifique à l'arrêt à alti-(kg/s)/Ntude de croisière : Consommation spécifique au sol et à l'ar-(kg/s)/N $C_{SR0To}$ rêt estimée par le modèle d'E.Torenbeek (Equation 2.9, p. 24) : Consommation spécifique à l'arrêt à alti- $C_{SR0To}(h_{cr})$ (kg/s)/Ntude de croisière estimée par le modèle

d'E.Torenbeek (Equation 2.9, p. 24)

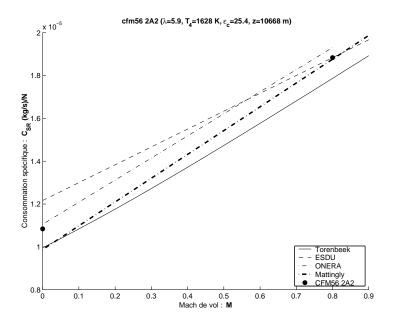


FIG.  $2.12-CFM56\ 2A2$ . Estimation des consommations spécifiques  $C_{SR}$  en croisière par les modèles existants. Le modèle ESDU (Equation 2.8, p. 23) a été recalé sur la donnée de  $C_{SRcr}$  du moteur réel. Les consommations spécifiques  $C_{SR0}(h_{cr})$  du moteur réel et du modèle de l'Onéra sont estimées par recalage sur le modèle d'E. Torenbeek (Remarque 2.8, p. 38). Le modèle de J.Mattingly ne tient pas compte des différents taux de dilution  $\lambda$  et donne donc les mêmes résultats quelques soient les moteurs puisque l'altitude de croisière est identique.

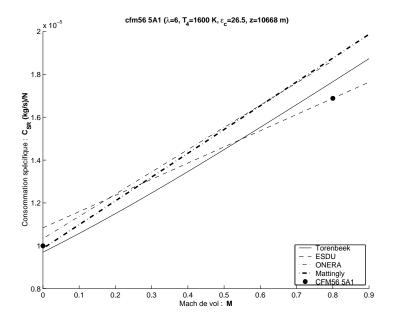


FIG. 2.13 - CFM56 5A1. Estimation des consommations spécifiques  $C_{SR}$  en croisière par les modèles existants. Le modèle ESDU (Equation 2.8, p. 23) a été recalé sur la donnée de  $C_{SR_{cr}}$  du moteur réel. Les consommations spécifiques  $C_{SR0}(h_{cr})$  du moteur réel et du modèle de l'Onéra sont estimées par recalage sur le modèle d'E. Torenbeek (Remarque 2.8, p. 38). Le modèle de J.Mattingly ne tient pas compte des différents taux de dilution  $\lambda$  et donne donc les mêmes résultats quelques soient les moteurs puisque l'altitude de croisière est identique.

Pour chacun de nos trois moteurs de référence, les modèles existants sont cohérents entre eux et donnent des estimations correctes (Figure 2.12, p. 38), (Figure 2.13, p. 39) et (Figure 2.14, p. 40). En effet, la pente de la consommation spécifique en fonction du nombre de Mach M est sensiblement identique. Le modèle d'E. Torenbeek paraît pessimiste pour les consommations de croisière. La pente de ce modèle est d'ailleurs plus élevée que les autres modèles. Ce n'est pas le cas du modèle ESDU qui au contraire a une pente trop faible.

Remarque 2.9 Ne disposant que d'une valeur en croisière à M=0.8, nous avons pris cette valeur comme référence. Nous avons donc recalé le modèle ESDU (Equation 2.8, p. 23) par rapport à cette valeur. Pour ramener la pente du modèle ESDU à celle de la droite tracée entre les deux valeurs de consommation spécifique des moteurs réels, il faudrait considérer un Mach de référence de 0.61 pour le CFM56 2A2, de 0.65 pour le CFM56 5A1, de 0.75 pour le CFM56 5C2 (valeur de référence calculée à partir du modèle ESDU, calé sur les Mach de croisière dont nous disposions). Le Mach de référence à considérer semble alors plus faible que les Mach de croisière habituels (M=0.8).

Regardons ce qu'il en est pour le taux de dilution  $\lambda$  (Figure 2.15, p. 40). La consommation spécifique décroît avec l'augmentation du taux de dilution  $\lambda$ . Le modèle d'E. Torenbeek donne alors de bonnes estimations.

La comparaison des modèles existants de consommation spécifique  $C_{SR}$  avec nos données précises de moteurs semble montrer que ces modèles sont assez cohérents et que celui d'E. Torenbeek se place toujours très bien. Mais regardons ce qu'il en est pour un plus grand nombre de données moteurs.

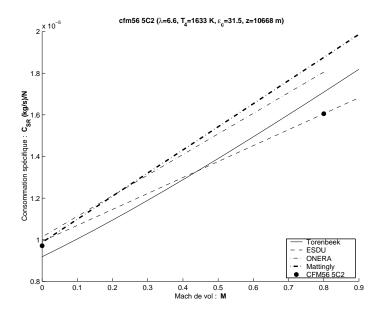


FIG. 2.14 - CFM56 5C2. Estimation des consommations spécifiques  $C_{SR}$  en croisière par les modèles existants. Le modèle ESDU (Equation 2.8, p. 23) a été recalé sur la donnée de  $C_{SRcr}$  du moteur réel. Les consommations spécifiques  $C_{SR0}(h_{cr})$  du moteur réel et du modèle de l'Onéra sont estimées par recalage sur le modèle d'E. Torenbeek (Remarque 2.8, p. 38). Le modèle de J.Mattingly ne tient pas compte des différents taux de dilution  $\lambda$  et donne donc les mêmes résultats quelques soient les moteurs puisque l'altitude de croisière est identique.

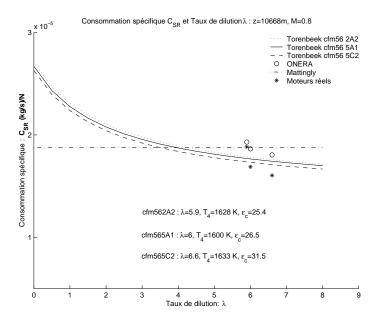


FIG. 2.15 – Estimation des consommations spécifiques  $C_{SR}$  en croisière par les modèles existants. Consommation spécifique  $C_{SR}$  fonction du taux de dilution  $\lambda$ . Le modèle de J.Mattingly (Equation 2.5, p. 20) est indépendant du taux de dilution. Celui d'E.Torenbeek donnent d'excellentes prédictions entre moteurs réels et modèles Onéra.

### Données courantes

Nous allons comparer les modèles existants de  $C_{SR}=cte$  (Equation 2.3, p. 19) et (Equation 2.4, p. 19), de J.Mattingly (Equation 2.5, p. 20) et d'E.Torenbeek (Equation 2.9, p. 24) avec notre banque de données moteurs (Table 2.6, p. 28). Nous disposons d'une valeur de consommation spécifique au sol ainsi que d'une valeur en croisière (à Mach M de croisière et altitude h donnés). Nous comparons alors ces deux valeurs de moteurs réels avec les estimations de ces modèles existants (Au sol et à l'arrêt (Table 2.8, p. 42), et en croisière (Table 2.9, p. 43)).

Remarque 2.10 L'erreur relative est calculée de la manière suivante :

$$Er_{\%} = 100 \frac{C_{SRR\acute{\text{eelle}}} - C_{SRC\acute{\text{alcul\acute{e}e}}}}{C_{SRR\acute{\text{eelle}}}}$$

Les erreurs relatives moyennes ne reflètent que la valeur de l'écart. En effet, elles sont calculées comme la moyenne des valeurs absolues des erreurs relatives.

$$Er_{moy\%} = \frac{1}{N_m} \sum_{i=1}^{N_m} |Er_{i\%}|$$

L'écart type  $\sigma$  est défini par la racine carrée de la variance soit (avec  $N_m$  le nombre de moteurs) :

$$\sigma^{2} = \frac{1}{N_{m}} \sum_{i=1}^{n} \left( C_{SRi} - C_{SRmoy} \right)^{2}$$

En prenant une valeur moyenne de consommation spécifique  $C_{SR}$  en croisière et une autre au sol et à l'arrêt, le modèle de consommation spécifique constante reflète assez bien la réalité. En effet, l'erreur relative<sup>4</sup> sur tous nos moteurs, aussi différents soient-ils (taux de dilution  $\lambda$ , altitude h et Mach M de croisière, . . . ), n'est que de 14.25% au sol et à l'arrêt et de 9.53% en croisière, ce qui est tout de même remarquable. Ce simple modèle est même meilleur que le modèle de J.Mattingly (Equation 2.5, p. 20) qui différencie les altitudes de croisière de chacun des moteurs, avec le terme  $\sqrt{\theta}$ . Pour notre banque de données, la moyenne des consommations spécifiques est de  $C_{SR} = 1.11 \ 10^{-5} \ (kg/s)/N$  soit  $0.4 \ kg/daN.h$  au sol et à l'arrêt (Equation 2.3, p. 19), et de  $C_{SR} = 1.75 \ 10^{-5} \ (kg/s)/N$  soit  $0.63 \ kg/daN.h$  en croisière (Equation 2.4, p. 19). Le modèle d'E.Torenbeek (Equation 2.9, p. 24) est sans conteste le meilleur et donne des résultats plus que satisfaisants! Il n'est donc pas absurde d'identifier nos propres modèles sur celui-ci.

Les moteurs réels confirment ce que nous avions remarqué (Remarque 2.2, p. 32) à savoir : plus le taux de dilution  $\lambda$  est élevé, moins la consommation spécifique  $C_{SR}$  est importante (Figure 2.16, p. 44). Cette diminution est quasi-linéaire pour des taux de dilution  $\lambda > 3$  ce qui est le cas de la plupart des gros moteurs civils. Le Modèle d'E.Torenbeek (Figure 2.16, p. 44), décrit assez bien ces moteurs (mais semble sous-estimer tout de même les consommations spécifiques  $C_{SR}$  au sol et à l'arrêt). Nos données expérimentales (Table 2.6, p. 28) reflètent aussi la décroissance de la consommation spécifique  $C_{SR}$  avec le rapport de pression entrée/sortie du compresseur  $\varepsilon_c$  (Figure 2.17, p. 45) que nous avions observée avec le modèle d'E.Torenbeek (Figure 2.11, p. 36).

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Vous trouverez les définitions des erreurs relative et relative moyenne ainsi que l'écart type (Remarque 2.10, p. 41). Les "NaN" représentent les données dont nous ne disposons pas ou qu'il nous est impossible de déterminer (par manque de données).

			Au sol et à l'arrêt					
Donnée	Données Moteurs						renbeek	
Modèle	$\lambda$	$10^{5}C_{SR_{0}}$	$C_{SR_{moy}}$ $Er_{\%}$	$10^{5}C_{SR_{0}}$	$Er_{\%}$	$10^{5}C_{SR_{0}}$	$Er_{\%}$	
		(kg/s)/N	, ,	(kg/s)/N	, ,	(kg/s)/N	, ,	
SPEY 5118	0.64	NaN	NaN	1.13	NaN	1.75	NaN	
RB183 55515P	0.71	1.59	30.25	1.13	28.57	1.79	-12.61	
JT8D 217	1.73	NaN	NaN	1.13	NaN	1.37	NaN	
JT8D 219	1.77	1.47	24.73	1.13	22.93	1.38	6.03	
D30KU II	2.42	NaN	NaN	1.13	NaN	NaN	NaN	
TAY 611	3.04	1.22	9.16	1.13	6.98	1.21	0.34	
TAY 651	3.07	1.27	13.19	1.13	11.11	1.2	6.12	
RB183 TAY650	3.1	NaN	NaN	1.13	NaN	1.15	NaN	
TFE731 5	3.15	NaN	NaN	1.13	NaN	1.1	NaN	
FJ44	3.28	1.29	14.34	1.13	12.28	1.24	4.05	
JT15D	3.3	1.59	30.25	1.13	28.57	1.13	28.74	
BR710	4	1.1	-0.16	1.13	-2.56	0.99	10.45	
RB211 524H	4.3	1.59	30.62	1.13	28.95	0.96	39.68	
RB211 535E4	4.3	1.72	35.65	1.13	34.1	0.99	42.57	
PS90	4.4	NaN	NaN	1.13	NaN	0.99	NaN	
PW305B	4.5	1.11	0.1	1.13	-2.3	0.97	12.57	
V2533 A5	4.6	1.05	-5.57	1.13	-8.11	0.89	15.23	
PS 90A	4.6	NaN	NaN	1.13	NaN	0.88	NaN	
PS90 Soloviev	4.6	NaN	NaN	1.13	NaN	NaN	NaN	
CF6 80A2	4.66	0.99	-11.61	1.13	-14.29	0.92	7.06	
BR715 55 V2525 D5	4.7	1.05	-5.57	1.13	-8.11	0.89	15.26	
	4.8	1.02	-8.51	1.13	-11.11	0.91	10.95	
PW4052 PW4056	4.85	0.99 1.02	-11.29 -8.81	1.13	-13.96 -11.42	0.91	8.9 12.35	
PW4152	4.85	0.99	-12.25	1.13	-14.94	0.89	8.12	
TRENT 772	4.89	NaN	NaN	1.13	NaN	0.85	NaN	
D 436T1	4.95	NaN	NaN	1.13	NaN	0.96	NaN	
V2522 A5	5	0.96	-14.89	1.13	-17.65	0.91	5.12	
CF6 80C2A5	5.05	0.96	-14.89	1.13	-17.65	0.94	2.38	
PW4168	5.1	NaN	NaN	1.13	NaN	0.86	NaN	
CF6 80C2B1F	5.15	0.91	-22.07	1.13	-25	0.94	-4.01	
PW4358	5.2	NaN	NaN	1.13	NaN	0.91	NaN	
CF6 80E1A2	5.3	0.93	-18.37	1.13	-21.21	0.85	9.56	
CFE738	5.3	1.05	-5.86	1.13	-8.4	1	4.37	
CF6 80C2B2	5.31	0.91	-22.07	1.13	-25	0.95	-4.82	
V2500 A1	5.4	0.99	-11.61	1.13	-14.29	0.9	9.64	
LF507	5.6	1.15	3.79	1.13	1.48	0.99	13.63	
D 18T	5.6	NaN	NaN	1.13	NaN	0.94	NaN	
ALF502R5	5.7	1.16	4.26	1.13	1.96	1.01	12.23	
TRENT 892	5.74	NaN	NaN	1.13	NaN	0.78	NaN	
CFM56 2A2	5.9	1.02	-8.54	1.13	-11.14	0.93	8.64	
CFM56 3C1	6	0.93	-18.37	1.13	-21.21	0.93	0.43	
CFM56 5A1	6	0.93	-18.37	1.13	-21.21	0.9	3.2	
PW2037 CFM56 2B1	6	0.93 NaN	-18.37 NaN	1.13	-21.21 NaN	0.85	8.86 NaN	
PW4084	6.41	NaN	NaN NaN	1.13 1.13	NaN	0.91 0.76	NaN NaN	
CFM56 5C2	6.6	0.91	-22.07	1.13	-25	0.76	5.84	
TRENT 900	7.14	NaN	-22.07 NaN	1.13	NaN	0.83	NaN	
TRENT 556	7.32	NaN	NaN	1.13	NaN	NaN	NaN	
GE90 85B	8.4	0.81	-37.06	1.13	-40.35	0.67	16.78	
CFM56 7B20	NaN	1.02	-8.51	1.13	-11.11	NaN	NaN	
CF34 3A/3B	NaN	0.99	-11.61	1.13	-14.29	NaN	NaN	
AE3007	NaN	1.1	-0.16	1.13	-2.56	NaN	NaN	
NK93	NaN	NaN	NaN	1.13	NaN	NaN	NaN	
$C_{SRmoy} = 1.11$					•			
$\mathcal{E}_{cart type}$ :			H					
Erreur relative			14.25	16.0	3	10.9	5	
Effect relative moyenne $Er_{moy\%}$			= 3.0					

TAB. 2.8 – Confrontation des données moteurs (Table 2.6, p. 28) et des évaluations de consommations spécifiques  $C_{SR}$  au sol et à l'arrêt par les modèles existants : Modèle de  $C_{SR}$  constante (Equation 2.3, p. 19), Modèle de J.Mattingly (Equation 2.5, p. 20), Modèle d'E.Torenbeek (Equation 2.9, p. 24)

			En croisière				
Donnée			$C_{SR_{moy}}$	J.Matti		E.Torenbeek	
Modèle	λ	$10^5 C_{SR}  (kg/s)/N$	$Er_{\%}$	$10^5 C_{SR}  (kg/s)/N$	$Er_{\%}$	$10^5 C_{SR}  (kg/s)/N$	$Er_{\%}$
SPEY 5118	0.64	2.27	22.69	1.81	20.06	2.39	-5.4
RB183 55515P	0.71	2.27	22.69	1.89	16.62	2.45	-8
JT8D 217	1.73	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
JT8D 219	1.77	2.09	16.08	1.83	12.27	2.11	-1.31
D30KU II	2.42	1.98	11.64	1.87	5.86	NaN	NaN
TAY 611	3.04	1.95	10.36	1.88	4.02	2.06	-5.34
TAY 651	3.07	1.95	10.36	1.88	4.02	2.04	-4.31
RB183 TAY650	3.1	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
TFE731 5	3.15	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
FJ44	3.28	2.12	17.54	1.8	15.07	2.04	4.1
JT15D	3.3	1.53	-14.32	1.87	-21.81	2.04	-33.43
BR710	4	1.81	3.36	1.88	-3.48	1.84	-1.45
RB211 524H	4.3	1.61	-8.51	1.93	-19.63	1.84	-13.69
RB211 535E4	4.3	1.69	-3.43	1.88	-10.75	1.83	-8.18
PS90	4.4	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
PW305B	4.5	1.91	8.37	1.87	2.37	1.83	4.12
V2533 A5	4.6	1.63	-7.75	1.88	-15.38	1.75	-7.52
PS 90A	4.6	1.69	-3.95	1.87	-10.76	1.73	-2.63
PS90 Soloviev	4.6	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80A2	4.66	1.76	0.72	1.88	-6.3	1.79	-1.35
BR715 55	4.7	1.76	0.24	1.88	-6.82	1.75	0.27
V2525 D5	4.8	1.63	-7.75	1.88	-15.38	1.78	-9.39
PW4052	4.85	NaN	NaN	1.88	NaN	1.78	NaN
PW4056	4.85	NaN	NaN	1.88	NaN	1.76	NaN
PW4152	4.85	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
TRENT 772	4.89	1.6	-9.47	1.9	-18.6	1.74	-8.71
D 436T1	4.95	1.73	-1.39	1.81	-4.83	1.76	-1.79
V2522 A5	5	1.63	-7.75	1.88	-15.38	1.79	-10.36
CF6 80C2A5	5.05	1.64	-7	1.88	-14.58	1.77	-8.07
PW4168	5.1	NaN	NaN	1.88	NaN	1.73	NaN
CF6 80C2B1F	5.15	1.6	-9.66	1.88	-17.42	1.78	-11.21
PW4358	5.2	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80E1A2	5.3	1.59	-10.05	NaN	NaN	NaN	NaN
CFE738	5.3	1.83	4.11	1.87	-2.17	1.84	-0.7
CF6 80C2B2	5.31	1.63	-7.38	1.88	-14.98	1.79	-9.87
V2500 A1	5.4	1.65	-6.45	1.88	-13.99	1.75	-6.57
LF507	5.6	1.17	-49.39	NaN	NaN	NaN	NaN
D 18T	5.6	1.61	-8.51	1.81	-12.19	1.74	-7.79
ALF502R5	5.7	2.04	14.1	1.84	9.63	1.92	6.06
TRENT 892	5.74	1.58	-11.04	1.91	-21.01	1.7	-7.79
CFM56 2A2	5.9	1.88	6.98	1.88	0.39	1.79	5.15
CFM56 3C1	6	1.89	7.27	1.88	0.71	1.78	5.62
CFM56 5A1	6	1.69	-3.77	1.88	-11.12	1.77	-4.59
PW2037	6	1.65	-6.27	1.93	-17.16	1.77	-7.44
CFM56 2B1	6	1.84	4.55	1.88 1.91	-2.2	1.79	2.73 NaN
PW4084 CFM56 5C2	6.41	NaN	NaN		NaN 16 94	1.7	NaN 6.46
	6.6 7.14	1.61	-9.11 7.56	1.88	-16.84	1.71	-6.46
TRENT 900 TRENT 556	7.14	1.63 1.65	-7.56 -6.05	1.92 1.92	-17.76 -16.1	1.67 NaN	-2.38 NaN
GE90 85B	8.4	1.54	-0.05	1.92	-16.1	1.65	-7.13
CFM56 7B20	NaN	NaN	-13.48 NaN	NaN	-23.68 NaN	NaN	-7.13 NaN
CF34 3A/3B	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
AE3007	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
NK93	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
			II IVAIN	11011	11011	11011	11all
$C_{SRmoy}$ = 1.78			<b>#</b>				
Ecart type :			0.50			, -	
Erreur relative	moyen	ne $Er_{moy\%}$	9.53	11.93 6.			<u> </u>

TAB. 2.9 – Confrontation des données moteurs (Table 2.6, p. 28) et des évaluations de consommations spécifiques  $C_{SR}$  en croisière par les modèles existants : Modèle de  $C_{SR}$  constante (Equation 2.4, p. 19), Modèle de J.Mattingly (Equation 2.5, p. 20), Modèle d'E.Torenbeek (Equation 2.9, p. 24)

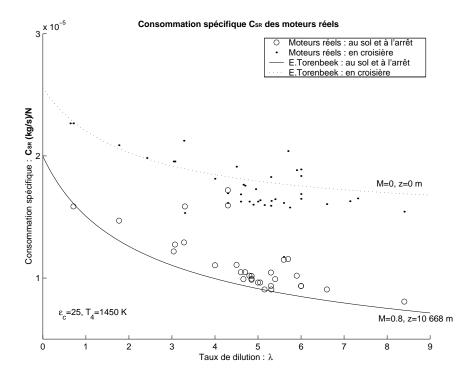


FIG. 2.16 – Moteurs réels (Table 2.6, p. 28) et modèle d'E. Torenbeek (Equation 2.9, p. 24) : Consommation spécifique  $C_{SR}$  fonction du taux de dilution  $\lambda$ 

La pente paraît alors un peu faible. Mais rappelons que pour des taux de dilution  $\lambda$  inférieurs à 3, la décroissance de la consommation spécifique  $C_{SR}$  est bien plus prononcée alors que pour des taux de dilution  $\lambda$  supérieurs, la  $C_{SR}$  est quasi-indépendante de  $\lambda$  (Figure 2.11, p. 36). Or ici tous nos moteurs sont présents y compris les moteurs militaires, la courbe d'E.Torenbeek ainsi tracée est alors inadaptée pour ces moteurs.

Donc, que ce soit par rapport aux moteurs dont on dispose de données précises ou bien sur l'ensemble de notre banque de données moteurs, le modèle d'E.Torenbeek est celui qui donnent les meilleurs estimations et aussi celui qui prend en compte le plus de paramètres. Notre choix d'identification de nos propres modèles par rapport à celui-ci est alors justifié.

# 2.4 Simplification du modèle d'E.Torenbeek

Nous venons de valider le fait que le modèle d'E. Torenbeek était cohérent vis-à-vis des autres modèles analytiques et également par rapport aux données expérimentales. Nous pouvons donc élaborer nos modèles, par identification sur celui-ci. Nous avons aussi mis en évidence les paramètres influents de la consommation spécifique  $C_{SR}$  à savoir : le Mach de vol M, le taux de dilution  $\lambda$ , l'altitude h et le taux de compression  $\varepsilon_c$ . Nos modèles sont alors fonction de ces paramètres. Nous commencerons par détailler la méthode d'identification que nous avons adoptée. Puis, nous vous proposerons les deux modèles que nous avons retenus (Vous pourrez trouver en annexe quelques uns des autres modèles que nous avons testés au cours de notre démarche). Nous verrons alors que ces deux modèles simples donnent de bonnes prédictions, par rapport au modèle

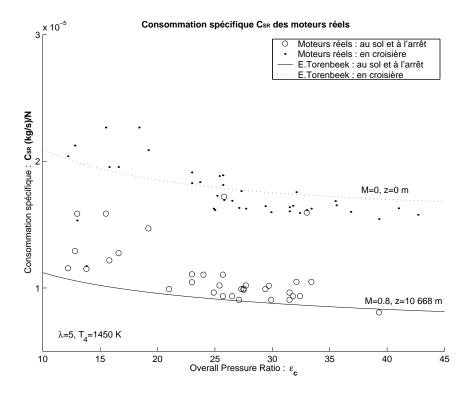


Fig. 2.17 – Moteurs réels (Table 2.6, p. 28) et modèle d'E. Torenbeek (Equation 2.9, p. 24) : Consommation spécifique  $C_{SR}$  et le rapport de pression entrée/sortie du compresseur  $\varepsilon_c$ 

d'identification d'E.Torenbeek, sur les domaines de vol des avions de ligne (notamment au décollage/montée et en croisière).

# 2.4.1 Choix de la forme analytique

L'étude des paramètres influents de la consommation spécifique  $C_{SR}$  nous a conduit à opter pour un modèle de  $C_{SR}$  de la forme :

$C_{SR} = ((a_1(h)\lambda + a_2(h))M + (b_1(h)\lambda + b_2(h)))\sqrt{\theta} + c(\varepsilon_c - 30)$	(2.10)
--	--------

$C_{SR}$	: Consommation Spécifique Réacteur	(kg/s)/N
M	: Mach de vol	
h	: Altitude de vol	m
$\theta$	: Rapport des températures en vol et au sol $\theta = \frac{T}{T_0}$	
T	: Température en vol (Section F.1, p. 269)	K
$T_0$	: Température au sol (Section F.1, p. 269)	K
$\varepsilon_c$	: Rapport de pression entrée/sortie du compresseur	
$\lambda$	: Taux de dilution $\lambda \geq 3$	
$a_1(h), a_2(h),$	: Fonctions linéaires par morceaux de l'altitude	
$b_1(h), b_2(h)$		
c	: Constante	

Nous avions vu (Figure 2.9, p. 34) que le terme  $\theta$  décrivait relativement bien l'effet de l'altitude h sur la consommation spécifique  $C_{SR}$  (Remarque 2.3, p. 35) mais ne traduisait pas le phénomène d'inversion (Figure 2.3, p. 24) et (Figure 2.5, p. 31) des  $C_{SR}$  en fonction de l'altitude h pour les faibles Mach M. Les fonctions  $a_1(h)$ ,  $a_2(h)$ ,  $b_1(h)$  et  $b_2(h)$  ont alors un rôle de recalage. À partir de 11 km d'altitude (Remarque 2.3, p. 35), la consommation spécifique  $C_{SR}$  ne varie plus avec l'altitude h, ces fonctions sont alors constantes dans ce domaine. Nous les avons choisies linéaires entre le sol et 11 km d'altitude. Elles sont bien évidemment continues (mais non dérivables). Ainsi, par exemple :

$$a_1(h) = a_{1_1} h + a_{1_{11}}$$
  $h < 11 km$   
=  $cte = a_{1_1} 11000 + a_{1_{11}}$   $h \ge 11 km$ 

Il en va de même pour les autres fonctions :  $a_2(h)$ ,  $b_1(h)$  et  $b_2(h)$ . Il y a donc deux constantes à déterminer par fonction (par exemple :  $a_{1_{\text{I}}}$  et  $a_{1_{\text{II}}}$  pour la fonction  $a_1(h)$ ).

La forme analytique adoptée (Equation 2.10, p. 45) pour nos modèles de consommation spécifique  $C_{SR}$  permet de décrire les phénomènes que nous avons étudiés précédemment (Section 2.3, p. 30). En effet, pour un moteur ( $\lambda$  et  $\varepsilon_c$ ) et une altitude h donnés, nous retrouvons une consommation spécifique linéaire en Mach M (Remarque 2.1, p. 31).

$$C_{SR} = \left( (a_1 \lambda + a_2) \sqrt{\theta} \right) M + \left( (b_1 \lambda + b_2) \sqrt{\theta} + c(\varepsilon_c - 30) \right)$$

De même, nous retrouvons une forme linéaire (Remarque 2.2, p. 32) en taux de dilution  $\lambda$  ( $\lambda \geq 3$ ) pour un Mach M, une altitude h et un taux de compression  $\varepsilon_c$  donnés.

$$C_{SR} = \left( (a_1 M + b_1) \sqrt{\theta} \right) \lambda + \left( (a_2 M + b_2) \sqrt{\theta} + c(\varepsilon_c - 30) \right)$$

et une forme linéaire en taux de compression  $\varepsilon_c$  (Remarque 2.5, p. 37) dont le coefficient directeur c est une constante.

$$C_{SR} = c \,\varepsilon_c + \left( \left( \left( a_1 \lambda + a_2 \right) M + \left( b_1 \lambda + b_2 \right) \right) \sqrt{\theta} - 30 \,c \right)$$

Remarque 2.11 Nous avons choisi d'écrire notre modèle avec une contribution du taux de compression  $\varepsilon_c$  de la forme : c ( $\varepsilon_c - 30$ ). Mais pourquoi 30? Et bien  $\varepsilon_c = 30$  est la valeur moyenne des taux de compression des gros moteurs civils de notre banque de données (Section 2.2, p. 26). Ainsi, pour un gros moteurs civils  $\varepsilon_c \approx 30$ , il est plus aisé de travailler avec le reste de l'expression. Nous négligerons d'ailleurs ce terme par la suite, pour le modèle plan de  $C_{SR}$  (Equation 2.12, p. 50)

La forme générale du modèle de consommation spécifique  $C_{SR}$  (Equation 2.10, p. 45) décrit donc bien les phénomènes que nous avions observés. Nous vous proposons alors l'identification de ce modèle par rapport à celui d'E.Torenbeek : c'est le modèle Simple de  $C_{SR}$  (Section 2.4.3, p. 47). Nous donnerons aussi une forme particulière, encore plus simple, de ce modèle, où la contribution du taux de compression  $\varepsilon_c$  et la variation de pente en Mach M avec le taux de dilution  $\lambda$  sont négligés. Autrement dit, la constante c=0 (Remarque 2.11, p. 46) et la fonction<sup>5</sup>  $a_1(h)=0$ . Cela revient à considérer que la consommation spécifique  $C_{SR}$  est un plan en Mach M et en taux de dilution  $\lambda$ , dont l'orientation dans l'espace dépend de l'altitude h : c'est le modèle Plan de  $C_{SR}$  (Section 2.4.4, p. 50). Mais détaillons d'abord la méthode d'identification que nous adoptons.

 $<sup>^5</sup>$ Ceci veut dire que seule l'ordonnée à l'origine de la droite représentant la consommation spécifique  $C_{SR}$  en fonction du Mach M (Figure 2.5, p. 31), diminue avec l'augmentation du taux de dilution  $\lambda.$  Et que la pente elle, reste constante.

## 2.4.2 Méthode d'identification

Pour mettre au point notre modèle, nous procédons par identification sur le modèle d'E. Torenbeek (Equation 2.9, p. 24). C'est-à-dire que nous chercherons à minimiser l'erreur d'estimation de notre modèle (une loi judicieusement choisie (Equation 2.11, p. 47) par rapport aux simulations issues du modèle d'E. Torenbeek. Pour se faire, nous utilisons la fonction "Isquonlin" (fonction remplaçant "leastsq") de MATLAB, qui se base sur la méthode des moindres carrés pour estimer la valeur des coefficients optimaux de notre loi (Equation 2.11, p. 47). Il faut alors choisir quel nuage de points considérer pour l'identification. Dans notre cas, cela revient à choisir un domaine de Mach M, de taux de dilution  $\lambda$ , d'altitude h et de taux de compression  $\varepsilon_c$ . Nous avons choisi les domaines suivants :

**Mach** M: entre 0 et 0.9 par pas de 0.05 (19 points)

Taux de dilution  $\lambda$ : entre 3 et 8 par pas de 0.1 (51 points)

Altitude h: entre 0 et 12000 m par pas de 100 m (121 points)

Température entrée turbine  $T_4$ : constante prise à 1450 K (Remarque 2.4, p. 36).

Taux de compression  $\varepsilon_c$ : le rapport de pression<sup>6</sup> entrée/sortie du compresseur  $\varepsilon_c$  est soit constant à  $\varepsilon_c = 30$ , soit de 10 à 40 par pas de 10 (4 points)

Soit un total de 117 249 points si le rapport de pression entrée/sortie du compresseur  $\varepsilon_c$  est pris constant (C'est le cas de notre modèle plan (Section 2.4.4, p. 50)), soit 468 996 points pour le maillage complet (C'est le cas de notre modèle Simple (Section 2.4.3, p. 47)).

Remarque 2.12 Étant donnée le vaste domaine de vol que nous désirions couvrir, notamment en altitude, nous sommes obligé de considérer une quantité suffisante de points pour obtenir un résultat correct. Il en va de même pour le taux de dilution  $\lambda$ : nous avons été obligé d'adopter un maillage fin en  $\lambda$  afin d'obtenir un résultat cohérent. Nous avons délibérément choisi, pour que le temps d'optimisation soit acceptable, un maillage faible en taux de compression  $\varepsilon_c$  puisque nous avons vu (Figure 2.11, p. 36) que ce paramètre influençait linéairement la consommation spécifique  $C_{SR}$  indépendamment des autres paramètres (pour des taux de dilution  $\lambda$  supérieurs à 3 ce qui est notre cas d'étude : gros moteurs civils).

## 2.4.3 Modèle Simple

Le modèle Simple est l'exploitation de la forme analytique complète (Equation 2.10, p. 45) que nous avons choisie précédemment. Nous allons donc, par la méthode d'identification que nous venons de détailler (Section 2.4.2, p. 47), déterminer les fonctions linéaires par morceaux adéquats  $(a_1, a_2, b_1, b_2 \text{ et } c)$ .

### **Expression Analytique**

Nous proposons le modèle suivant :

$$C_{SR} = ((a_1(h)\lambda + a_2(h))M + (b_1(h)\lambda + b_2(h)))\sqrt{\theta} + c(\varepsilon_c - 30)$$
(2.11)

 $<sup>^6\</sup>varepsilon_c=30$  est la moyenne des taux de compression des gros moteurs civils de notre banque de données (Section 2.2, p. 26). Le taux le plus faible de l'ensemble des moteurs est de  $\varepsilon_c=12.2$  et le plus élevé, de  $\varepsilon_c=42.7$ 

$C_{SR}$	: Consommation Spécifique Réacteur	(kg/s)/N
M	: Mach de vol	
h	: Altitude de vol	m
$\theta$	: Rapport des températures en vol et au sol $\theta = \frac{T}{T_0}$	
T	: Température en vol (Section F.1, p. 269)	K
$T_0$	: Température au sol (Section F.1, p. 269)	K
$\varepsilon_c$	: Rapport de pression entrée/sortie du compresseur	
$\lambda$	: Taux de dilution $\lambda \geq 3$	
$a_1(h), a_2(h)$	: Fonctions linéaires par morceaux de l'altitude	
$b_1(h), b_2(h)$		
c	: Constante	

L'optimisation des fonctions  $a_1(h)$ ,  $a_2(h)$ ,  $b_1(h)$  et  $b_2(h)$  et c par maillage complet selon la méthode décrite précédemment (Section 2.4.2, p. 47), donne les fonctions linéaires par morceaux suivantes :

	Au sol	Troposphère	Stratosphère (basse)
	h = 0 m	$0 < h \le 11 \ km$	$11 < h \le 20  km$
$a_1$	$6.5410^{-7}$	$-7.4410^{-13}h + 6.5410^{-7}$	$6.4510^{-7}$
$a_2$	$1.1810^{-5}$	$-2.8610^{-10}h + 1.1810^{-5}$	$8.7  10^{-6}$
$b_1$	$-6.5810^{-7}$	$-3.47  10^{-11} h - 6.58  10^{-7}$	$-1.0410^{-6}$
$b_2$	$1.1910^{-5}$	$4.04  10^{-10} h + 1.19  10^{-5}$	$1.63  10^{-5}$
c	$-1.05 \ 10^{-7}$	$-1.0510^{-7}$	$-1.05  10^{-7}$

# Analyse des paramètres

En croisière à une altitude  $h=11000\,m,$  l'expression de la consommation spécifique  $C_{SR}$  devient :

$$C_{SR} = (5.6 \, 10^{-7} \, \lambda + 7.54 \, 10^{-6}) \, M - 9.02 \, 10^{-7} \, \lambda + 1.41 \, 10^{-5} - 1.05 \, 10^{-7} (\varepsilon_c - 30)$$

Nous avons alors un gradient de Mach M de :

$$\frac{\partial C_{SR}}{\partial M} = (a_1 \lambda + a_2) \sqrt{\theta}$$

$$\frac{\partial C_{SR}}{\partial M} (h = 11 \, km) = (6.45^{-7} \lambda + 8.7 \, 10^{-6}) 0.75$$

$$= 5.6 \, 10^{-7} \lambda + 7.54 \, 10^{-6}$$

La sensibilité de la consommation spécifique  $C_{SR}$  au nombre de Mach M de croisière est directement liée au taux de dilution  $\lambda$ . Nous retrouvons alors que la pente de la droite représentant la consommation spécifique  $C_{SR}$  en fonction du Mach M (Figure 2.6, p. 32) croît avec le taux de dilution  $\lambda$  (phénomène que nous négligerons pour le modèle plan (Equation 2.12, p. 50)). Le gradient de taux de dilution  $\lambda$  nous montre alors à quel point il est intéressant de prendre un moteur à taux de dilution élevé pour une consommation

spécifique  $C_{SR}$  moindre en croisière.

$$\frac{\partial C_{SR}}{\partial \lambda} = (a_1 M + b_1) \sqrt{\theta}$$

$$\frac{\partial C_{SR}}{\partial \lambda} (M = 0.8, h = 11 km) = -4.54 \cdot 10^{-7}$$

$$\frac{\partial C_{SR}}{\partial \lambda} (M, h = 0 km) = 6.54 \cdot 10^{-7} M - 6.58 \cdot 10^{-7}$$

Le gradient de consommation spécifique par le taux de dilution  $\frac{\partial C_{SR}}{\partial \lambda}$  étant toujours négatif, nous retrouvons ainsi le fait que la consommation spécifique  $C_{SR}$  décroît avec le taux de dilution  $\lambda$ .

Au sol à une altitude nulle  $h=0\,m,$  l'expression de la consommation spécifique  $C_{SR}$  devient :

$$C_{SR} = \left(6.54\,10^{-7}\,\lambda + 1.18\,10^{-5}\right)M - 6.58\,10^{-7}\,\lambda + 1.19\,10^{-5} - 1.05\,10^{-7}(\varepsilon_c - 30)$$

### Comparaison avec le modèle d'E.Torenbeek

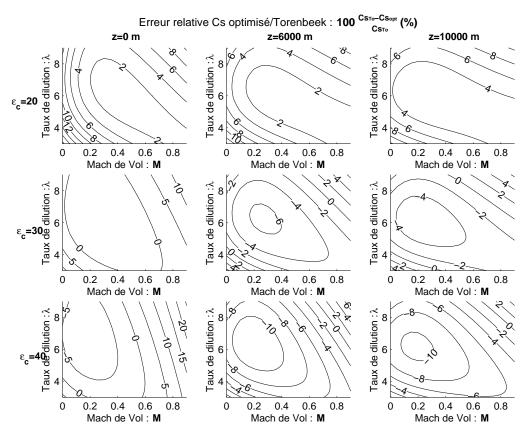


FIG. 2.18 – Erreur relative d'estimation de la consommation spécifique  $C_{SR}$  du modèle simple (Equation 2.11, p. 47) identifiée sur le modèle d'E. Torenbeek (Equation 2.9, p. 24).

Comparons alors le modèle Simple que nous venons de mettre au point avec le modèle d'identification, le modèle d'E.Torenbeek (Equation 2.9, p. 24). L'erreur relative (Figure 2.18, p. 49) entre ces deux modèles est alors très raisonnable. Le modèle simple décrit très bien la consommation spécifique  $C_{SR}$  estimée par E.Torenbeek, notamment dans les phases de décollage et montée (Mach  $0 \le M \le 0.3$  pour une altitude  $h \approx 0 m$ ) et aussi en croisière (Mach  $M \approx 0.8$  pour des altitudes h de l'ordre de  $10000 \, m$ ). Par contre, au sol et à l'arrêt, pour les forts taux de dilution  $\lambda$  l'erreur relative est moins bonne (environ 15%), nous verrons que ceci pénalise les estimations vis-à-vis des données expérimentales dont nous disposons. Cela dit, ce sont essentiellement les phases de décollage/montée et de croisière qui sont importantes et, moins la phase à l'arrêt et au sol, où l'avion est sur la "taxiway".

Remarque 2.13 Le terme  $\sqrt{\theta}$  permet une amélioration de l'ordre du pour-cent par rapport à un modèle dépourvu de ce facteur (Equation A.1, p. 216), c'est-à-dire un modèle dont l'effet de l'altitude se traduit uniquement par les fonctions linéaires par morceaux :  $a_1(h)$ ,  $a_2(h)$ ,  $b_1(h)$  et  $b_2(h)$ . D'un autre côté, un modèle qui ne tient compte de l'effet de l'altitude que par ce terme  $\sqrt{\theta}$  (Equation A.2, p. 219), c'est-à-dire où  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  et  $b_2$  sont des constantes, s'avère trop restrictif. C'est pourquoi nous ne vous présentons ici que le modèle Simple dont l'effet de l'altitude est à la fois pris en compte par les fonctions linéaires par morceaux  $a_1(h)$ ,  $a_2(h)$ ,  $b_1(h)$  et  $b_2(h)$ , et par le terme  $\sqrt{\theta}$ . Vous pouvez toutefois retrouver les autres modèles hybrides en annexe (Section A, p. 215)

Remarque 2.14 Nous avions vu (Figure 2.7, p. 33) que le terme  $\sqrt{\theta}$  pouvait être modélisé par une droite en altitude h jusqu'à 11 km, puis par une constante jusqu'à 20 km. Ainsi, notre modèle Simple (Equation 2.11, p. 47) revient à un polynôme en h du deuxième degré. Nous aurions alors pu modéliser les fonctions  $a_1(h)$ ,  $a_2(h)$ ,  $b_1(h)$  et  $b_2(h)$  par des polynômes du deuxième degré, ce qui aurait amélioré encore les estimations par rapport au modèle d'E. Torenbeek puisque davantage de constantes (coefficients des polynômes) seraient optimisées. Mais restons raisonnable, il est inutile de chercher à affiner notre modèle au pour-cent près par rapport au modèle d'E. Torenbeek alors que celui-ci fait une erreur de 6.6% (en croisière (Table 2.9, p. 43)) et 10.95% (au sol et à l'arrêt (Table 2.8, p. 42)) par rapport aux données expérimentales. Ne compliquons donc pas davantage notre modèle. De plus, le terme  $\sqrt{\theta}$  est une modélisation traditionnelle de la consommation spécifique  $C_{SR}$  (modèle de Mattingly [Mat96], modèle ESDU [ESD82], modèle d'E. Torenbeek [Tor86], . . . ).

## 2.4.4 Modèle plan

Le modèle Plan est une forme particulière du modèle que nous proposions d'identifier (Equation 2.10, p. 45). C'est un modèle encore plus simple analytiquement puisque l'effet du taux de compression  $\varepsilon_c$  et négligé ainsi que la variation de pente en Mach M par le taux de dilution  $\lambda$ . Autrement dit, les fonctions  $a_1$  et c sont nulles. Cela revient à considérer une équation de plan. Nous allons donc, par la méthode d'identification que nous avons détaillée précédemment (Section 2.4.2, p. 47), déterminer les fonctions linéaires par morceaux adéquats  $(a_2, b_1 \text{ et } b_2)$ .

### **Expression Analytique**

Nous proposons le modèle suivant :

$$C_{SR} = (a_2(h)M + b_1(h)\lambda + b_2(h))\sqrt{\theta}$$
(2.12)

$C_{SR}$	: Consommation Spécifique Réacteur	(kg/s)/N
M	: Mach de vol	
h	: Altitude de vol	m
$\theta$	: Rapport des températures en vol et au sol $\theta = \frac{T}{T_0}$	
T	: Température en vol (Section F.1, p. 269)	K
$T_0$	: Température au sol (Section F.1, p. 269)	K
$\varepsilon_c$	: Rapport de pression entrée/sortie du compresseur	
$\lambda$	: Taux de dilution $\lambda \geq 3$	
$a_2(h), b_1(h),$	: Fonctions linéaires par morceaux de l'altitude	
$b_2(h)$		
c	: Constante	

L'optimisation des fonctions  $a_2(h)$ ,  $b_1(h)$  et  $b_2(h)$  faite selon la méthode décrite précédemment (Section 2.4.2, p. 47), donne les fonctions linéaires par morceaux suivantes :

	Au sol	Troposphère	Stratosphère (basse)
	h = 0 m	$0 < h \le 11  km$	$11 < h \le 20 \ km$
$a_1$	0	0	0
$a_2$	$1.54 \ 10^{-5}$	$-3.35  10^{-10} h + 1.54  10^{-5}$	$1.17  10^{-5}$
$b_1$	$-4.5410^{-7}$	$-2.0510^{-11}h - 4.5410^{-7}$	$-6.810^{-7}$
$b_2$	$1.08 \ 10^{-5}$	$3.47  10^{-10} h + 1.08  10^{-5}$	$1.4610^{-5}$
c	0	0	0

## Analyse des paramètres

En croisière à une altitude  $h=11000\,m,$  l'expression de la consommation spécifique  $C_{SR}$  devient :

$$C_{SR} = 1.01 \, 10^{-5} M - 5.89 \, 10^{-7} \, \lambda + 1.271 \, 10^{-5}$$

Le gradient de taux de dilution  $-5.89\,10^{-7}$ , nous montre alors à quel point il est intéressant de prendre un moteur à taux de dilution  $\lambda$  élevé pour une consommation spécifique  $C_{SR}$  moindre en croisière.

Au sol à une altitude nulle  $h=0\,m,$  l'expression de la consommation spécifique  $C_{SR}$  devient :

$$C_{SR} = 1.54 \, 10^{-5} \, M - 4.54 \, 10^{-7} \, \lambda + 1.08 \, 10^{-5}$$

# Comparaison avec le modèle d'E.Torenbeek

Comparons alors le modèle Plan que nous venons de mettre au point avec le modèle d'identification, le modèle d'E. Torenbeek (Equation 2.9, p. 24). Ce modèle est bien évidemment moins précis que le modèle Simple (Equation 2.11, p. 47) mais donne des résultats très corrects (Figure 2.19, p. 52) dans le domaine de vol qui nous intéresse c'est-à-dire en croisière ( $M\approx 0.8$  et  $h\approx 10000\,m$ , nous avons, pour un taux de compression moyen  $\varepsilon_c=30$ , une erreur relative de l'ordre du pourcent) et au décollage/montée ( $0\leq M\leq 0.3$  à  $h=0\,m$ , pour un taux de compression moyen  $\varepsilon_c=30$  nous avons une erreur relative de l'ordre de -10%). Par contre, tout comme le modèle Simple, au point fixe et pour les forts taux de dilution  $\lambda$  l'erreur relative est moins bonne, nous verrons que ceci pénalise les estimations vis-à-vis des données expérimentales dont nous disposons.

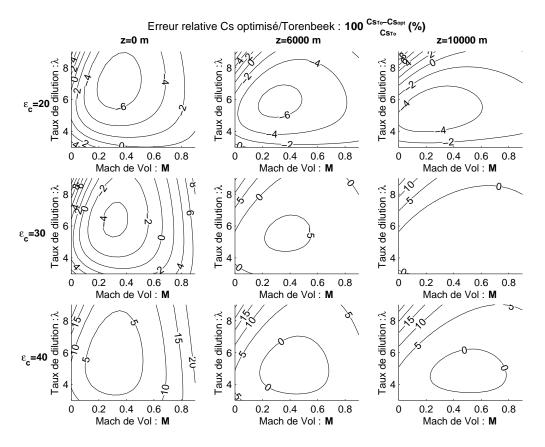


FIG. 2.19 – Erreur relative d'estimation de la consommation spécifique  $C_{SR}$  du modèle Plan (Equation 2.12, p. 50) identifiée sur le modèle d'E. Torenbeek (Equation 2.9, p. 24).

# 2.5 Recalage sur les moteurs réels

Nous venons d'élaborer des modèles (le modèle Simple (Equation 2.11, p. 47) et le modèle Plan (Equation 2.12, p. 50)) par identification sur le modèle d'E. Torenbeek, ce qui leur confère un vaste domaine de définition. Afin d'apporter une valeur ajoutée à ces modèles, nous allons améliorer davantage leur précision en effectuant leur recalage vis-à-vis des données expérimentales dont nous disposons<sup>7</sup>. Pour cela, nous procéderons par étapes successives afin de mesurer, à chaque fois, l'impact des corrections apportées. Pour recaler en croisière et au point fixe, nous pouvons alors jouer sur deux paramètres : l'altitude h, le Mach M ou bien les deux. Nous choisirons à chaque fois un type de correction manuelle en essayant d'affecter le moins possible les autres cas de vol du domaine de définition. Nous commencerons d'abord par confronter les deux modèles que nous avons mis au point (le modèle Simple (Equation 2.11, p. 47) et le modèle Plan (Equation 2.12, p. 50)) avec les moteurs de notre banque de données (Table 2.6, p. 28). Puis nous effectuerons le recalage de chacun de ces deux modèles.

 $<sup>^7</sup>$ Vous trouverez la liste des moteurs qui nous ont servis pour recaler nos modèles (Table 2.12, p. 73). C'est-à-dire les moteurs de notre banque de données qui ont un taux de dilution  $\lambda > 3$  à l'exception de quelques moteurs dont les données semblent étranges car très différentes des autres moteurs (JT15D, GE90 85B, RB211 535E4, RB211 524H), soit 41 moteurs.

# 2.5.1 Confrontation modèles/données expérimentales

Nous allons confronter les prédictions de nos deux modèles avec les données expérimentales dont nous disposons. Nous serons alors à même d'envisager quel type de correction il serait bon d'apporter.

### Modèle Simple

Le modèle Simple (Equation 2.11, p. 47) donne des estimations moins précises que le modèle d'E. Torenbeek (Table 2.8, p. 42) et (Table 2.9, p. 43), mais ces résultats sont déjà très corrects (Table 2.10, p. 54). En effet, nous avons une erreur relative moyenne de 16.05% au sol et à l'arrêt et de 7.07% en croisière sur l'ensemble de nos moteurs réels. Or rappelons que ce modèle n'est adapté qu'aux moteurs ayant un taux de dilution  $\lambda$  supérieur à 3. Regardons plutôt ce que prédit ce modèle pour ces derniers moteurs (Figure 2.20, p. 55). L'erreur d'estimation semble liée à plusieurs paramètres : il y a clairement une sous-estimation de l'ensemble des consommations spécifiques  $C_{SR}$  au sol et à l'arrêt, et au contraire une sur-estimation des  $C_{SR}$  en croisière. L'erreur relative en croisière semble liée de manière parabolique au rapport de pression<sup>8</sup> entrée/sortie du compresseur  $\varepsilon_c$ . Une tendance linéaire semble se distinguer en fonction du taux de dilution  $\lambda$ , et aussi du Mach M et de l'altitude de croisière h.

REMARQUE 2.15 Quatre moteurs ont des données qui nous paraissent étranges car très différentes vis-à-vis des autres moteurs, à savoir : le JT15D, les RB211 535E4 et RB211 524H, et le GE90 85B. Ces moteurs apparaissent dans les graphiques mais ne sont pas pris en compte pour les optimisations ni pour les valeurs d'erreur moyenne et écart type que nous vous indiquerons.

Ainsi pour les moteurs ayant un taux de dilution  $\lambda$  supérieurs à 3, nous avons :

	Erreur relative (%)	Écart type (%)
Au sol et à l'arrêt	12.44 %	3.94 %
En croisière	6.05~%	5.53 %
Total	9.07~%	9.72 %

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Pour le calcul, nous avons pris la valeur du rapport de pression entrée/sortie du compresseur  $\varepsilon_c$  dont nous disposons généralement, c'est-à-dire celui au sol et à l'arrêt. Il est donc recommandé d'utiliser une valeur de taux de compression  $\varepsilon_c$  au sol et à l'arrêt dans le modèle Simple que nous corrigerons en fonction de  $\varepsilon_c$ 

		Au sol et à l'arrêt		t	En croisière			
Modèle	λ	$10^{5}C_{SR0}$	$10^5 C_{SRopt}$	$Er_{\%}$	$10^5 C_{SRcr}$	$10^5 C_{SRopt}$	$Er_{\%}$	
		(kg/s)/N	(kg/s)/N	, ,	(kg/s)/N	(kg/s)/N	, ,	
SPEY 5118	0.64	NaN	1.26	NaN	2.27	2.07	8.67	
RB183 55515P	0.71	1.59	1.29	18.66	2.27	2.13	5.88	
JT8D 217	1.73	NaN	1.19	NaN	NaN	NaN	NaN	
JT8D 219	1.77	1.47	1.18	19.61	2.09	2.02	3.19	
D30KU II	2.42	NaN	NaN	NaN	1.98	NaN	NaN	
TAY 611	3.04	1.22	1.13	6.92	1.95	2.03	-4.1	
TAY 651	3.07	1.27	1.12	11.87	1.95	2.02	-3.6	
RB183 TAY650	3.1	NaN	1.12	NaN	NaN	NaN	NaN	
TFE731 5	3.15	NaN	1.09	NaN	NaN	NaN	NaN	
FJ44	3.28	1.29	1.15	11.02	2.12	1.99	6.42	
JT15D	3.3	1.59	1.15	27.76	1.53	2.04	-33.43	
BR710	4	1.1	0.97	12.47	1.81	1.89	-4.16	
RB211 524H	4.3	1.59	0.87	45.39	1.61	1.85	-14.52	
RB211 535E4	4.3	1.72	0.95	44.97	1.69	1.87	-10.63	
PS90	4.4	NaN	0.84	NaN	NaN	NaN	NaN	
PW305B	4.5	1.11	0.96	13.11	1.91	1.89	1.38	
V2533 A5	4.6	1.05	0.85	19.19	1.63	1.78	-9.54	
PS 90A	4.6	NaN	0.83	NaN	1.69	1.75	-3.86	
PS90 Soloviev	4.6	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	
CF6 80A2	4.66	0.99	0.91	8.53	1.76	1.84	-4.39	
BR715 55	4.7	1.05	0.85	18.52	1.76	1.79	-1.93	
V2525 D5	4.8	1.02	0.89	12.39	1.63	1.83	-12.66	
PW4052	4.85	0.99	0.89	10.26	NaN	1.83	NaN	
PW4056	4.85	1.02	0.87	14.52	NaN	1.81	NaN	
PW4152	4.85	0.99	0.89	9.49	NaN	NaN	NaN	
TRENT 772	4.89	NaN	0.79	NaN	1.6	1.75	-9.53	
D 436T1	4.95	NaN	0.91	NaN	1.73	1.79	-3.64	
V2522 A5	5	0.96	0.91	5.56	1.63	1.85	-13.91	
CF6 80C2A5	5.05	0.96	0.84	13.07	1.64	1.78	-8.77	
PW4168	5.1	NaN	0.83	NaN	NaN	1.77	NaN	
CF6 80C2B1F	5.15	0.91	0.85	6.52	1.6	1.79	-12.24	
PW4358	5.2	NaN	0.85	NaN	NaN	NaN	NaN	
CF6 80E1A2	5.3	0.93	0.81	13.2	1.59	NaN	NaN	
CFE738	5.3	1.05	0.91	12.97	1.83	1.85	-1.22	
CF6 80C2B2	5.31	0.91	0.87	4.45	1.63	1.82	-11.26	
V2500 A1	5.4	0.99	0.84	15.66	1.65	1.79	-8.59	
LF507	5.6	1.15	0.99	14.26	1.17	NaN	NaN	
D 18T	5.6	NaN	0.87	NaN	1.61	1.76	-9.1	
ALF502R5	5.7	1.16	1	13.8	2.04	1.92	5.98	
TRENT 892	5.74	NaN	0.67	NaN	1.58	1.67	-5.57	
CFM56 2A2	5.9	1.02	0.85	17.11	1.88	1.81	4.07	
CFM56 3C1	6	0.93	0.84	10.64	1.89	1.8	4.78	
CFM56 5A1	6	0.93	0.83	11.53	1.69	1.79	-6.07	
PW2037	6	0.93	0.77	17.46	1.65	1.79	-8.61	
CFM56 2B1	6	NaN	0.86	NaN	1.84	1.82	0.85	
PW4084	6.41	NaN	0.7	NaN	NaN	1.7	NaN	
CFM56 5C2	6.6	0.91	0.74	18.89	1.61	1.71	-6.61	
TRENT 900	7.14	NaN	0.6	NaN	1.63	1.64	-0.5	
TRENT 556	7.32	NaN	0.64	NaN	1.65	1.69	-2.06	
GE90 85B	8.4	0.81	0.54	33.72	1.54	1.59	-2.8	
CFM56 7B20	NaN	1.02	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	
CF34 3A/3B	NaN	0.99	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	
AE3007	NaN	1.1	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	
NK93	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	
		Er	noy%	16.05	$Er_r$	noy%	7.07	
		·	H / V		u	H /V		

Table 2.10 – Confrontation des données moteurs (Table 2.6, p. 28) et des évaluations du modèle Simple (Equation 2.11, p. 47)

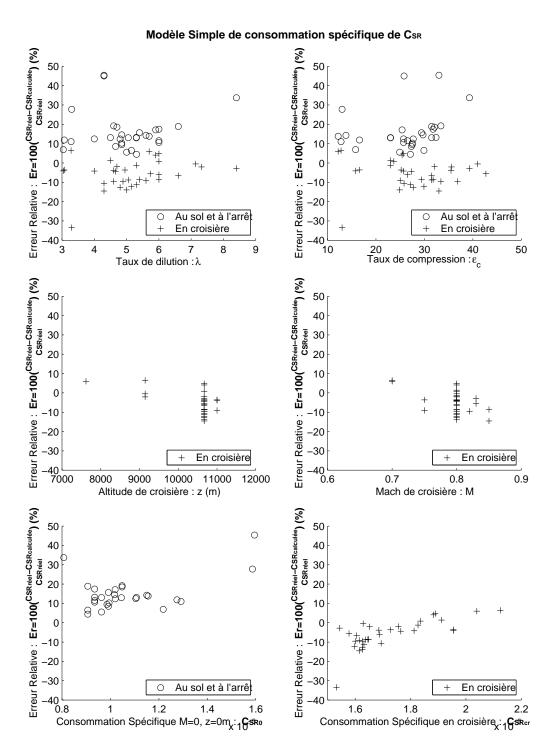


Fig. 2.20 – Erreur relative du modèle Simple (Equation 2.11, p. 47) par rapport aux moteurs réels (Table 2.6, p. 28) de taux de dilution  $\lambda$  supérieurs à 3.

### Modèle Plan

Le modèle Plan (Equation 2.12, p. 50) donne des estimations, sur l'ensemble de nos moteurs réels, moins précises que le modèle d'E.Torenbeek (Table 2.8, p. 42) et (Table 2.9, p. 43), et moins précis que le modèle Simple (Table 2.10, p. 54). Cela dit, ces résultats sont déjà très corrects en croisière (Table 2.11, p. 57) : 7.86%. Par contre, au point fixe, ce modèle est peu précis : 20.43%. Regardons ce que prédit ce modèle pour les moteurs à taux de dilution  $\lambda$  supérieurs à 3, c'est-à-dire les moteurs pour lesquels ce modèle a été mis au point (Figure 2.21, p. 58). L'erreur relative d'estimation montre aussi une sous-estimation de l'ensemble des consommations spécifiques  $C_{SR}$  au sol et à l'arrêt, et au contraire une sur-estimation des  $C_{SR}$  en croisière. Nous retrouvons un effet du taux de compression  $\varepsilon_c$  encore plus prononcé, ce qui n'est pas surprenant puisque ce modèle ne tient justement pas compte de  $\varepsilon_c$ . Nous retrouvons une tendance linéaire en fonction du Mach M et de l'altitude de croisière h ainsi que des consommations spécifiques  $C_{SR}$  de croisière et au sol et à l'arrêt. Par contre, l'erreur ne semble plus liée au taux de dilution  $\lambda$ . Ainsi pour les moteurs ayant un taux de dilution  $\lambda$  supérieur à 3 (Remarque 2.15, p. 53), nous avons :

	Erreur relative $(\%)$	Écart type (%)
Au sol et à l'arrêt	16.9 %	6.01 %
En croisière	7.12~%	7.77~%
Total	11.7 %	12~%

$ \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $			Au s	ol et à l'arrê	t	E	n croisière	
	Modèle	λ	$10^{5}C_{SR0}$	$10^5 C_{SRopt}$	$Er_{\%}$	$10^5 C_{SRcr}$	$10^5 C_{SRopt}$	$Er_{\%}$
SPEY 5118   0.64   NAN   1.05   NAN   2.27   1.99   12.23				(kg/s)/N	, ,		(kg/s)/N	, ,
JTSD 217	SPEY 5118	0.64	NaN	1.05	NaN	2.27	1.99	12.23
JTRD 219   1.77	RB183 55515P	0.71	1.59	1.05	34.04	2.27	2.05	9.7
D30KU II	JT8D 217	1.73	NaN	1	NaN	NaN	NaN	NaN
TAY 611 3.04 1.22 0.94 22.79 1.95 1.91 2.43 TAY 651 3.07 1.27 0.94 26.32 1.95 1.91 2.52 RB183 TAY650 3.1 NAN 0.94 NAN NAN NAN NAN NAN NAN NAN NAN NAN NA	JT8D 219	1.77	1.47	1	32.1	2.09	1.94	7.05
TAY 651   3.07   1.27   0.94   26.32   1.95   1.91   2.52	D30KU II	2.42	NaN	0.97	NaN	1.98	1.93	2.43
RBISS TAY650   3.1   NAN	TAY 611	3.04	1.22	0.94	22.79	1.95	1.91	2.43
TFE731 5	TAY 651	3.07	1.27	0.94	26.32	1.95	1.91	2.52
FJ44   3.28   1.29   0.93   28.03   2.12   1.82   14.14   1715D   3.3   1.59   0.93   41.45   1.53   1.88   -22.86   BR710   4   1.1   0.9   18.81   1.81   1.85   -2.09   RB211 524H   4.3   1.59   0.88   44.61   1.61   1.88   -16.72   RB211 535E4   4.3   1.72   0.88   48.63   1.69   1.83   -8.22   PS90   4.4   NAN   0.88   NAN   NAN	RB183 TAY650	3.1	NaN	0.94	NaN	NaN	NaN	NaN
BR710	TFE731 5	3.15	NaN	0.94	NaN	NaN	NaN	NaN
BR710	FJ44	3.28	1.29	0.93	28.03	2.12	1.82	14.14
RB211 524H	JT15D	3.3	1.59	0.93	41.45	1.53	1.88	-22.86
RB211 535E4	BR710	4	1.1	0.9	18.81	1.81	1.85	-2.09
PS90	RB211 524H	4.3	1.59	0.88	44.61	1.61	1.88	-16.72
PW305B	RB211 535E4	4.3	1.72	0.88	48.63	1.69	1.83	-8.22
V2533 A5		4.4	NaN	0.88	NaN	NaN	NaN	NaN
PS 90A		4.5	1.11	0.87	21.07	1.91	1.81	5.23
PS90 Soloviev	V2533 A5	4.6	1.05	0.87	17.02	1.63	1.82	-11.66
CF6 80A2         4.66         0.99         0.87         12.56         1.76         1.81         -2.68           BR715 55         4.7         1.05         0.87         17.46         1.76         1.81         -3.05           V2525 D5         4.8         1.02         0.86         15.61         1.63         1.8         -10.94           PW4052         4.85         0.99         0.86         13.67         NaN         1.8         NaN           PW4056         4.85         1.02         0.86         15.6         NaN         1.8         NaN           PW4152         4.85         0.99         0.86         15.6         NaN         1.8         NaN           PW4152         4.85         0.99         0.86         15.6         NaN         1.8         NaN           TRENT 772         4.89         NaN         0.86         NaN         1.6         1.82         -13.67           D 436T1         4.95         NaN         0.85         NaN         1.73         1.73         -0.4           V2522 A5         5         0.96         0.85         11.82         1.64         1.79         -10.22           CF6 80C2B15         5.15	PS 90A	4.6	NaN	0.87	NaN	1.69	1.81	-7.16
BR715 55	PS90 Soloviev	4.6	NaN	0.87	NaN	NaN	NaN	NaN
V2525 D5         4.8         1.02         0.86         15.61         1.63         1.8         -10.94           PW4052         4.85         0.99         0.86         13.67         NaN         1.8         NaN           PW4056         4.85         0.99         0.86         15.6         NaN         1.8         NaN           PW4152         4.85         0.99         0.86         12.93         NaN         NaN         NaN           PW4152         4.85         0.99         0.86         12.93         NaN         NaN         NaN           D436T1         4.95         NaN         0.86         NaN         1.6         1.82         -13.67           D436T1         4.95         NaN         0.85         NaN         1.73         1.73         -0.4           V2522 A5         5         0.96         0.85         11.82         1.64         1.79         -0.22           CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         11.82         1.64         1.79         -9.28           PW4168         5.1         NaN         0.85         NaN         NaN         1.79         -10.22           CF6 80C2B1F         5.15         0.91 </td <td>CF6 80A2</td> <td>4.66</td> <td>0.99</td> <td>0.87</td> <td>12.56</td> <td>1.76</td> <td>1.81</td> <td>-2.68</td>	CF6 80A2	4.66	0.99	0.87	12.56	1.76	1.81	-2.68
PW4052         4.85         0.99         0.86         13.67         NaN         1.8         NaN           PW4056         4.85         1.02         0.86         15.6         NaN         1.8         NaN           PW4152         4.85         0.99         0.86         12.93         NaN         NaN         NaN           TRENT 772         4.89         NaN         0.86         NaN         1.6         1.82         -13.67           D 436T1         4.95         NaN         0.85         NaN         1.73         1.73         -0.4           V2522 A5         5         0.96         0.85         11.59         1.64         1.79         -10.22           CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         11.82         1.64         1.79         -9.28           PW4168         5.1         NaN         0.85         11.82         1.64         1.79         -9.28           PW4168         5.1         NaN         0.85         NaN         NaN         1.79         NaN           CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         NaN         NaN         NaN         NaN           CF6 80C2B2         5.3         1.05 </td <td>BR715 55</td> <td>4.7</td> <td>1.05</td> <td>0.87</td> <td>17.46</td> <td>1.76</td> <td>1.81</td> <td>-3.05</td>	BR715 55	4.7	1.05	0.87	17.46	1.76	1.81	-3.05
PW4056         4.85         1.02         0.86         15.6         NaN         1.8         NaN           PW4152         4.85         0.99         0.86         12.93         NaN         NaN         NaN           TRENT 772         4.89         NaN         0.86         NaN         1.6         1.82         -13.67           D 436T1         4.95         NaN         0.85         NaN         1.73         1.73         -0.4           V2522 A5         5         0.96         0.85         11.59         1.63         1.79         -10.22           CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         11.82         1.64         1.79         -9.28           PW4168         5.1         NaN         0.85         11.82         1.64         1.79         -9.28           PW4358         5.2         NaN         0.84         6.81         1.6         1.78         -11.63           PW4358         5.2         NaN         0.84         NaN         NaN         NaN         NaN           CFE738         5.3         1.05         0.84         19.84         1.83         1.76         3.4           CF6 80C2B2         5.31         0.91 <td>V2525 D5</td> <td>4.8</td> <td>1.02</td> <td>0.86</td> <td>15.61</td> <td>1.63</td> <td>1.8</td> <td>-10.94</td>	V2525 D5	4.8	1.02	0.86	15.61	1.63	1.8	-10.94
PW4152         4.85         0.99         0.86         12.93         NaN         NaN         NaN           TRENT 772         4.89         NaN         0.86         NaN         1.6         1.82         -13.67           D 436T1         4.95         NaN         0.85         NaN         1.73         1.73         -0.4           V2522 A5         5         0.96         0.85         11.59         1.63         1.79         -10.22           CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         11.82         1.64         1.79         -9.28           PW4168         5.1         NaN         0.85         NaN         NaN         1.79         NaN           CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         6.81         1.6         1.78         -11.63           PW4358         5.2         NaN         0.84         NaN         NaN         NaN         NaN           CF6 80E1A2         5.3         0.93         0.84         19.84         1.83         1.76         3.4           CF6 80C2B2         5.31         0.91         0.84         7.61         1.63         1.77         -8.73           V2500 A1         5.4	PW4052	4.85	0.99	0.86	13.67	NaN	1.8	NaN
TRENT 772         4.89         NaN         0.86         NaN         1.6         1.82         -13.67           D 436T1         4.95         NaN         0.85         NaN         1.73         1.73         -0.4           V2522 A5         5         0.96         0.85         11.59         1.63         1.79         -10.22           CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         11.82         1.64         1.79         -9.228           PW4168         5.1         NaN         0.85         NaN         NaN         1.79         NaN           CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         6.81         1.6         1.78         -11.63           PW4358         5.2         NaN         0.84         10.37         1.59         NaN         NaN           CF6 80E1A2         5.3         0.93         0.84         10.37         1.59         NaN         NaN           CF6 80C2B2         5.31         0.91         0.84         19.84         1.83         1.76         3.4           CF6 80C2B2         5.31         0.91         0.84         7.61         1.63         1.77         -8.73           V2500 A1         5.4	PW4056	4.85	1.02	0.86	15.6	NaN	1.8	NaN
D 436T1         4.95         NaN         0.85         NaN         1.73         1.73         -0.4           V2522 A5         5         0.96         0.85         11.59         1.63         1.79         -10.22           CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         11.82         1.64         1.79         -9.28           PW4168         5.1         NaN         0.85         NaN         NaN         1.79         NaN           CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         6.81         1.6         1.78         -11.63           PW4358         5.2         NaN         0.84         NaN         NaN         NaN         NaN           CF6 80E1A2         5.3         0.93         0.84         10.37         1.59         NaN         NaN           CF6 80C2B2         5.31         1.05         0.84         19.84         1.83         1.76         3.4           CF6 80C2B2         5.31         0.99         0.83         15.95         1.65         1.77         -7.47           LF507         5.6         1.15         0.82         28.33         1.17         NaN         NaN           D 18T         5.6 <t< td=""><td>PW4152</td><td>4.85</td><td>0.99</td><td>0.86</td><td>12.93</td><td>NaN</td><td>NaN</td><td>NaN</td></t<>	PW4152	4.85	0.99	0.86	12.93	NaN	NaN	NaN
V2522 A5         5         0.96         0.85         11.59         1.63         1.79         -10.22           CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         11.82         1.64         1.79         -9.28           PW4168         5.1         NaN         0.85         NaN         NaN         1.79         NaN           CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         6.81         1.6         1.78         -11.63           PW4358         5.2         NaN         0.84         NaN         NaN         NaN         NaN           CF6 80E1A2         5.3         0.93         0.84         10.37         1.59         NaN         NaN           CF6 80C2B2         5.31         0.91         0.84         19.84         1.83         1.76         3.4           CF6 80C2B2         5.31         0.91         0.84         7.61         1.63         1.77         -8.73           V2500 A1         5.4         0.99         0.83         15.95         1.65         1.77         -7.47           LF507         5.6         1.15         0.82         28.33         1.17         NaN         NaN           D 18T         5.6	TRENT 772	4.89	NaN	0.86	NaN	1.6	1.82	-13.67
CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         11.82         1.64         1.79         -9.28           PW4168         5.1         NaN         0.85         NaN         NaN         1.79         NaN           CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         6.81         1.6         1.78         -11.63           PW4358         5.2         NaN         0.84         NaN         NaN         NaN         NaN           CF6 80E1A2         5.3         0.93         0.84         10.37         1.59         NaN         NaN           CFE738         5.3         1.05         0.84         19.84         1.83         1.76         3.4           CF6 80C2B2         5.31         0.91         0.84         7.61         1.63         1.77         -8.73           V2500 A1         5.4         0.99         0.83         15.95         1.65         1.77         -7.47           LF507         5.6         1.15         0.82         28.33         1.17         NaN         NaN           D 18T         5.6         NaN         0.82         28.33         1.17         NaN         NaN           TRENT 892         5.74         N	D 436T1	4.95	NaN	0.85	NaN	1.73	1.73	-0.4
PW4168         5.1         NaN         0.85         NaN         NaN         1.79         NaN           CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         6.81         1.6         1.78         -11.63           PW4358         5.2         NaN         0.84         NaN         NaN         NaN         NaN           CF6 80E1A2         5.3         0.93         0.84         10.37         1.59         NaN         NaN           CFE738         5.3         1.05         0.84         19.84         1.83         1.76         3.4           CF6 80C2B2         5.31         0.91         0.84         7.61         1.63         1.77         -8.73           V2500 A1         5.4         0.99         0.83         15.95         1.65         1.77         -7.47           LF507         5.6         1.15         0.82         28.33         1.17         NaN         NaN           D 18T         5.6         NaN         0.82         NaN         1.61         1.7         -5.07           ALF502R5         5.7         1.16         0.82         29.07         2.04         1.72         15.54           TRENT 892         5.74         NaN<	V2522 A5	5	0.96	0.85	11.59	1.63	1.79	-10.22
CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         6.81         1.6         1.78         -11.63           PW4358         5.2         NaN         0.84         NaN         NaN         NaN         NaN           CF6 80E1A2         5.3         0.93         0.84         10.37         1.59         NaN         NaN           CFE738         5.3         1.05         0.84         19.84         1.83         1.76         3.4           CF6 80C2B2         5.31         0.91         0.84         7.61         1.63         1.77         -8.73           V2500 A1         5.4         0.99         0.83         15.95         1.65         1.77         -7.47           LF507         5.6         1.15         0.82         28.33         1.17         NaN         NaN           D 18T         5.6         NaN         0.82         NaN         1.61         1.7         -5.07           ALF502R5         5.7         1.16         0.82         29.07         2.04         1.72         15.54           TRENT 892         5.74         NaN         0.82         NaN         1.58         1.78         -12.79           CFM56 2A2         5.9         <	CF6 80C2A5	5.05	0.96	0.85	11.82	1.64	1.79	-9.28
PW4358         5.2         NaN         0.84         NaN         NaN         NaN         NaN           CF6 80E1A2         5.3         0.93         0.84         10.37         1.59         NaN         NaN           CFE 388         5.3         1.05         0.84         19.84         1.83         1.76         3.4           CF6 80C2B2         5.31         0.91         0.84         7.61         1.63         1.77         -8.73           V2500 A1         5.4         0.99         0.83         15.95         1.65         1.77         -7.47           LF507         5.6         1.15         0.82         28.33         1.17         NaN         NaN           D 18T         5.6         NaN         0.82         NaN         1.61         1.7         -5.07           ALF502R5         5.7         1.16         0.82         29.07         2.04         1.72         15.54           TRENT 892         5.74         NaN         0.82         NaN         1.58         1.78         -12.79           CFM56 2A2         5.9         1.02         0.81         20.49         1.88         1.74         7.65           CFM56 5C1         6         0	PW4168	5.1	NaN	0.85	NaN	NaN	1.79	NaN
CF6 80E1A2         5.3         0.93         0.84         10.37         1.59         NaN         NaN           CFE738         5.3         1.05         0.84         19.84         1.83         1.76         3.4           CF6 80C2B2         5.31         0.91         0.84         7.61         1.63         1.77         -8.73           V2500 A1         5.4         0.99         0.83         15.95         1.65         1.77         -7.47           LF507         5.6         1.15         0.82         28.33         1.17         NaN         NaN           D 18T         5.6         NaN         0.82         NaN         1.61         1.7         -5.07           ALF502R5         5.7         1.16         0.82         29.07         2.04         1.72         15.54           TRENT 892         5.74         NaN         0.82         NaN         1.58         1.78         -12.79           CFM56 2A2         5.9         1.02         0.81         20.49         1.88         1.74         7.65           CFM56 5A1         6         0.93         0.81         13.77         1.69         1.73         -2.68           PW2037         6         <	CF6 80C2B1F	5.15	0.91	0.84	6.81	1.6	1.78	-11.63
CFE738         5.3         1.05         0.84         19.84         1.83         1.76         3.4           CF6 80C2B2         5.31         0.91         0.84         7.61         1.63         1.77         -8.73           V2500 A1         5.4         0.99         0.83         15.95         1.65         1.77         -7.47           LF507         5.6         1.15         0.82         28.33         1.17         NaN         NaN           D 18T         5.6         NaN         0.82         NaN         1.61         1.7         -5.07           ALF502R5         5.7         1.16         0.82         29.07         2.04         1.72         15.54           TRENT 892         5.74         NaN         0.82         NaN         1.58         1.78         -12.79           CFM56 3C1         6         0.93         0.81         20.49         1.88         1.74         7.65           CFM56 5A1         6         0.93         0.81         13.77         1.69         1.73         2.268           PW2037         6         0.93         0.81         13.77         1.65         1.78         -8.27           CFM56 2B1         6 <td< td=""><td>PW4358</td><td>5.2</td><td>NaN</td><td>0.84</td><td>NaN</td><td>NaN</td><td>NaN</td><td>NaN</td></td<>	PW4358	5.2	NaN	0.84	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80C2B2         5.31         0.91         0.84         7.61         1.63         1.77         -8.73           V2500 A1         5.4         0.99         0.83         15.95         1.65         1.77         -7.47           LF507         5.6         1.15         0.82         28.33         1.17         NaN         NaN           D 18T         5.6         NaN         0.82         NaN         1.61         1.7         -5.07           ALF502R5         5.7         1.16         0.82         29.07         2.04         1.72         15.54           TRENT 892         5.74         NaN         0.82         NaN         1.58         1.78         -12.79           CFM56 2A2         5.9         1.02         0.81         20.49         1.88         1.74         7.65           CFM56 3C1         6         0.93         0.81         13.77         1.69         1.73         -2.68           PW2037         6         0.93         0.81         13.77         1.69         1.73         -2.68           PW4084         6.41         NaN         0.81         NaN         1.84         1.73         5.56           PW4084         6.41 <t< td=""><td>CF6 80E1A2</td><td>5.3</td><td>0.93</td><td>0.84</td><td>10.37</td><td>1.59</td><td>NaN</td><td>NaN</td></t<>	CF6 80E1A2	5.3	0.93	0.84	10.37	1.59	NaN	NaN
V2500 A1         5.4         0.99         0.83         15.95         1.65         1.77         -7.47           LF507         5.6         1.15         0.82         28.33         1.17         NaN         NaN           D 18T         5.6         NaN         0.82         NaN         1.61         1.7         -5.07           ALF502R5         5.7         1.16         0.82         29.07         2.04         1.72         15.54           TRENT 892         5.74         NaN         0.82         NaN         1.58         1.78         -12.79           CFM56 2A2         5.9         1.02         0.81         20.49         1.88         1.74         7.65           CFM56 3C1         6         0.93         0.81         13.77         1.69         1.73         -2.68           PW2037         6         0.93         0.81         13.77         1.65         1.78         -8.27           CFM56 2B1         6         NaN         0.81         NaN         1.84         1.73         5.56           PW4084         6.41         NaN         0.79         NaN         NaN         1.74         NaN           CFM56 5C2         6.6         0.91<	CFE738	5.3	1.05	0.84	19.84	1.83	1.76	3.4
LF507         5.6         1.15         0.82         28.33         1.17         NaN         NaN           D 18T         5.6         NaN         0.82         NaN         1.61         1.7         -5.07           ALF502R5         5.7         1.16         0.82         29.07         2.04         1.72         15.54           TRENT 892         5.74         NaN         0.82         NaN         1.58         1.78         -12.79           CFM56 2A2         5.9         1.02         0.81         20.49         1.88         1.74         7.65           CFM56 3C1         6         0.93         0.81         13.77         1.89         1.73         -2.68           PW2037         6         0.93         0.81         13.77         1.69         1.73         -2.68           PW4084         6.41         NaN         0.81         NaN         1.84         1.73         5.56           PW4084         6.41         NaN         0.79         NaN         NaN         1.74         NaN           CFM56 5C2         6.6         0.91         0.78         14.08         1.61         1.7         -5.77           TRENT 900         7.14         NaN<	CF6 80C2B2	5.31	0.91	0.84	7.61	1.63	1.77	-8.73
D 18T         5.6         NaN         0.82         NaN         1.61         1.7         -5.07           ALF502R5         5.7         1.16         0.82         29.07         2.04         1.72         15.54           TRENT 892         5.74         NaN         0.82         NaN         1.58         1.78         -12.79           CFM56 2A2         5.9         1.02         0.81         20.49         1.88         1.74         7.65           CFM56 3C1         6         0.93         0.81         13.77         1.89         1.73         8.25           CFM56 5A1         6         0.93         0.81         13.77         1.69         1.73         -2.68           PW2037         6         0.93         0.81         13.77         1.65         1.78         -8.27           CFM56 2B1         6         NaN         0.81         NaN         1.84         1.73         5.56           PW4084         6.41         NaN         0.79         NaN         NaN         1.74         NaN           CFM56 5C2         6.6         0.91         0.78         14.08         1.61         1.7         -5.77           TRENT 566         7.32	V2500 A1	5.4	0.99	0.83	15.95	1.65	1.77	-7.47
ALF502R5         5.7         1.16         0.82         29.07         2.04         1.72         15.54           TRENT 892         5.74         NaN         0.82         NaN         1.58         1.78         -12.79           CFM56 2A2         5.9         1.02         0.81         20.49         1.88         1.74         7.65           CFM56 3C1         6         0.93         0.81         13.77         1.69         1.73         8.25           CFM56 5A1         6         0.93         0.81         13.77         1.69         1.73         -2.68           PW2037         6         0.93         0.81         13.77         1.65         1.78         -8.27           CFM56 2B1         6         NaN         0.81         NaN         1.84         1.73         5.56           PW4084         6.41         NaN         0.79         NaN         NaN         1.74         NaN           CFM56 5C2         6.6         0.91         0.78         14.08         1.61         1.7         -5.77           TRENT 900         7.14         NaN         0.75         NaN         1.63         1.71         -5.18           TRENT 556         7.32	LF507	5.6	1.15	0.82	28.33	1.17	NaN	NaN
TRENT 892         5.74         NaN         0.82         NaN         1.58         1.78         -12.79           CFM56 2A2         5.9         1.02         0.81         20.49         1.88         1.74         7.65           CFM56 3C1         6         0.93         0.81         13.77         1.89         1.73         8.25           CFM56 5A1         6         0.93         0.81         13.77         1.69         1.73         -2.68           PW2037         6         0.93         0.81         13.77         1.65         1.78         -8.27           CFM56 2B1         6         NaN         0.81         NaN         1.84         1.73         5.56           PW4084         6.41         NaN         0.79         NaN         NaN         1.74         NaN           CFM56 5C2         6.6         0.91         0.78         14.08         1.61         1.7         -5.77           TRENT 900         7.14         NaN         0.75         NaN         1.63         1.71         -5.18           TRENT 556         7.32         NaN         0.75         NaN         1.65         1.7         -3.07           GE90 85B         8.4 <t< td=""><td>D 18T</td><td>5.6</td><td>NaN</td><td>0.82</td><td>NaN</td><td>1.61</td><td>1.7</td><td>-5.07</td></t<>	D 18T	5.6	NaN	0.82	NaN	1.61	1.7	-5.07
CFM56 2A2         5.9         1.02         0.81         20.49         1.88         1.74         7.65           CFM56 3C1         6         0.93         0.81         13.77         1.89         1.73         8.25           CFM56 5A1         6         0.93         0.81         13.77         1.69         1.73         -2.68           PW2037         6         0.93         0.81         13.77         1.65         1.78         -8.27           CFM56 2B1         6         NaN         0.81         NaN         1.84         1.73         5.56           PW4084         6.41         NaN         0.79         NaN         NaN         1.74         NaN           CFM56 5C2         6.6         0.91         0.78         14.08         1.61         1.7         -5.77           TRENT 900         7.14         NaN         0.75         NaN         1.63         1.71         -5.18           TRENT 556         7.32         NaN         0.75         NaN         1.65         1.7         -3.07           GE90 85B         8.4         0.81         0.7         13.65         1.54         1.62         -5.17           CFM56 7B20         NaN         <	ALF502R5	5.7	1.16	0.82	29.07	2.04	1.72	15.54
CFM56 3C1         6         0.93         0.81         13.77         1.89         1.73         8.25           CFM56 5A1         6         0.93         0.81         13.77         1.69         1.73         -2.68           PW2037         6         0.93         0.81         13.77         1.65         1.78         -8.27           CFM56 2B1         6         NaN         0.81         NaN         1.84         1.73         5.56           PW4084         6.41         NaN         0.79         NaN         NaN         1.74         NaN           CFM56 5C2         6.6         0.91         0.78         14.08         1.61         1.7         -5.77           TRENT 900         7.14         NaN         0.75         NaN         1.63         1.71         -5.18           TRENT 556         7.32         NaN         0.75         NaN         1.65         1.7         -3.07           GE90 85B         8.4         0.81         0.7         13.65         1.54         1.62         -5.17           CFM56 7820         NaN         1.02         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN <td>TRENT 892</td> <td>5.74</td> <td>NaN</td> <td>0.82</td> <td>NaN</td> <td>1.58</td> <td>1.78</td> <td>-12.79</td>	TRENT 892	5.74	NaN	0.82	NaN	1.58	1.78	-12.79
CFM56 5A1         6         0.93         0.81         13.77         1.69         1.73         -2.68           PW2037         6         0.93         0.81         13.77         1.65         1.78         -8.27           CFM56 2B1         6         NaN         0.81         NaN         1.84         1.73         5.56           PW4084         6.41         NaN         0.79         NaN         NaN         1.74         NaN           CFM56 5C2         6.6         0.91         0.78         14.08         1.61         1.7         -5.77           TRENT 900         7.14         NaN         0.75         NaN         1.63         1.71         -5.18           TRENT 556         7.32         NaN         0.75         NaN         1.65         1.7         -3.07           GE90 85B         8.4         0.81         0.7         13.65         1.54         1.62         -5.17           CFM56 7B20         NaN         1.02         NaN	CFM56 2A2	5.9	1.02	0.81	20.49	1.88	1.74	7.65
PW2037         6         0.93         0.81         13.77         1.65         1.78         -8.27           CFM56 2B1         6         NaN         0.81         NaN         1.84         1.73         5.56           PW4084         6.41         NaN         0.79         NaN         NaN         1.74         NaN           CFM56 5C2         6.6         0.91         0.78         14.08         1.61         1.7         -5.77           TRENT 900         7.14         NaN         0.75         NaN         1.63         1.71         -5.18           TRENT 556         7.32         NaN         0.75         NaN         1.65         1.7         -3.07           GE90 85B         8.4         0.81         0.7         13.65         1.54         1.62         -5.17           CFM56 7B20         NaN         1.02         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           CF34 3A/3B         NaN         0.99         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           AE3007         NaN         1.1         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           N893         NaN         NaN <td< td=""><td>CFM56 3C1</td><td>6</td><td>0.93</td><td>0.81</td><td>13.77</td><td>1.89</td><td>1.73</td><td>8.25</td></td<>	CFM56 3C1	6	0.93	0.81	13.77	1.89	1.73	8.25
CFM56 2B1         6         NaN         0.81         NaN         1.84         1.73         5.56           PW4084         6.41         NaN         0.79         NaN         NaN         1.74         NaN           CFM56 5C2         6.6         0.91         0.78         14.08         1.61         1.7         -5.77           TRENT 900         7.14         NaN         0.75         NaN         1.63         1.71         -5.18           TRENT 556         7.32         NaN         0.75         NaN         1.65         1.7         -3.07           GE90 85B         8.4         0.81         0.7         13.65         1.54         1.62         -5.17           CFM56 7B20         NaN         1.02         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           AE3007         NaN         0.99         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           NK93         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN	CFM56 5A1	6	0.93	0.81	13.77	1.69	1.73	
PW4084         6.41         NaN         0.79         NaN         NaN         1.74         NaN           CFM56 5C2         6.6         0.91         0.78         14.08         1.61         1.7         -5.77           TRENT 900         7.14         NaN         0.75         NaN         1.63         1.71         -5.18           TRENT 556         7.32         NaN         0.75         NaN         1.65         1.7         -3.07           GE90 85B         8.4         0.81         0.7         13.65         1.54         1.62         -5.17           CFM56 7B20         NaN         1.02         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           CF34 3A/3B         NaN         0.99         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           AE3007         NaN         1.1         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           NK93         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN	PW2037	6	0.93	0.81	13.77	1.65	1.78	-8.27
CFM56 5C2         6.6         0.91         0.78         14.08         1.61         1.7         -5.77           TRENT 900         7.14         NaN         0.75         NaN         1.63         1.71         -5.18           TRENT 556         7.32         NaN         0.75         NaN         1.65         1.7         -3.07           GE90 85B         8.4         0.81         0.7         13.65         1.54         1.62         -5.17           CFM56 7B20         NaN         1.02         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           CF34 3A/3B         NaN         0.99         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           AE3007         NaN         1.1         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           NK93         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN		6	NaN		NaN	1.84	1.73	5.56
TRENT 900         7.14         NaN         0.75         NaN         1.63         1.71         -5.18           TRENT 556         7.32         NaN         0.75         NaN         1.65         1.7         -3.07           GE90 85B         8.4         0.81         0.7         13.65         1.54         1.62         -5.17           CFM56 7B20         NaN         1.02         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           CF34 3A/3B         NaN         0.99         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           AE3007         NaN         1.1         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           NK93         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN	PW4084	6.41	NaN	0.79	NaN	NaN	1.74	NaN
TRENT 556         7.32         NaN         0.75         NaN         1.65         1.7         -3.07           GE90 85B         8.4         0.81         0.7         13.65         1.54         1.62         -5.17           CFM56 7B20         NaN         1.02         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           CF34 3A/3B         NaN         0.99         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           AE3007         NaN         1.1         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           NK93         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN	CFM56 5C2	6.6	0.91	0.78	14.08	1.61	1.7	-5.77
GE90 85B         8.4         0.81         0.7         13.65         1.54         1.62         -5.17           CFM56 7B20         NaN         1.02         NaN	TRENT 900	7.14	NaN	0.75	NaN	1.63	1.71	-5.18
CFM56 7B20         NaN         1.02         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           CF34 3A/3B         NaN         0.99         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           AE3007         NaN         1.1         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           NK93         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN	TRENT 556	7.32	NaN	0.75	NaN	1.65	1.7	-3.07
CFM56 7B20         NaN         1.02         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           CF34 3A/3B         NaN         0.99         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           AE3007         NaN         1.1         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN           NK93         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN	GE90 85B	8.4	0.81	0.7	13.65	1.54	1.62	-5.17
AE3007         NaN         1.1         NaN         NaN         NaN         NaN           NK93         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN	CFM56 7B20			NaN	NaN		NaN	
NK93 NaN NaN NaN NaN NaN NaN NaN	CF34 3A/3B	NaN	0.99	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
	AE3007	NaN	1.1	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
Er	NK93	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
			$Er_{i}$	noy%	20.43	$Er_n$	noy%	7.86

Table 2.11 – Confrontation des données moteurs (Table 2.6, p. 28) et des évaluations du modèle Plan (Equation 2.12, p. 50)

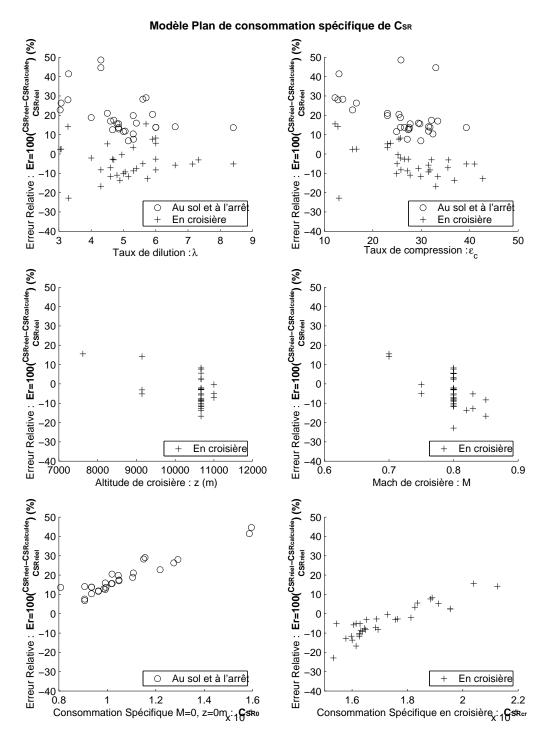


Fig. 2.21 – Erreur relative du modèle Plan (Equation 2.12, p. 50) par rapport aux moteurs réels (Table 2.6, p. 28) de taux de dilution  $\lambda$  supérieurs à 3.

# 2.5.2 Recalage du modèle Simple

Nous venons d'identifier plusieurs paramètres pour lesquels l'erreur relative d'estimation des consommations spécifiques  $C_{SR}$  de croisière et au sol et à l'arrêt semblaient liées. Nous allons maintenant tenter plusieurs types de corrections successives sur notre modèle Simple dont nous rappelons ici la forme analytique :

```
C_{SR} = ((a_1(h)\lambda + a_2(h))M + (b_1(h)\lambda + b_2(h)))\sqrt{\theta} + c(\varepsilon_c - 30)
C_{SR}
                : Consommation Spécifique Réacteur
                                                                                (kg/s)/N
M
                : Mach de vol
h
                : Altitude de vol
                                                                                    m
                : Rapport des températures en vol et au sol \theta = \frac{T}{T_0}
\theta
T
                : Température en vol (Section F.1, p. 269)
                                                                                    K
T_0
                : Température au sol (Section F.1, p. 269)
                                                                                    K
                : Rapport de pression entrée/sortie du compresseur
\varepsilon_c
\lambda
                : Taux de dilution \lambda > 3
a_1(h), a_2(h), : Fonctions linéaires par morceaux de l'altitude
b_1(h), b_2(h)
c
                : Constante
```

### Correction en taux de compression $\varepsilon_c$

Nous commencerons par le taux de compression  $\varepsilon_c$ . Nous désirons supprimer le lien entre erreur relative et taux de compression  $\varepsilon_c$ . C'est-à-dire que nous voulons aligner les points représentant les erreurs des consommations spécifiques de croisière. 30 étant la valeur moyenne des taux de compression  $\varepsilon_c$  de nos gros moteurs civils, nous désirions que la correction ne touche pas aux moteurs ayant  $\varepsilon_c = 30$ . Autrement dit, nous avons cherché une correction qui aligne en moyenne, les erreurs relatives autour de l'erreur que notre modèle Simple fait pour des moteurs de  $\varepsilon_c = 30$ . Pour cela nous n'agissons que sur le dernier terme en  $c(\varepsilon_c - 30)$ . Ainsi nous cherchions un modèle corrigé de la forme :

$$C_{SR} = ((a_1(h)\lambda + a_2(h))M + (b_1(h)\lambda + b_2(h)))\sqrt{\theta} + f(\varepsilon_c, M, h)(\varepsilon_c - 30)$$

Ce type de correction permet effectivement de ne pas agir pour  $\varepsilon_c=30$ . La fonction f doit répondre à des critères bien particuliers : ne pas agir au sol et à l'arrêt  $(M=0,\,h=0\,m)$  et corriger la croisière. Nous avions alors le choix, pour la forme de la fonction f, d'agir en fonction du Mach M ou de l'altitude h ou encore des deux. Nous avons choisi de n'agir que sur l'altitude h afin de ne pas rajouter un terme supplémentaire fonction du Mach M. Nous avions pu observer que l'effet du taux de compression  $\varepsilon_c$  semblait indépendant du Mach M (Figure 2.11, p. 36) et éventuellement légèrement lié à l'altitude h. Nous avons donc choisi de procéder par une correction uniquement fonction de l'altitude, ce qui s'est avéré appréciable puisque cela élimine à la fois le lien entre erreur relative et taux de compression  $\varepsilon_c$  mais également le lien entre l'erreur relative et l'altitude h de croisière. La différence de consommation spécifique  $C_{SR}$  des moteurs réels et des estimations du modèle Simple se présentant sous une forme parabolique, nous avons choisi d'adopter la correction suivante :

$$C_{SR} = ((a_1(h)\lambda + a_2(h))M + (b_1(h)\lambda + b_2(h)))\sqrt{\theta} + (7.4 \cdot 10^{-13}(\varepsilon_c - 30)h + c)(\varepsilon_c - 30)$$
(2.13)

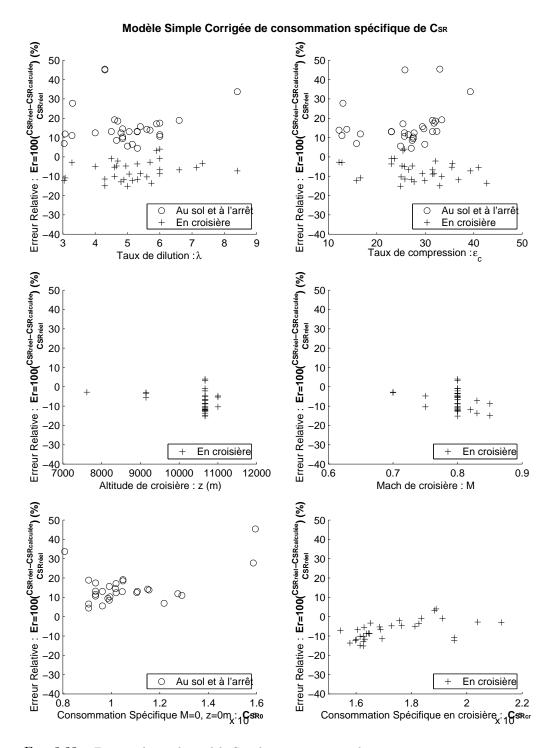


FIG. 2.22 – Erreur relative du modèle Simple corrigé en taux de compression  $\varepsilon_c$  par rapport aux moteurs réels (Table 2.6, p. 28) de taux de dilution  $\lambda$  supérieurs à 3.

Cette correction a été choisie graphiquement et redresse effectivement bien l'erreur selon le taux de compression  $\varepsilon_c$  (Figure 2.22, p. 60), ce que nous cherchions à faire. L'erreur relative moyenne est donc naturellement plus mauvaise en croisière sur l'ensemble des moteurs mais c'est sur l'écart type que nous avons joué, et là effectivement, il y a une nette amélioration : 4.88 %. Les données au sol et à l'arrêt restent évidemment inchangées.

	Erreur relative (%)	Écart type (%)
Au sol et à l'arrêt	12.44 %	3.94 %
En croisière	7.23~%	4.88 %
Total	9.69~%	10.56~%

Le fait d'avoir choisi une correction (forme de la fonction f) uniquement fonction de l'altitude h, semble avoir fait disparaître le lien entre l'erreur relative et l'altitude de croisière. Nous garderons alors cette première correction et allons tenter de corriger davantage notre modèle à partir de celle-ci.

### Tentative de correction en taux de dilution $\lambda$

Nous pouvons remarquer qu'une tendance linéaire semble lier l'erreur relative et le taux de dilution  $\lambda$ , de la même manière au sol et à l'arrêt et en croisière. Et ceci même si nous prenons une référence différente pour l'erreur relative, c'est-à-dire :

$$Er_{\%} = \frac{C_{SRR\acute{\text{e}elle}} - C_{SRCalcul\acute{\text{e}e}}}{C_{SRCalcul\acute{\text{e}e}}}$$

Les gros moteurs civils de notre banque de données moteur ayant un taux de dilution  $\lambda$  moyen de 5, nous voulions que notre correction laisse intacte les erreurs à  $\lambda=5$  afin de ne corriger que la tendance et non pas la valeur moyenne de l'erreur. Ainsi nous avons tenté une correction du type :

$$C_{SRCorrige} = C_{SR} \left( 0.03(\lambda - 5) + 1 \right)$$

	Erreur relative (%)	Écart type (%)
Au sol et à l'arrêt	12.5~%	3.90 %
En croisière	7.6 %	5.2 %
Total	9.92~%	10.92 %

Ce type de correction redresse effectivement très bien l'erreur en fonction du taux de dilution  $\lambda$  (Figure 2.23, p. 62) mais n'apporte pas de gain considérable et au contraire affecte l'erreur en fonction du taux de compression  $\varepsilon_c$  et de la consommation spécifique de croisière. Nous ne retiendrons donc pas cette correction.

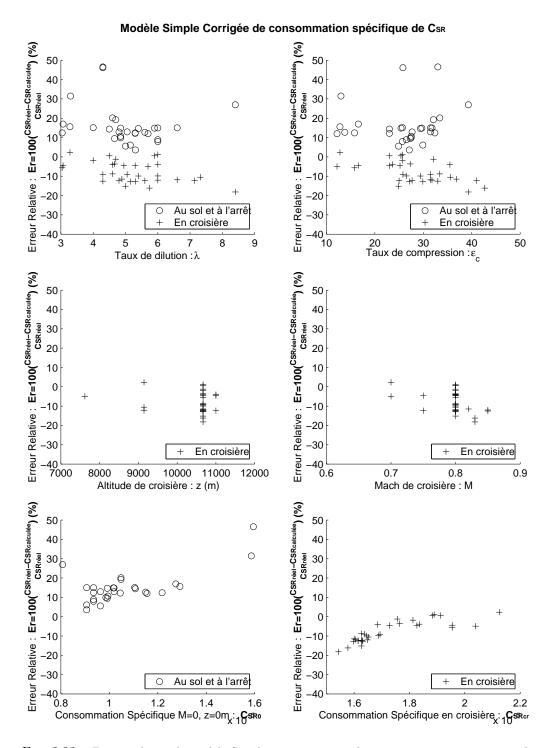


FIG. 2.23 – Erreur relative du modèle Simple corrigé en taux de compression  $\varepsilon_c$  puis en taux de dilution  $\lambda$  par rapport aux moteurs réels (Table 2.6, p. 28) de taux de dilution  $\lambda$  supérieurs à 3.

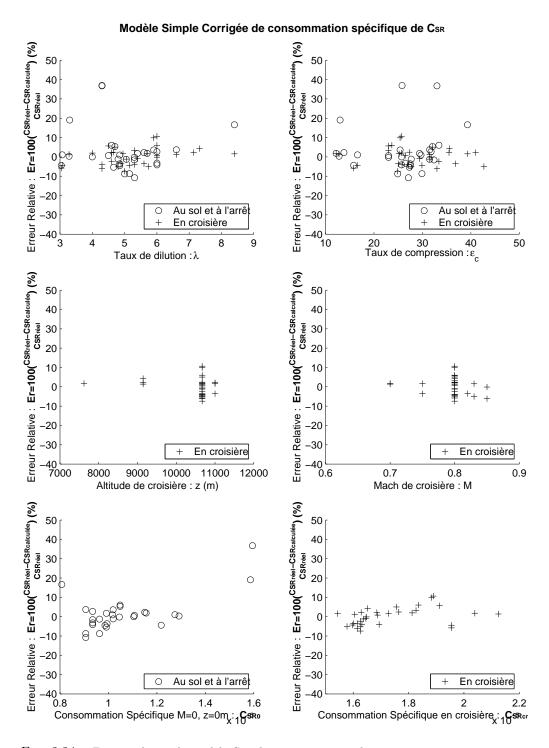


FIG. 2.24 – Erreur relative du modèle Simple corrigé en taux de compression  $\varepsilon_c$  puis en erreur moyenne par rapport aux moteurs réels (Table 2.6, p. 28) de taux de dilution  $\lambda$  supérieurs à 3.

## Correction de l'erreur moyenne

La correction en fonction du taux de dilution  $\lambda$  n'ayant pas aboutie, nous repartons de l'étape précédente, c'est-à-dire de la consommation spécifique  $C_{SR}$  recalée par rapport au taux de compression  $\varepsilon_c$  (Equation 2.13, p. 59). Nous allons corriger l'erreur moyenne en croisière et au point fixe. Il faut alors corriger un peu plus de 12% d'erreur moyenne positive (sous-estimation) au point fixe et de 7.2% en croisière (sur-estimation). Il faut donc trouver une fonction  $\Delta C_{SR}$  à additionner, qui corrige différemment cette erreur moyenne, en croisière et au point fixe.

$$C_{SR_{\text{recal\'ee}}} = C_{SR} + \Delta C_{SR} \tag{2.14}$$

Nous avons donc le choix d'agir soit sur l'altitude h, soit sur le Mach M soit sur les deux. Puisque notre première correction en taux de compression  $\varepsilon_c$  a corrigé le lien entre altitude h et l'erreur d'estimation de consommation spécifique  $C_{SR}$  (Figure 2.22, p. 60), nous choisissons de tenter une correction uniquement en fonction du Mach M. Ce choix s'avère bon (Figure 2.24, p. 63) puisque non seulement nous corrigeons l'erreur moyenne mais aussi le lien entre erreur relative et Mach M avec la correction suivante, choisie graphiquement :

$$\Delta C_{SR} = -3.3 \, 10^{-6} \, M + 0.138 \, 10^{-5}$$

Le nuage de points est alors incroyablement bien centré autour de 0. Nous obtenons des erreurs relatives excellentes :

	Erreur relative (%)	Écart type (%)
Au sol et à l'arrêt	3.38~%	4.24 %
En croisière	3.73 %	4.49 %
Total	3.56~%	4.44 %

### Linéarisation de la correction moyenne

Nous avions vu que le terme de correction d'altitude  $\sqrt{\theta}$  pouvait se mettre sous forme d'une équation de droite (Figure 2.7, p. 33). Nous allons alors exploiter ceci afin de simplifier la correction précédente. En effet, le terme  $\Delta C_{SR}$  peut alors être pris en compte dans les fonctions linéaires par morceaux  $a_2(h)$  et  $b_2(h)$ .

$$a_2(h)_{\text{recal\'ee}} = a_2(h) - \frac{3.3 \, 10^{-6}}{1 - 1.208 \, 10^{-5} \, h}$$
  
 $b_2(h)_{\text{recal\'ee}} = b_2(h) + \frac{0.138 \, 10^{-5}}{1 - 1.208 \, 10^{-5} \, h}$ 

Ces expressions peuvent être facilement linéarisées (Figure 2.25, p. 65) et (Figure 2.26, p. 65) afin de revenir à des fonctions linéaires par morceaux. Nous avons alors pour  $h \le 11 \, km$ :

$$a_2(h)_{\text{recal\'ee}} = -3.32 \, 10^{-10} \, h + 8.54 \, 10^{-6}$$
  
 $b_2(h)_{\text{recal\'ee}} = 4.23 \, 10^{-10} \, h + 1.32 \, 10^{-5}$  (2.15)

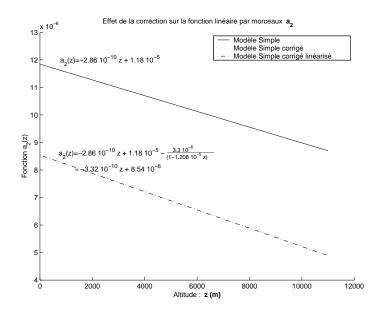


FIG. 2.25 – Fonction linéaire par morceaux  $a_2(h)$  (Equation 2.15, p. 64) avant et après recalage sur l'erreur moyenne d'estimation de consommation spécifique  $C_{SR}$ 

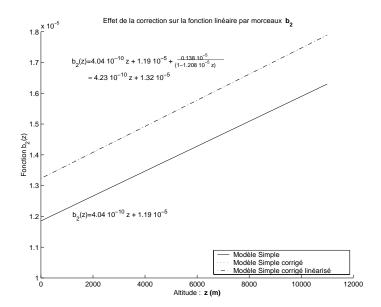


FIG. 2.26 – Fonction linéaire par morceaux  $b_2(h)$  (Equation 2.15, p. 64) avant et après recalage sur l'erreur moyenne d'estimation de consommation spécifique  $C_{SR}$ 

L'erreur relative est alors sensiblement la même que pour la correction précédente mais nous revenons à une expression analytique simple.

	Erreur relative (%)	Écart type (%)
Au sol et à l'arrêt	3.37 %	4.23 %
En croisière	3.68~%	4.48 %
Total	3.54 %	4.41 %

Avec une erreur relative maximale au point fixe de -10.4% pour le CF6 80C2B2 et de 10.87% en croisière pour le CFM56 3C1 (Vous pouvez retrouver les estimations pour chacun des moteurs ayant servi au recalage (Table 2.12, p. 73)). Nous en resterons alors au modèle analytiquement simple et néanmoins précis suivant :

$$C_{SR} = ((a_1(h)\lambda + a_2(h))M + (b_1(h)\lambda + b_2(h)))\sqrt{\theta} + (7.4 \cdot 10^{-13}(\varepsilon_c - 30)h + c)(\varepsilon_c - 30)$$
(2.16)

(kg/s)/N $C_{SR}$ : Consommation Spécifique Réacteur : Mach de vol : Altitude de vol hm $\theta$ : Rapport des températures en vol et au sol  $\theta = \frac{T}{T_0}$ T: Température en vol (Section F.1, p. 269) KK $T_0$ : Température au sol (Section F.1, p. 269) : Rapport de pression entrée/sortie du compresseur  $\varepsilon_c$  $\lambda$ : Taux de dilution  $\lambda \geq 3$  $a_1(h), a_2(h), :$  Fonctions linéaires par morceaux de l'altitude  $b_1(h), b_2(h)$ : Constante c

Avec les fonctions linéaires par morceaux suivantes :

	Au sol	Troposphère	Stratosphère (basse)
	h = 0 m	$0 < h \le 11 \ km$	$11 < h \le 20  km$
$a_1$	$6.5410^{-7}$	$-7.4410^{-13}h + 6.5410^{-7}$	$6.45  10^{-7}$
$a_2$	$8.54 \ 10^{-6}$	$-3.3210^{-10}h + 8.5410^{-6}$	$4.89  10^{-6}$
$b_1$	$-6.5810^{-7}$	$-3.47  10^{-11} h - 6.58  10^{-7}$	$-1.0410^{-6}$
$b_2$	$1.32  10^{-5}$	$4.23  10^{-10} h + 1.32  10^{-5}$	$1.79  10^{-5}$
c	$-1.05 \ 10^{-7}$	$-1.0510^{-7}$	$-1.0510^{-7}$

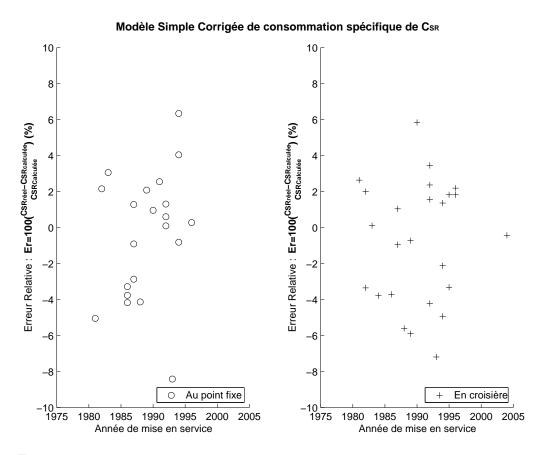


FIG. 2.27 – L'erreur relative d'estimation des consommations spécifiques  $C_{SR}$  ne semble pas liée à l'avancement technologique apparue au fil du temps

# 2.5.3 Recalage du modèle Plan

Nous avons pu mettre en évidence plusieurs paramètres liés à l'erreur relative d'estimation du modèle Plan (Figure 2.21, p. 58). Nous retrouvons notamment le taux de compression  $\varepsilon_c$ . Nous ne voulons pas effectuer de correction par rapport à ce paramètre puisque ce modèle n'en tient pas compte (sinon, cela reviendrait à considérer une variante du modèle Simple).

### Correction de l'erreur moyenne

Nous avons alors appliqué la même correction en erreur relative moyenne que pour le modèle Simple (Equation 2.14, p. 64). Nous améliorons sensiblement les prédictions :

	Erreur relative (%)	Écart type (%)
Au sol et à l'arrêt	5.58~%	7.22~%
En croisière	6.26~%	6.93~%
Total	6.08 %	7.09 %

### Linéarisation de la correction moyenne

En procédant de la même manière que pour la correction du modèle Simple, nous linéarisons les fonctions  $a_2(h)$  et  $b_2(h)$ , de manière à revenir à des fonctions linéaires par morceaux.

$$C_{SR} = (a_2(h)M + b_1(h)\lambda + b_2(h))\sqrt{\theta}$$
 (2.17)

Nous obtenons alors les fonctions suivantes :

	Au sol	Troposphère	Stratosphère (basse)
	h = 0 m	$0 < h \le 11  km$	$11 < h \le 20  km$
$a_1$	0	0	0
$a_2$	$1.21 \ 10^{-5}$	$-3.81  10^{-10} h + 1.21  10^{-5}$	$7.89  10^{-6}$
$b_1$	$-4.54 \ 10^{-7}$	$-2.05  10^{-11} h - 4.54  10^{-7}$	$-6.810^{-7}$
$b_2$	$1.22  10^{-5}$	$3.66  10^{-10} h + 1.22  10^{-5}$	$1.62  10^{-5}$
c	0	0	0

	Erreur relative (%)	Écart type (%)
Au sol et à l'arrêt	5.92~%	7.16 %
En croisière	6.31 %	6.94 %
Total	6.13~%	7.06 %

Avec une erreur relative maximale au point fixe de 17.85% pour le FJ44 et de 20.36% en croisière pour le ALF502R5 (Vous pouvez retrouver les estimations pour chacun des moteurs ayant servi au recalage (Table 2.13, p. 74)).

Remarque 2.16 Il est à noter qu'il serait possible de continuer à élaborer des recalages, car l'erreur relative est encore liée à des paramètres (Figure 2.28, p. 69). C'est le cas de la consommation spécifique de croisière et au sol et à l'arrêt. Nous avons décidé de nous arrêter là car une correction linéaire d'erreur en fonction des consommations spécifiques  $C_{SR}$  donnent une forme analytique peu attrayante par rapport au gain de précision.

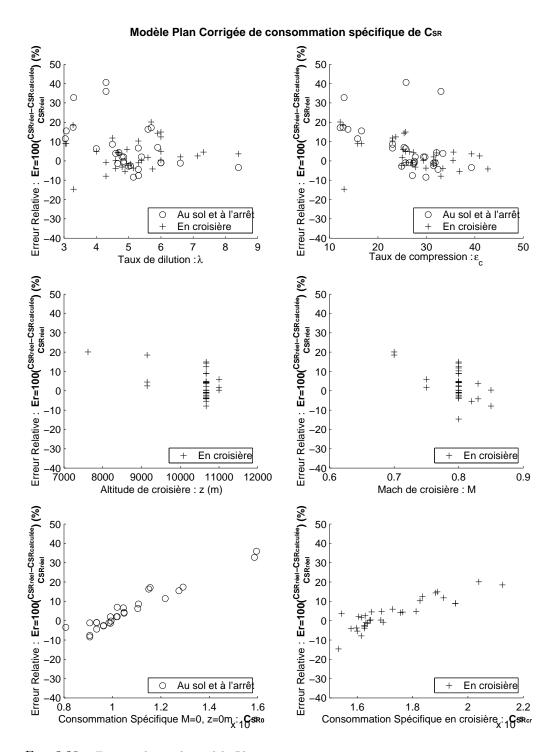


Fig. 2.28 – Erreur relative du modèle Plan corrigé en erreur moyenne par rapport aux moteurs réels (Table 2.6, p. 28) de taux de dilution  $\lambda$  supérieurs à 3.

# 2.5.4 Impacts du Recalage de nos modèles

Les corrections apportées à nos deux modèles (Modèle Simple (Equation 2.16, p. 66) et Modèle plan (Equation 2.17, p. 68)), n'ont effectivement pas modifié fondamentalement les modèles par rapport au modèle d'identification d'E. Torenbeek (Equation 2.9, p. 24). C'est ce que nous cherchions en effectuant nos recalages, car cela nous permet alors de conserver le vaste domaine de définition du modèle d'E.Torenbeek. Les modèles recalés s'écartent bien évidemment du modèle d.E.Torenbeek au point fixe et en croisière puisque c'est sur ces domaines que nous avons effectué leur recalage : (Figure 2.29, p. 71) et (Figure 2.30, p. 72). Le phénomène est d'autant plus marqué au sol et à l'arrêt. Ce n'est pas surprenant puisque c'est justement dans ces conditions que le modèle d'E.Torenbeek se trompait le plus : 16% d'erreur relative moyenne. Ce qui est appréciable, c'est que nos modèles recalés restent proches du modèle d'E. Torenbeek dans les autres domaines. Vis-à-vis des moteurs réels, nos deux modèles donnent donc de meilleurs estimations<sup>9</sup> (Table 2.12, p. 73) et (Table 2.13, p. 74). Nos modèles ont alors une pente en Mach M moins prononcée (Figure 2.31, p. 75) que le modèle d'E.Torenbeek (c'était l'objet de notre correction). Les autres modèles existants (de l'Onéra et de J.Mattingly) étaient, semble-t-il, pessimistes pour les consommations spécifiques de croisière (pente trop forte). C'est le modèle ESDU qui semble avoir la pente la plus proche de nos modèles. Pour ne pas surcharger le document principal, nous avons mis en annexe les mêmes types de confrontation, pour les moteurs (CFM56) dont nous disposons de données précises (Appendix A.9, p. 234).

Pour la consommation spécifique  $C_{SR}$  en fonction du taux de dilution (Figure 2.32, p. 75), nos modèles se rapprochent bien mieux des moteurs réels que le modèle d'E. Torenbeek, en jouant sur la pente et l'ordonnée à l'origine. C'est là où nous pouvons réaliser les limites de nos modèles pour les faibles taux de dilution  $\lambda$ . En effet, une droite ne peut décrire l'infléchissement qu'il semble y avoir pour les faibles taux de dilution  $\lambda$ . C'est aussi pourquoi nos modèles ne sont valables que pour des taux de dilution supérieurs à  $3: \lambda > 3$ . En ce qui concerne le taux de compression  $\varepsilon_c$ , le modèle Plan n'en tenant pas compte est représenté par une droite horizontale (Figure 2.33, p. 76). Ce modèle est assez bon pour les taux de compression  $\varepsilon_c$  supérieurs à 20. Le modèle Simple décrit bien le phénomène. Sa pente est peut-être encore faible au point fixe.

 $<sup>^9\</sup>mathrm{Ces}$ tableaux montrent les estimations de nos modèles pour les moteurs ayant servis au recalage  $(\lambda > 3)$ 

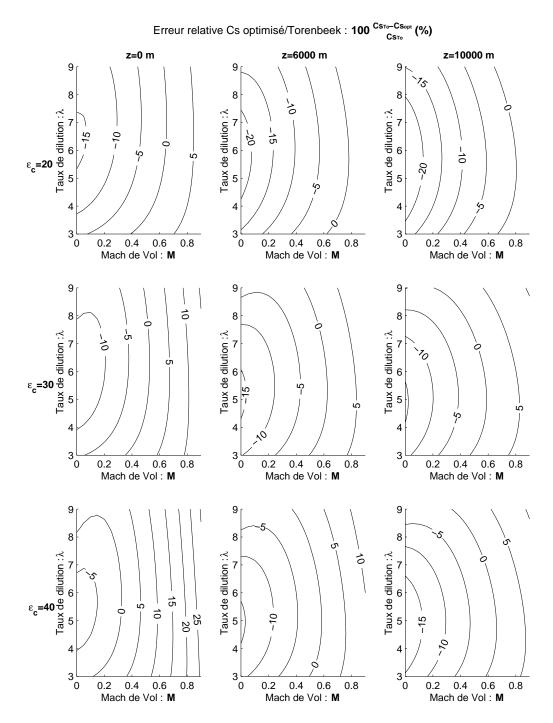


Fig. 2.29 – Influence du recalage (Equation 2.16, p. 66) du modèle Simple par rapport aux moteurs réels (Table 2.6, p. 28) vis-à-vis du modèle d'identification d'E. Torenbeek (Equation 2.9, p. 24)

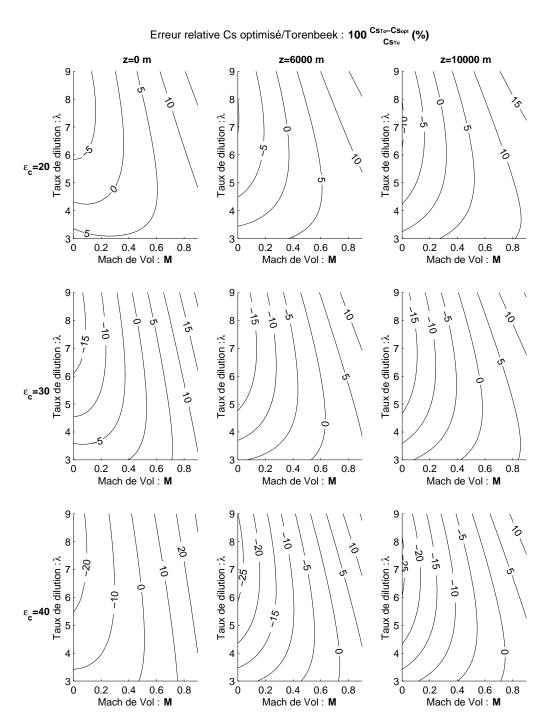


FIG. 2.30 – Influence du recalage (Equation 2.17, p. 68) du modèle Plan par rapport aux moteurs réels (Table 2.6, p. 28) vis-à-vis du modèle d'identification d'E. Torenbeek (Equation 2.9, p. 24)

	ĺ	Au s	ol et à l'arrê	t	E	n croisière	
Modèle	λ	$10^5 C_{SR0}  (kg/s)/N$	$10^5 C_{SRopt}  (kg/s)/N$	$Er_{\%}$	$ \begin{array}{c} 10^5 C_{SRcr} \\ (kg/s)/N \end{array} $	$10^5 C_{SRopt}  (kg/s)/N$	$Er_{\%}$
TAY 611	3.04	1.22	1.27	-4.13	1.95	2.06	-5.6
TAY 651	3.07	1.27	1.26	1.31	1.95	2.04	-4.21
RB183 TAY650	3.1	NaN	1.26	NaN	NaN	NaN	NaN
TFE731 5	3.15	NaN	1.22	NaN	NaN	NaN	NaN
FJ44	3.28	1.29	1.28	0.6	2.12	2.09	1.57
BR710	4	1.1	1.1	0.28	1.81	1.77	2.19
PS90	4.4	NaN	0.98	NaN	NaN	NaN	NaN
PW305B	4.5	1.11	1.1	0.96	1.91	1.8	5.85
V2533 A5	4.6	1.05	0.98	6.34	1.63	1.66	-2.12
PS 90A	4.6	NaN	0.96	NaN	1.69	1.65	2.37
PS90 Soloviev	4.6	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80A2	4.66	0.99	1.04	-5.04	1.76	1.72	2.64
BR715 55	4.7	1.05	0.99	5.67	1.76	1.66	5.26
V2525 D5	4.8	1.02	1.03	-0.81	1.63	1.71	-4.93
PW4052	4.85	0.99	1.03	-3.28	NaN	1.71	NaN
PW4056	4.85	1.02	1	1.29	NaN	1.68	NaN
PW4152	4.85	0.99	1.03	-4.17	NaN	NaN	NaN
TRENT 772	4.89	NaN	0.93	NaN	1.6	1.65	-3.32
D 436T1	4.95	NaN	1.04	NaN	1.73	1.7	1.83
V2522 A5	5	0.96	1.04	-8.41	1.63	1.74	-7.19
CF6 80C2A5	5.05	0.96	0.97	-0.91	1.64	1.65	-0.95
PW4168	5.1	NaN	0.96	NaN	NaN	1.65	NaN
CF6 80C2B1F	5.15	0.91	0.98	-8.33	1.6	1.66	-4.11
PW4358	5.2	NaN	0.98	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80E1A2	5.3	0.93	0.95	-1.2	1.59	NaN	NaN
CFE738	5.3	1.05	1.04	0.1	1.83	1.76	3.45
CF6 80C2B2	5.31	0.91	1	-10.4	1.63	1.69	-3.71
V2500 A1	5.4	0.99	0.97	2.09	1.65	1.66	-0.72
LF507	5.6	1.15	1.12	2.56	1.17	NaN	NaN
D 18T	5.6	NaN	1	NaN	1.61	1.67	-3.35
ALF502R5	5.7	1.16	1.13	2.16	2.04	2	1.99
TRENT 892	5.74	NaN	0.81	NaN	1.58	1.65	-4.79
CFM56 2A2	5.9	1.02	0.98	3.91	1.88	1.69	10.08
CFM56 3C1	6	0.93	0.97	-3.76	1.89	1.68	10.87
CFM56 5A1	6	0.93	0.96	-2.87	1.69	1.67	1.04
PW2037	6	0.93	0.91	3.06	1.65	1.65	0.11
CFM56 2B1	6	NaN	0.99	NaN	1.84	1.72	6.21
PW4084	6.41	NaN	0.83	NaN	NaN	1.6	NaN
CFM56 5C2	6.6	0.91	0.87	4.05	1.61	1.58	1.36
TRENT 900	7.14	NaN	0.73	NaN	1.59	1.6	-0.43
TRENT 556	7.32	NaN	0.78	NaN	1.65	1.58	4.55
		$Er_i$	noy%	3.37	$Er_i$	noy%	3.68

Tab. 2.12 – Confrontation des évaluations du modèle Simple recalé (Equation 2.16, p. 66) avec les données des moteurs ayant servis au recalage

		Au s	Au sol et à l'arrêt En croisière			n croisière	
Modèle	λ	$10^{5}C_{SR0}$	$10^5 C_{SRopt}$	$Er_{\%}$	$10^5 C_{SRcr}$	$10^5 C_{SRopt}$	$Er_{\%}$
		(kg/s)/N	(kg/s)/N	,,	(kg/s)/N	(kg/s)/N	,,,
TAY 611	3.04	1.22	1.07	11.99	1.95	1.78	9.1
TAY 651	3.07	1.27	1.07	16.01	1.95	1.77	9.19
RB183 TAY650	3.1	NaN	1.07	NaN	NaN	NaN	NaN
TFE731 5	3.15	NaN	1.07	NaN	NaN	NaN	NaN
FJ44	3.28	1.29	1.06	17.85	2.12	1.73	18.75
BR710	4	1.1	1.03	6.91	1.81	1.72	5.1
PS90	4.4	NaN	1.01	NaN	NaN	NaN	NaN
PW305B	4.5	1.11	1.01	9.2	1.91	1.68	12.04
V2533 A5	4.6	1.05	1	4.48	1.63	1.69	-3.64
PS 90A	4.6	NaN	1	NaN	1.69	1.68	0.57
PS90 Soloviev	4.6	NaN	1	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80A2	4.66	0.99	1	-0.71	1.76	1.68	4.71
BR715 55	4.7	1.05	1	4.91	1.76	1.68	4.38
V2525 D5	4.8	1.02	0.99	2.71	1.63	1.67	-2.92
PW4052	4.85	0.99	0.99	0.45	NaN	1.67	NaN
PW4056	4.85	1.02	0.99	2.67	NaN	1.67	NaN
PW4152	4.85	0.99	0.99	-0.41	NaN	NaN	NaN
TRENT 772	4.89	NaN	0.99	NaN	1.6	1.68	-5.11
D 436T1	4.95	NaN	0.99	NaN	1.73	1.62	6.19
V2522 A5	5	0.96	0.98	-2.07	1.63	1.66	-2.2
CF6 80C2A5	5.05	0.96	0.98	-1.83	1.64	1.66	-1.31
PW4168	5.1	NaN	0.98	NaN	NaN	1.66	NaN
CF6 80C2B1F	5.15	0.91	0.98	-7.69	1.6	1.65	-3.46
PW4358	5.2	NaN	0.97	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80E1A2	5.3	0.93	0.97	-3.7	1.59	NaN	NaN
CFE738	5.3	1.05	0.97	7.26	1.83	1.63	10.53
CF6 80C2B2	5.31	0.91	0.97	-6.89	1.63	1.64	-0.73
V2500 A1	5.4	0.99	0.96	2.68	1.65	1.64	0.46
LF507	5.6	1.15	0.96	16.89	1.17	NaN	NaN
D 18T	5.6	NaN	0.96	NaN	1.61	1.58	1.98
ALF502R5	5.7	1.16	0.95	17.69	2.04	1.62	20.36
TRENT 892	5.74	NaN	0.95	NaN	1.58	1.64	-3.9
CFM56 2A2	5.9	1.02	0.94	7.59	1.88	1.61	14.57
CFM56 3C1	6	0.93	0.94	-0.3	1.89	1.6	15.15
CFM56 5A1	6	0.93	0.94	-0.3	1.69	1.6	5.05
PW2037	6	0.93	0.94	-0.3	1.65	1.64	0.64
CFM56 2B1	6	NaN	0.94	NaN	1.84	1.6	12.67
PW4084	6.41	NaN	0.92	NaN	NaN	1.6	NaN
CFM56 5C2	6.6	0.91	0.91	-0.43	1.61	1.57	2.35
TRENT 900	7.14	NaN	0.89	NaN	1.59	1.57	1.12
TRENT 556	7.32	NaN	0.88	NaN	1.65	1.57	4.85
		$Er_i$	noy%	5.92	$Er_r$	noy%	6.31

Tab. 2.13 – Confrontation des évaluations du modèle Plan recalé (Equation 2.17, p. 68) avec les données des moteurs ayant servis au recalage

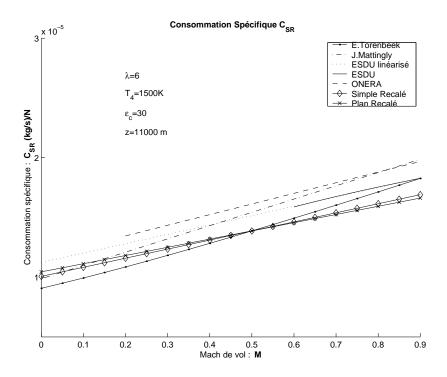


Fig. 2.31 – Modèles recalés et existants en fonction du Mach M

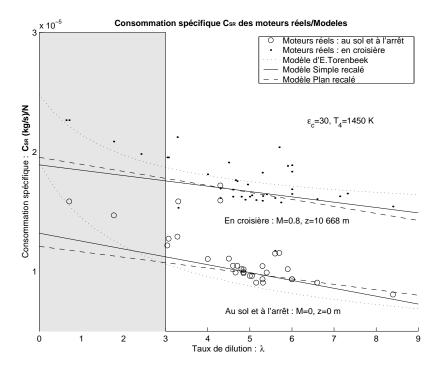


Fig. 2.32 – Modèles recalés et d'E. Torenbeek en fonction du taux de dilution  $\lambda$ 

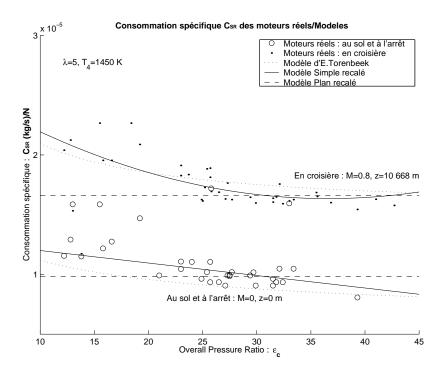


Fig. 2.33 – Modèles recalés et d'E. Torenbeek en fonction du taux de compression  $\varepsilon_c$ 

## 2.6 Consommation spécifique $C_{SR}$ et poussée moteur F

Nous venons de mettre au point un modèle de consommation spécifique  $C_{SR}$  pour une poussée maximale  $F_{max}$ . Mais, il arrive que la poussée moteur désirée F ne soit pas maximale. C'est-à-dire que le pilote, par l'intermédiaire de la manette des gaz, ne requiert pas toute la poussée. C'est généralement le cas en croisière, il est préférable de se garder une petite marge de manœuvre<sup>10</sup>: généralement la poussée de croisière est de l'ordre de 85% de la poussée max. Pour le calcul de performances, notamment en croisière, il nous est donc nécessaire d'avoir un modèle de consommation spécifique  $C_{SR}$  en fonction de la poussée requise. Hélas, élaborer un tel modèle n'est pas simple, cela met en jeu les équilibres complexes du moteur (entre autre le débit massique d'air) ainsi que le type de régulateur (du débit de carburant). E.Torenbeek ne proposant pas de modèle, nous élaborerons notre propre modèle par identification sur des données moteurs. Il nous faut donc un modèle qui nous permette d'estimer comment évolue la consommation spécifique  $C_{SR}$  selon la poussée requise et qui fasse le lien avec les modèles à poussée max  $F_{max}$  que nous venons de mettre au point (Modèle Simple (Equation 2.11, p. 47) et modèle Plan (Equation 2.12, p. 50)). Nous désirons une relation du type :

$$C_{SR}(F,M,h,\lambda,\varepsilon_c) = f(F,\Delta h,\Delta M) \underbrace{C_{SR}(F_{max},M,h,\lambda,\varepsilon_c)}_{\text{Modèle Simple ou Plan}}$$

 $<sup>^{10}{\</sup>rm En}$  croisière, on est quasiment à l'altitude de plafond opérationnel, qui est déterminé avec un taux de montée minimal de l'ordre de 300 ft/min. Donc la poussée de croisière n'est pas maximale.

À savoir que le moteur est optimisé<sup>11</sup> pour fonctionner à une altitude  $h_m$  (a priori différente de celle de vol h) et pour un Mach  $M_m$  (a priori différent de celui de vol M).

$$\Delta h = h - h_m$$

$$\Delta M = M - M_m$$

L'objectif est alors de déterminer la fonction  $f(F, \Delta h, \Delta M)$  que nous appellerons poussée spécifique réduite et noterons  $\overline{C_{SR}}$ .

$$\overline{C_{SR}} = f(F, \Delta h, \Delta M) 
= \frac{C_{SR}(F, M, h, \lambda, \varepsilon_c)}{C_{SR}(F_{max}, M, h, \lambda, \varepsilon_c)}$$

Nous ferons alors implicitement l'hypothèse que tous les moteurs civils subissent la même forme de variation de consommation spécifique réduite  $\overline{C}_{SR}$  en fonction de la poussée moteur réduite  $\overline{F} = \frac{F}{F_{max}}$  pour un cas de vol donné (altitude  $\Delta h$  et Mach  $\Delta M$ ).

$$\overline{C_{SR}} = \overline{C_{SR}}(F, \Delta h, \Delta M)$$

Autrement dit, la consommation spécifique réduite  $\overline{C_{SR}}$  ne traduit que l'effet de la position de la manette des gaz actionnée par le pilote selon l'optimisation du moteur. Le cas de vol (Mach M et altitude h) ainsi que le type de moteur (taux de dilution  $\lambda$  taux de compression  $\varepsilon_c$ ) sont déjà pris en compte dans notre modèle de consommation spécifique à poussée maximale (Modèle Simple (Equation 2.11, p. 47) et modèle Plan (Equation 2.12, p. 50)). En effet, il est possible de trouver dans la littérature [Mat96] la même forme de variation pour des moteurs très différents. C'est le cas des deux moteurs dont nous exploiterons les données, à savoir le MMAC<sup>12</sup> (Figure 2.34, p. 78) et le JT9D-70/70A (Figure 2.35, p. 79). Nous élaborerons tout de même un modèle différent pour ces deux moteurs mais verrons que le modèle du MMAC suffit à donner un ordre de grandeur et décrit relativement bien les données expérimentales du JT9D.

Remarque 2.17 La consommation spécifique réduite  $\overline{C_{SR}}$  doit répondre à plusieurs conditions aux limites : Tout d'abord, nous retrouvons le fait que le moteur soit optimisé pour une altitude  $h_m$  et un Mach  $M_m$  (où  $\overline{C_{SR}}$  y est minimale pour  $\overline{F}=0.85$ ) :

$$\frac{\partial \overline{C_{SR}}}{\partial \overline{F}}(\overline{F} = 0.85, \Delta h = 0, \Delta M = 0) = 0$$

Ensuite, nous devons retrouver  $\overline{C_{SR}}=1$  lorsque nous sommes à la poussée maximale  $\overline{F}=1$  :

$$\overline{C_{SR}}(\overline{F} = 1, \Delta h, \Delta M) = 1 \quad \forall (\Delta h, \Delta M)$$

Nous devrons alors tenir compte de ces deux conditions aux limites lors du choix de la forme analytique de notre modèle.

 $<sup>^{11}</sup>$  Nous considérons qu'un moteur est optimisé pour une altitude  $h_m$  et un Mach  $M_m$  donnés, lorsque pour ces paramètres le vol, la consommation spécifique réduite  $\overline{C_{SR}}$  présente un minima pour une poussée réduite  $\overline{F}$  de 85%

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>Moteur Moderne d'Avion Civil (dont le nom est masqué pour des raisons de confidentialités).

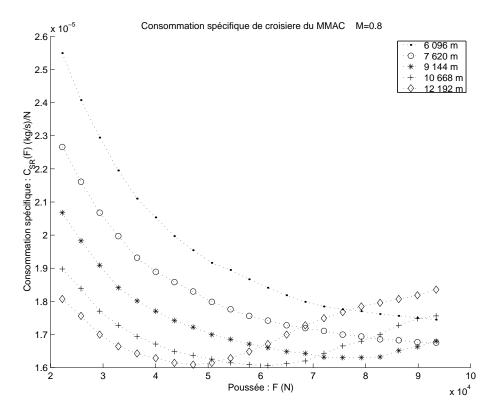


FIG. 2.34 – Consommation spécifique  $C_{SR}$  du MMAC en fonction de la poussée F requise (pour différentes altitudes de croisière)

Remarque 2.18 Nos données sont pour des Mach M de croisière. Nous simplifions le problème en considérant que les moteurs sont optimisés pour le Mach de croisière de l'avion, autrement dit :  $\Delta M=0$ . Ainsi cela revient à considérer que la consommation spécifique réduite  $\overline{C_{SR}}$  ne dépend que de la poussée  $\overline{F}$  requise, de l'altitude de vol  $\Delta h$ , et qu'elle est donnée pour le Mach de croisière ( $M\approx 0.8$ ).

La consommation spécifique réduite  $\overline{C_{SR}}$  diminue fortement quand la poussée réduite  $\overline{F}$  augmente, jusqu'à un minima :  $\overline{C_{SR}}_{min}$  correspondant à une poussée réduite  $\overline{F_i}$ . Ensuite, elle augmente légèrement jusqu'à la poussée réduite maximale, c'est-à-dire  $\overline{F}=1$ . Une loi parabolique (Equation 2.18, p. 78) décrit relativement bien ce comportement.

$$\overline{C_{SR}} = a\left(\overline{F} - \overline{F_i}\right)^2 + \overline{C_{SR}}_{min} \tag{2.18}$$

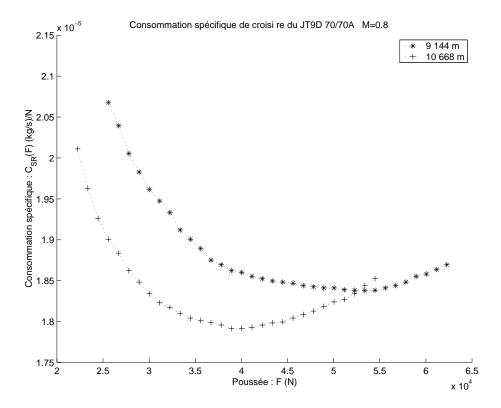


FIG. 2.35 – Consommation spécifique  $C_{SR}$  du JT9D-70/70A en fonction de la poussée F requise (pour différentes altitudes de croisière)

$\overline{C_{SR}}$	: Consommation Spécifique Réacteur réduite	
	$\overline{C_{SR}} = \frac{C_{SR}(F)}{C_{SR}(F_{max})}$	
$\frac{C_{SR}}{\overline{F}}$	: Consommation Spécifique Réacteur	(kg/s)/N
$\overline{F}$	: Poussée moteur réduite $\overline{F} = \frac{F}{F_{max}}$	
F	: Poussée moteur	N
$F_{max}$	: Poussée moteur maximale	N
h	: Altitude de vol	m
$h_m$	: Altitude pour laquelle le moteur est optimisée	m
$\Delta h$	: Différence entre l'altitude de vol $h$ et celle pour	m
	laquelle le moteur est optimisée $h_m: \Delta h = h - h_m$	
$a(\Delta h)$	: Paramètre traduisant l'ouverture de la parabole	
$\overline{F_i}(\Delta h)$	: Poussée réduite pour laquelle la consommation ré-	
	duite est minimale $\overline{C_{SR}}(\overline{F_i}) = \overline{C_{SR}}_{min}$	
$\overline{C_{SR}}_{min}(\Delta h)$	: Consommation réduite minimale	

Les deux conditions aux limites évoquées précédemment (Remarque 2.17, p. 77), impose sur la loi parabolique les critères suivants :

$$a(\Delta h) = \frac{1 - \overline{C_{SR}}_{min}(\Delta h)}{(1 - \overline{F_i}(\Delta h))^2}$$
$$\overline{F_i}(\Delta h = 0) = 0.85$$

Nous avons alors identifié les paramètres pour chacune des courbes (pour chaque altitude), afin de se rendre compte de l'évolution de ceux-ci avec l'altitude. Ensuite, nous avons pu effectuer l'identification complète (c'est-à-dire en fonction aussi de l'altitude h) sur la loi parabolique (Equation 2.18, p. 78). Cette loi fonctionne assez bien pour des poussées proches de la poussée maximale. Or, en croisière il est peu vraisemblable que le pilote requiert moins de 50% de la poussée maximale  $F_{max}$ . Nous avons donc choisi d'identifier notre modèle pour des poussées réduites  $\overline{F}$  supérieures à 0.5 pour le MMAC et 0.6 pour le JT9D. Vous trouverez en annexe (Appendix B, p. 237) une loi non plus parabolique mais en polynôme de degré 3 en  $\overline{F}$  qui couvre un domaine de définition de  $\overline{F}$  plus vaste. Ainsi nous avons choisi d'adopter une loi linéaire en altitude pour la poussée  $\overline{F}_i$  correspondant au minima  $\overline{C_{SRmin}}$ .

$$\overline{F_i} = cte \,\Delta h + 0.85 = cte \,(h - h_m) + 0.85$$

L'identification nous a permis de déterminer le coefficient directeur cte ainsi que

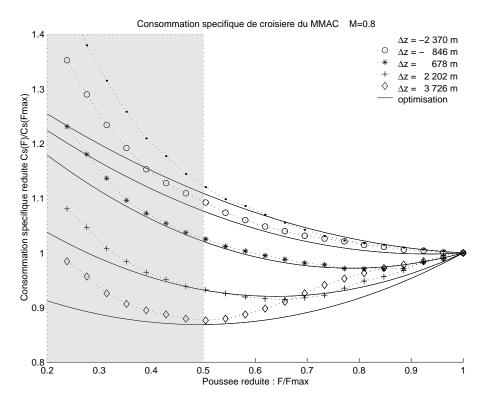


FIG. 2.36 – MMAC : Consommation spécifique réduite  $\overline{C}_{SR} = \frac{C_{SR}(F)}{C_{SR}(F_{max})}$  en fonction de la poussée réduite  $\overline{F} = \frac{F}{F_{max}}$  requise.

l'altitude pour laquelle le moteur est optimisé  $h_m$  (9950 m pour le JT9D et 8466 m pour le MMAC). Pour la consommation spécifique réduite minimale  $\overline{C_{SR}}_{min}$ , ne disposant que de deux tracés pour le JT9D, nous avons aussi adopté une loi linéaire. Pour le MMAC, une loi linéaire par morceaux convient davantage.

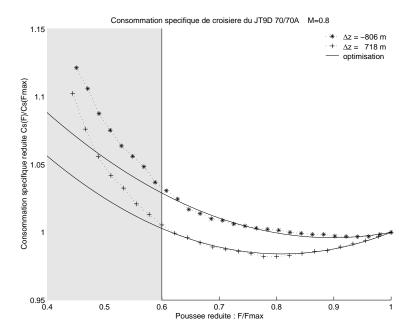


FIG. 2.37 – JT9D : Consommation spécifique réduite  $\overline{C_{SR}} = \frac{C_{SR}(F)}{C_{SR}(F_{max})}$  en fonction de la poussée réduite  $\overline{F} = \frac{F}{F_{max}}$  requise.

#### Pour le MMAC:

$$\overline{C_{SR}} = a (\overline{F} - \overline{F_i})^2 + \overline{C_{SR}}_{min}$$

$$a(\Delta h) = \frac{1 - \overline{C_{SR}}_{min}(\Delta h)}{(1 - \overline{F_i}(\Delta h))^2}$$

$$\overline{F_i}(\Delta h) = -9.6 \cdot 10^{-5} \Delta h + 0.85$$

$$\overline{C_{SR}}_{min}(\Delta h) = 0.998 \qquad \Delta h < -89 \text{ m}$$

$$= -3.385 \cdot 10^{-5} \Delta h + 0.995 \qquad \Delta h \ge -89 \text{ m}$$

#### Pour le JT9D:

$$\overline{C_{SR}} = a (\overline{F} - \overline{F_i})^2 + \overline{C_{SR}}_{min}$$

$$a(\Delta h) = \frac{1 - \overline{C_{SR}}_{min}(\Delta h)}{(1 - \overline{F_i}(\Delta h))^2}$$

$$\overline{F_i}(\Delta h) = -5.83 \cdot 10^{-5} \Delta h + 0.85$$

$$\overline{C_{SR}}_{min}(\Delta h) = -7.866 \cdot 10^{-6} \Delta h + 0.9897 \qquad \Delta h \ge -1309 \, m$$

La loi de  $\overline{F_i}(\Delta h)$  est alors sensiblement la même pour les deux modèles : le coefficient directeur est du même ordre de grandeur  $(-9.6\,10^{-5}$  pour le MMAC et  $-5.83\,10^{-5}$  pour le JT9D). Pour la loi de consommation spécifique réduite minimale  $\overline{C_{SR}}_{min}(\Delta h)$ , il est rassurant de retrouver sensiblement la même valeur pour  $\Delta h = 0~m$  malgré des lois différentes. La pente du modèle du JT9D est plus faible que celle du MMAC (pour  $\Delta h \geq -89~m$ ). Ce n'est en fait pas surprenant. En effet, le modèle du JT9D est mis au point pour deux valeurs de  $\Delta h$ : l'une inférieure à -89 m donc dans la partie constante du modèle de  $\overline{C_{SR}}_{min}$  du MMAC, et l'autre supérieure à -89 m donc dans l'autre domaine (linéaire). Ainsi, le modèle de  $\overline{C_{SR}}_{min}$  du JT9D, n'est autre qu'une valeur moyenne : c'est ce que nous pouvons retrouver graphiquement (Figure 2.38, p. 82). Le modèle du

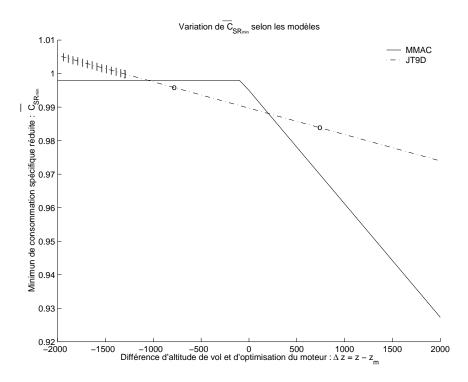


Fig. 2.38 – Loi de variation de consommation spécifique réduite minimale  $\overline{C_{SR}}_{min}(\Delta h)$  selon les modèles

MMAC décrit d'ailleurs relativement bien les données expérimentales du JT9D (Figure 2.39, p. 83). C'est pourquoi, nous conserverons ce modèle pour notre étude. Toutefois, si vous désirez exploiter le modèle du JT9D, nous tenons à attirer votre attention sur son domaine de validité. Ce modèle devient inapproprié pour des valeurs de  $\Delta h < -1309\,m$ . En effet, la loi linéaire de  $\overline{C_{SR}}_{min}(\Delta h)$  n'est pas adaptée à  $\Delta h < -1309\,m$  (la parabole s'ouvre alors dans le sens inverse car  $\overline{C_{SR}}_{min}$  est alors supérieur à 1 ce qui implique  $a(\Delta h)$  négatif).

Nous avons donc mis au point des modèles de consommation spécifique réduite  $\overline{C_{SR}}$  identifiés sur les données moteurs dont nous disposions. Ceux-là ne sont valables que pour des Mach M de croisière ( $M \approx 0.8$ ), pour des altitudes de croisière<sup>13</sup>, et pour des poussées réduites  $\overline{F} > 0.6$ .

 $<sup>^{13}</sup>$ Attention, le modèle du JT9D n'est plus valable pour  $\Delta h < -1309\,m$ 

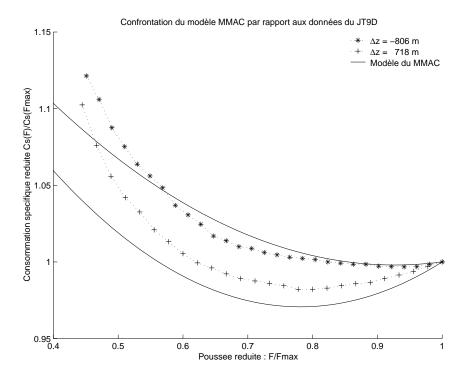


FIG. 2.39 – Consommation spécifique réduite  $\overline{C_{SR}}$  : Confrontation des données expérimentales du JT9D et du modèle identifié sur les données du MMAC

Remarque 2.19 Remarquons que le fait de considérer la consommation spécifique réduite dépendant uniquement de la poussée réduite  $\overline{F}$  et de la différence  $\Delta h$  d'altitude de vol et d'optimisation du moteur  $h_m$ , est une hypothèse assez forte. Nous n'avons d'ailleurs pas exactement les mêmes variations de  $\overline{C_{SR}}$  entre nos deux moteurs réels. De plus, considérer la différence d'altitude  $\Delta h$  ne tient pas compte du modèle standard de l'atmosphère (température constante après 11 km). Ceci peut, peut-être, avoir un lien avec le tracé de 12192 m du MMAC qui se démarque des autres tracés à des altitudes inférieures  $h < 11 \ km$  (Figure 2.34, p. 78).

Remarque 2.20 La forme parabolique est plus ou moins adaptée à nos moteurs réels la précision apportée par ce type de modélisation suffit amplement : rappelons que nous décrirons le comportement de l'ensemble des moteurs avec une étude faite sur deux moteurs. Il serait possible d'élaborer un modèle plus général en disposant davantage de données moteurs.

## 2.7 Conclusion : modèle de $C_{SR}$ recommandé

Au cours de ce chapitre, nous avons élaboré plusieurs modèles de consommation spécifique  $C_{SR}$ . Nous avons pris soin de détailler notre démarche à chaque étape et vous donner à chaque fois l'expression et les prédictions des modèles mis au point. Libre, à vous de choisir le modèle qui vous convient selon l'étude que vous entreprendrez. Néanmoins nous vous conseillons le modèle que nous retiendrons nous-mêmes pour notre étude, à savoir :

#### Modèle de Consommation spécifique $C_{SR}$ à poussée maximale

$$C_{SR}(F_{max}) = ((a_1(h)\lambda + a_2(h))M + (b_1(h)\lambda + b_2(h)))\sqrt{\theta} + (7.4 \cdot 10^{-13}(\varepsilon_c - 30)h + c)(\varepsilon_c - 30)$$

Variables et Unités : nous avons

 $C_{SR}$ : Consommation Spécifique Réacteur (kg/s)/N

M : Mach de vol h : Altitude de vol m

 $\theta$  : Rapport des températures en vol et au sol  $\theta = \frac{T}{T_0}$ 

T : Température en vol (Section F.1,  $\ensuremath{K}$  p. 269)

 $T_0$ : Température au sol (Section F.1, K p. 269)

 $\varepsilon_c$  : Rapport de pression entrée/sortie du compresseur au sol et à l'arrêt

 $\lambda$  : Taux de dilution  $\lambda \geq 3$ 

 $a_1(h), a_2(h), :$  Fonctions linéaires par morceaux de

 $b_1(h), b_2(h)$  l'altitude c : Constante

**Mode d'obtention :** Identifié sur le modèle d'E.Torenbeek (Equation 2.9, p. 24) et recalé (Equation 2.16, p. 66) sur les données de moteurs réels en croisière et au point fixe (Table 2.6, p. 28).

**Précision :** 3.6% sur les moteurs à taux de dilution  $\lambda > 3$  (Remarque 2.15, p. 53).

**Domaine de définition :** Tous moteurs à taux de dilution  $\lambda > 3$ .

	Au sol	Troposphère	basse Stratosphère
	h = 0 m	$0 < h \le 11 \ km$	$11 < h \le 20  km$
$a_1$	$6.5410^{-7}$	$-7.4410^{-13}h + 6.5410^{-7}$	$6.4510^{-7}$
$a_2$	$8.54  10^{-6}$	$-3.3210^{-10}h + 8.5410^{-6}$	$4.89  10^{-6}$
$b_1$	$-6.5810^{-7}$	$-3.4710^{-11}h - 6.5810^{-7}$	$-1.0410^{-6}$
$b_2$	$1.32 \ 10^{-5}$	$4.23  10^{-10} h + 1.32  10^{-5}$	$1.79  10^{-5}$
c	$-1.05  10^{-7}$	$-1.0510^{-7}$	$-1.0510^{-7}$

Tab. 2.14 – Modèle de consommation spécifique  $C_{SR}$  à poussée max  $F_{max}$ 

## Modèle de Consommation spécifique réduite $\overline{C_{SR}}$ en fonction de la poussée moteur réduite $\overline{F}$

$$\overline{C_{SR}} = a (\overline{F} - \overline{F_i})^2 + \overline{C_{SR}}_{min}$$

$$a(\Delta h) = \frac{1 - \overline{C_{SR}}_{min}(\Delta h)}{(1 - \overline{F_i}(\Delta h))^2}$$

$$\overline{F_i}(\Delta h) = -9.6 \cdot 10^{-5} \Delta h + 0.85$$

$$\overline{C_{SR}}_{min}(\Delta h) = 0.998 \qquad \Delta h < -89 \text{ m}$$

$$= -3.385 \cdot 10^{-5} \Delta h + 0.995 \qquad \Delta h \ge -89 \text{ m}$$

Variables et Unités : nous avons

: Consommation Spécifique Réacteur réduite  $\overline{C_{SR}} = \frac{C_{SR}(F)}{C_{SR}(F_{max})}$  $C_{SR}$ : Consommation Spécifique Réacteur (kg/s)/N: Poussée moteur réduite  $\overline{F} = \frac{F}{F_{max}}$ N: Poussée moteur  $F_{max}$ : Poussée moteur maximale N : Altitude de vol m $h_m$ : Altitude pour laquelle le moteur est moptimisée  $\Delta h$ : Différence d'altitude de vol h et celle mpour laquelle le moteur est optimisé  $h_m: \Delta h = h - h_m$ : Paramètre traduisant l'ouverture de  $a(\Delta h)$ la parabole  $\overline{F_i}(\Delta h)$ : Poussée réduite pour laquelle la consommation réduite est minimale  $\overline{C_{SR}}(\overline{F_i}) = \overline{C_{SR}}_{min}$ 

 $\overline{C_{SR}}_{min}(\Delta h)$ : Consommation réduite minimale

Mode d'obtention : Identifié manuellement sur les données du MMAC.

**Précision :** De l'ordre de 2 % par rapport au moteur d'identification (4 % par rapport au JT9D).

Domaine de définition: Moteurs civils (semblable au MMAC étant donnée le mode d'obtention du modèle: davantage de données moteurs permettraient l'élaboration d'un meilleur modèle). Valable pour un Mach de croisière ( $M\approx 0.8$ ) et une poussée moteur F requise par le pilote d'au moins 50% de la poussée maximale  $F_{max}:\overline{F}>0.5$  (Remarque 2.20, p. 83).

Tab. 2.15 – Modèle de consommation spécifique réduite  $\overline{C_{SR}}$  en fonction de la poussée moteur réduite  $\overline{F}$  retenu pour notre étude

L'expression (Equation 2.6, p. 20) du modèle de consommation spécifique  $C_{SR}$  proposée par l'ESDU [ESD82] est propice au calcul analytique de performances. Malheureusement, l'ESDU ne proposait pas de loi pour l'exposant n. Nous vous proposons alors un modèle n élaboré par identification sur notre modèle Simple (Table 2.14, p. 84) de consommation spécifique  $C_{SR}$ , applicable aux gros moteurs civils (Vous retrouvez en annexe (Appendix C, p. 243) la description de l'élaboration de ce modèle).

## Modèle de l'exposant $n_i$ du modèle ESDU : $C_{SR} = k \sqrt{\theta} M^{n_i}$

$$n_i = 3.51 \, 10^{-2} \lambda - 1.27 \, 10^{-5} h + 0.31$$

Variables et Unités : nous avons

 $C_{SR}$ : Consommation spécifique Réacteur (kg/s)/N

 $egin{array}{ll} M & : \mbox{ Mach de vol} \\ k & : \mbox{ Coefficient} \end{array}$ 

 $n_i$ : Exposant du Mach du modèle ESDU de consommation spécifique

(Equation 2.6, p. 20)

 $\theta$  : Rapport de température en vol et au

 $\operatorname{sol} \theta = \frac{T}{T_0}$ 

 $\lambda$  : Taux de dilution :  $\lambda \geq 3$ h : Altitude de vol :  $h < 11 \ km$ 

h : Altitude de vol :  $h < 11 \, km$  m Mode d'obtention : Identifié sur le modèle Simple de l'exposant  $n_s$  (Equa-

tion C.3, p. 244) (ce dernier étant élaboré à l'aide de notre modèle Simple de consommation spécifique  $C_{SR}$  (Table 2.14, p. 84) et des propriétés du modèle ESDU (Equation C.1, p. 243)).

**Précision :** De l'ordre de 1% (Figure C.3, p. 247) par rapport au modèle Simple de l'exposant  $n_s$  (Equation C.4, p. 246).

**Domaine de définition :** Gros moteurs civils : taux de dilution  $\lambda > 3$ . En croisière à un Mach de vol  $M \approx 0.8$  et une altitude  $h < 11 \ km$ 

TAB. 2.16 – Modèle de l'exposant n du modèle de consommation spécifique ESDU (Equation 2.6, p. 20)

## Chapitre 3

# La poussée moteur maximale



Fig. 3.1 – Manette des gaz du Boeing 737

#### Sommaire

3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3. 3		lèles existants
J.,		
	3.1.1	Modèles Analytiques
	3.1.2	Modèles expérimentaux
	3.1.3	Analyse des modèles existants
3.3	2 Ider	ntification sur le modèle Onéra
	3.2.1	Validation du modèle Onéra
	3.2.2	Méthode d'identification
	3.2.3	Loi de Mach <b>M</b>
	3.2.4	Loi d'altitude <b>H</b>
	3.2.5	Loi du point fixe : Résidus $\boxed{\mathbf{R}}$
3.3	3 Pas	de recalage expérimental
	3.3.1	Estimations satisfaisantes des données précises
	3.3.2	Données courantes trop partielles
3.4	4 Con	clusion : Modèle de poussée maximale 119

La poussée maximale  $F_{max}$ , qu'un réacteur peut fournir, dépend à la fois du point de vol (Mach M et altitude h de vol), et de paramètres moteur (Température d'entrée turbine  $T_4$ , taux de dilution  $\lambda$ , taux de compression  $\varepsilon_c$ , ...). La connaissance de cette poussée maximale disponible  $F_{max}$  est primordiale pour l'évaluation de performances. Elle est nécessaire pour le dimensionnement des moteurs en phase conceptuelle d'avant-projet, par exemple pour le dimensionnement en croisière ou au décollage<sup>1</sup>. En vue d'une modélisation analytique de performances, nous avons alors besoin d'un modèle de poussée maximale  $F_{max}$  simple et néanmoins précis. Or les modèles existants sont soit trop simplistes (pour un taux de dilution  $\lambda$  donné par exemple), soit complexe ce qui nécessite une mise en œuvre numérique. C'est pourquoi, nous consacrerons ce chapitre à l'élaboration de notre propre modèle de poussée maximale  $F_{max}$  par identification sur le modèle ONÉRA (modèle basé sur l'étude du cycle moteur selon les lois de l'aérodynamique et de la thermodynamique (Section 3.1.1, p. 91)).

Pour ce faire, nous commencerons d'abord par faire le bilan et l'analyse des modèles analytiques et expérimentaux existants. Ensuite, nous identifierons notre modèle sur le modèle ONÉRA en validant ce dernier vis-à-vis des autres modèles analytiques et expérimentaux existants et en identifiant notre modèle à partir d'une structure analytique choisie. Puis nous verrons qu'il n'est pas pertinent d'effectuer un recalage de notre modèle par rapport à des données expérimentales, étant données les bonnes prédictions de notre modèle par rapport aux moteurs dont nous disposons de données précises et le manque de renseignements pour notre base de données moteurs courantes (Section 3.3, p. 115). Nous vous proposerons alors un modèle assez simple analytiquement et relativement précis (de l'ordre du pour-cent par rapport aux moteurs dont nous disposons de données précises et de 15% par rapport à notre base de données courantes partielles), adapté aux gros moteurs civils (taux de dilution  $\lambda > 3$ ).

 $<sup>^1</sup>$ Un avion ayant une panne moteur au cours du décollage après la vitesse de décision  $V_1$  doit être capable de décoller c'est-à-dire passer la hauteur de sécurité avec une pente minimale de montée  $\gamma_{mini}$  définie par la norme (FAR 25.121). Cette contrainte implique qu'avec 1 moteur sur 2 (pour les bi-moteurs), et 3 sur 4 (pour les quadri-moteur), l'avion soit capable de décoller et donc d'avoir la poussée nécessaire pour le faire.

Pour la croisière il suffit simplement que la poussée puisse contrer la traînée de l'avion avec une marge  $(F\approx 0.85\ F_{max})$  de montée (500 ft/min) pour le plafond opérationnel (Appendix G, p. 273) :  $F=\frac{1}{2}\rho SV^2Cx$  (équation de propulsion [Boi98]).

## 3.1 Modèles existants

### 3.1.1 Modèles Analytiques

#### Modèle de J-C. Wanner

Un modèle simple et couramment utilisé, proposé par Jean-Claude Wanner [Wan84], définit la poussée de la manière suivante :

$$F = k_f \rho V^{\lambda_f} \delta_x \tag{3.1}$$

"L'exposant de la vitesse aérodynamique V,  $\lambda_f$  dépend du type de moteur. La poussée est proportionnelle à la masse volumique de l'air  $\rho$ . Ainsi, toutes choses égales par ailleurs, la poussée est divisée par trois à 10 km d'altitude. Le coefficient  $k_f$  est une constante et  $\delta_x$  représente la position de la manette des "gaz", comprise entre 0 et 1."

 $\lambda_f \approx -1$  pour les propulsions à hélices  $\lambda_f \approx 0$  pour les réacteurs simple flux

 $\lambda_f \approx 1$  pour les réacteurs simple flux avec post combustion

 $\lambda_f \approx 2$  pour les stato-réacteurs

F: Poussée moteur N

 $k_f$  : Constante

ho : Masse volumique de l'air en vol (Section F.1, p. 269)  $kg.m^{-3}$  V : Vitesse aérodynamique  $m.s^{-1}$ 

 $\lambda_f$  : Coefficient dépendant du type de moteur

 $\delta x$ : Position de la manette des "gaz"  $0 \le \delta x \le 1$ 

Ainsi pour connaître la poussée maximale  $F_{max}$ , il suffit de considérer que la manette des "gaz"  $\delta_x$  est au maximum, soit égale à  $1:\delta_x=1$ .

Ce modèle présente l'inconvénient de ne pas tenir compte de l'effet du taux de dilution  $\lambda$  pour les moteurs civils.

#### Modèle Aérospatiale

Un modèle Aéros patiale  $^2$  donne une évaluation de la poussée maximale  ${\cal F}_{max}$  suivante :

$$\frac{F_{max}}{F_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \left( 1 - M + \frac{M^2}{2} \right) \tag{3.2}$$

 $F_{max}$  : Poussée moteur maximale en croisière N  $F_0$  : Poussée maximale au sol et à l'arrêt N

 $\rho$  : Masse volumique de l'air en vol (Section F.1, p. 269)  $kg.m^{-3}$ : Masse volumique de l'air au sol (Section F.1, p. 269)  $kg.m^{-3}$ 

 $\rho_0 = \rho(h=0) = 1.225 kg/m^3$ 

h : Altitude de croisière m

M: Mach de vol

 $<sup>^2</sup>$ Le modèle d'origine prévoit un facteur multiplicatif 0.97 pour tenir compte des pertes de poussée entre un moteur sur banc d'essai et un moteur implanté sur l'avion. La poussée au point fixe  $F_0$  que nous considérons étant celle du moteur installé, nous ne tiendrons donc pas compte de ce facteur

Nous verrons que ce modèle est visiblement fait pour un taux de dilution moyen  $\lambda \approx 6$  (Figure 3.3, p. 96). L'effet du Mach et de l'altitude sont alors dissociés. Il n'y a pas d'effet de l'altitude h sur la décroissance en Mach M.

#### Modèle de J.Mattingly

J. Mattingly [MHD87] nous propose le modèle de poussée moteur maximale  ${\cal F}_{max}$  suivant :

$$\frac{F_{max}}{F_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{0.6} \left(0.568 + 0.25 \left(1.2 - M\right)^3\right) \tag{3.3}$$

Ceci s'applique aux réacteurs double flux (turbofans) ayant un fort taux de dilution.

 $\begin{array}{lll} F_{max} & : \mbox{Pouss\'ee moteur maximale en croisière} & N \\ F_0 & : \mbox{Pouss\'ee maximale au sol et à l'arrêt} & N \\ \rho & : \mbox{Masse volumique de l'air en vol (Section F.1, p. 269)} & kg.m^{-3} \\ \rho_0 & : \mbox{Masse volumique de l'air au sol (Section F.1, p. 269)} & kg.m^{-3} \\ & \rho_0 = \rho(h=0) = 1.225 \ kg/m^3 \\ h & : \mbox{Altitude de croisière} & m \\ M & : \mbox{Mach de vol } M < 0.9 \end{array}$ 

Remarque 3.1 J.Mattingly propose aussi dans [MHD87] un algorithme permettant la résolution d'un modèle plus complexe basé sur l'étude du cycle moteur et tenant compte de paramètres moteurs. Ce modèle est alors similaire à celui développé par

Nous verrons que ce modèle est aussi fait pour un taux de dilution moyen  $\lambda \approx 6$  (Figure 3.3, p. 96). Les effets, du Mach et de l'altitude, sont aussi dissociés. Il n'y a pas d'effet de l'altitude h sur la décroissance en Mach M. Nous verrons que ce modèle est adapté aux performances au décollage et que l'effet de l'altitude en  $\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{0.6}$  ne fait que rattraper, en croisière  $(M=0.8,h=10\,km)$ , une loi de Mach inadaptée en altitude (Figure 3.6, p. 100).

#### Modèle d'E.Torenbeek

l'Onéra (Section 3.1.1, p. 91).

E.Torenbeek [Tor86] propose un modèle pour évaluer la perte de poussée moteur au décollage. C'est à dire la poussée maximale pour une altitude nulle h = 0 m.

" If  $F_0$  represents the static thrust at sea level, and if at the same time we assume that the gross thrust and mass flow through the engine do not change appreciably over a speed range of up to about M=0.15, we may write:"

- E. Torenbeek [Tor86] -

$$\frac{F_{max}}{F_0} = 1 - \frac{340.43M}{\left(\frac{F_{max}}{D_m\sqrt{\theta}}\right)_{to}} \tag{3.4}$$

Or au décollage, l'expression de la poussée corrigée  $\left(\frac{F_{max}}{D_m\sqrt{\theta}}\right)_{to}$  nous est donnée par (Equation 4.3, p. 129) :

$$\left(\frac{D_m}{F_{max}}\right)_{to} = 340.43 \frac{1}{1+\lambda} \sqrt{5\eta_n (1+\eta_{tf_{to}}\lambda) G_0}$$

L'expression proposée par E.Torenbeek (Equation 3.4, p. 90) devient alors :

$$\frac{F_{max}}{F_0} = 1 - \frac{(1+\lambda)M}{\sqrt{5\eta_n(1+\eta_{tf_{to}}\lambda)G_0}}$$

" This equation may be refined by taking account of the fact that the gross thrust increases with speed due to the dynamic pressure  $\left(0.6 + \frac{0.11\lambda}{G_0}\right)M^2$  and that this is intensified as the bypass ratio increases. assuming the mass flow through the engine to be constant, we may deduce: "

- E. Torenbeek [Tor86] -

$$\frac{F_{max}}{F_0} = 1 - \left(\frac{1+\lambda}{\sqrt{5\eta_n(1+\eta_{tf_{to}}\lambda)G_0}}\right)M + \left(0.6 + \frac{0.11\lambda}{G_0}\right)M^2$$
(3.5)

 $D_m$ : Débit massique d'air traversant le moteur (gas genekg/s

rator+fan)

N $F_{max}$ : Poussée moteur maximale au sol (altitude h = 0 m) : Poussée maximale au sol et à l'arrêt  $F_0$ 

 $G_0$ : Fonction du générateur de gaz (Equation 4.4, p. 130).

De l'ordre de 0.9 à 1.2 au décollage

M: Mach de vol M < 0.3

: Taux de dilution  $\lambda$ 

: Rendement moteur dans la tuyère (nozzle)  $\eta_n=0.97$  (Table 4.5, p. 130)  $\frac{1}{\sqrt{5\eta_n}}\approx 0.45$  $\eta_n$ 

: Produit des rendements du fan  $\eta_f$  et de la turbine  $\eta_t$  $\eta_{tf}$ 

(Table 4.5, p. 130).  $\eta_{tf_{to}} \approx 0.75$ 

: Donnée relative au décollage (Takeoff) to

#### Modèle Onéra

L'ONÉRA a développé un modèle [TF97] basé sur l'étude du cycle moteur, selon les lois de l'aérodynamique et de la thermodynamique, permettant d'estimer les performances de réacteurs double flux, double corps, à flux séparés. Les différents rendements internes du moteur (rendements : du fan, des compresseurs, des turbines; et pertes : d'entrée d'air, dans la chambre de combustion, dans les tuyères de flux primaire et secondaire, de puissance des arbres basse et haute pression...) sont modélisés de façon empirique. Par une résolution itérative d'un système non linéaire de 35 équations, ce modèle permet de déterminer le comportement d'un turbofan dans n'importe quelles conditions de vol, pourvu que l'on connaisse au moins les caractéristiques d'un seul cycle. La connaissance de ce cycle peut se traduire par les paramètres conceptuels du moteur. Le moteur est conçu pour être nominal à une altitude h et un Mach M donnés. À ce point de vol particulier, ses paramètres moteur, dits "conceptuels", sont alors : le taux de dilution  $\lambda$ , le taux de compression<sup>3</sup>  $\varepsilon_c$ , la température entrée turbine  $T_4$ , le débit total du moteur

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>En réalité, le programme développé par l'Onéra, prend en entrée les différences de températures sortie/entrée de chaque étage de compression (fan, compresseur basse et haute pression) et non pas les taux de compression. Le passage de l'un à l'autre peut néanmoins se faire selon la méthode décrite dans [BV99] en fonction de la chaleur spécifique, de l'efficacité du compresseur, ...

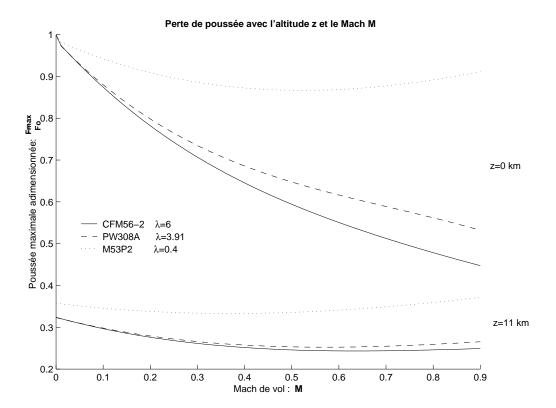


Fig. 3.2 – Simulation Onéra de la perte de poussée avec le Mach M et l'altitude h de vol, pour différents moteurs.

 $D_m$ , divers rendements moteurs, les prélèvements de puissance ou de débit d'air<sup>4</sup>.

REMARQUE 3.2 Un moteur est conçu pour être optimum soit au décollage (pour satisfaire aux contraintes de décollage en cas de panne d'un des moteurs de l'avion), soit en croisière (la majeure partie d'un vol), ou encore un compromis entre les deux. Un travail en collaboration avec des motoristes permettrait d'en apprendre davantage sur ce cycle conceptuel optimal. En attendant, ne disposant généralement que de données au point fixe, ce sont ces données que nous considérerons comme paramètres conceptuels.

La connaissance de ces paramètres conceptuels permet alors de simuler le comportement du moteur (entre autre la poussée maximale  $F_{max}$ ) d'un point de vue opérationnel, c'està-dire pour un autre cas de vol : pour un Mach M, une altitude h et une température d'entrée turbine  $T_4$  opérationnelle, donnés.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Des prélèvements [Lam90] sont effectués pour le refroidissement du moteur ou pour l'avion dans le but de pressuriser et conditionner le fuselage, de dégivrer le bord d'attaque des ailes, de faire tourner des pompes ou moteurs à air comprimé, . . .

REMARQUE 3.3 La régulation d'un moteur se fait généralement soit par la température d'entrée turbine  $T_4$  (avec comme limite maximale la température admissible par les matériaux des aubes de turbine : super-alliage Nickel [AJ96]) soit par le régime de rotation de l'arbre principal  $N_1$  (limité mécaniquement par la rotation maximale admissible). Le modèle Onéra permet de considérer une régulation en température d'entrée turbine  $T_4$ . En effet, en admettant comme entrée le paramètre opérationnel  $T_4$ (Température d'entrée turbine opérationnelle), nous pouvons alors simuler plusieurs régimes moteur possibles (décollage, croisière, montée, ...) mais aussi, et c'est là toute la subtilité, faire fonctionner le moteur à régime réduit (c'est-à-dire à une poussée non maximale  $F \leq F_{max}$ ). Or nous cherchons à mettre au point un modèle de poussée maximale  $F_{max}$ . Les motoristes définissent plusieurs poussées maximales : celles de décollage où la  $T_4$  est maximale<sup>a</sup>, celle de montée et celle maximale continue de croisière. Au décollage la température d'entrée turbine  $T_4$  est maximale mais elle ne peut être maintenue au delà de quelques minutes sous peine de détériorer le moteur. Cette  $T_4$  au décollage correspond à la  $T_4$  conceptuelle autour de laquelle le moteur est conçu. La  $T_4$  opérationnelle sera plus faible (de l'ordre de  $-100\,K$ ) mais pourra être maintenue en régime continu. Ce sera la  $T_4$  de croisière ou de montée. La connaissance de la température d'entrée turbine maximale opérationnelle, c'est-à-dire la  $T_4$  en croisière, nous est alors nécessaire. Malheureusement, c'est une donnée dont ne disposons pas en général. Cela dit, nous avons un ordre de grandeur : E.Torenbeek [Tor86], considère qu'en croisière, la température d'entrée turbine  $T_4$  est de 50 à 100 K inférieure à celle du décollage pour les moteurs à forts taux de dilution  $\lambda$  et de 150 à 200 K pour les faibles taux de dilution  $\lambda$ . Mais quelle température considérer pour conserver tout de même la poussée maximale  $F_{max}$ ? Des spécialistes motoristes pourraient peut-être nous expliquer comment sont tarés les moteurs et comment sont choisis ces tarages . . . En attendant d'en apprendre davantage, nous mettrons au point un modèle fonction de cette différence de température opérationnelle et conceptuelle :  $\Delta T_4 = T_{\rm 4op\acute{e}rationnelle} - T_{\rm 4conceptuelle},$ entre des valeurs raisonnables de 0 à -100 K puisque notre étude concerne les gros réacteurs civils.

#### 3.1.2 Modèles expérimentaux

Afin de tester la véracité des modèles de poussée moteur maximale  $F_{max}$ , nous avions besoin d'une base de comparaison avec des données réelles. Rappelons que nous testons nos modèles par rapport à ces données. Ainsi, plus nous disposons de renseignements précis sur les moteurs existants, plus notre travail devient pertinent et donc, meilleurs sont les modèles que nous vous proposons. C'est pourquoi, nous avons effectué un travail minutieux de recherche et ainsi nous nous sommes constitués une base importante de données moteurs. Nous vous exposons ici le résultat de ces recherches : d'abord pour plusieurs moteurs dont l'office a obtenu des renseignements très précis, puis pour 54 moteurs dont nous avons obtenu des données courantes.

REMARQUE 3.4 Sauf indication contraire, les données au point fixe sont au régime de décollage, alors que les données opérationnelles sont au régime maximum continu de croisière.

REMARQUE 3.5 Les données entre parenthèses sont des données recalées (estimées) par les différentes équipes de l'Onéra : [TF97], [BV99], [PSE00]. Les "NaN" représentent des données dont nous ne disposons pas.

 $<sup>^</sup>a\mathrm{En}$  cas de panne d'un des moteurs au décollage, les autres moteurs peuvent tourner en sur-régime pendant 5 à 10 min [Lam90]

 $<sup>^</sup>b$ Les données d'E.Torenbeek tiennent-elles compte qu'en croisière, nous sommes généralement à 85% de la poussée maximale (Section G, p. 273)? A priori non car ces 85% sont liés à une utilisation opérationnelle donc décorrelés d'un modèle moteur.

#### Données Précises

#### Moteur équipant des avions de ligne

Nous disposons de données de gros moteurs civils de la famille des CFM56 qui équipent des Airbus (A320 et A340), mais aussi les données d'un moteur LF 507 équipant un petit avion de transport civils (AVRO RJ : 69 places, 9144 m).

Modèle		Po	oint fixe	Croisière			
	λ	$\varepsilon_c$	$T_4$ (K)	$F_0$ (N)	M	h(m)	$F_{max}$ (N)
LF 507	5	13.8	NaN	31150	0.8	12192	5338
CFM56 5B4	5.7	29.1	NaN	120150	0.8	10668	25050
CFM56 2A2	5.9	25.4	1628	106750	0.8	10668	25620
CFM56 5C1	6	24.7	1543	97850	0.8	10668	22150
CFM56 5A1	6	26.5	1537	113500	0.8	10668	25500
CFM56 5C2	6.6	32.6	1633	138800	0.8	10668	30800

#### Moteur d'avions d'affaire

Nous disposons de données moteurs d'avions d'affaire. Ce sont généralement des avions qui effectuent leur croisière à des altitudes h plus élevées que celles des avions de ligne. Néanmoins ces données nous permettent de valider le modèle Onéra et le modèle que nous mettrons au point. Nous avons donc des données du MAA1, le MAA2, le MAA3, et le MAA4.

Modèle		Poi	int fixe	Croisière			
	λ	$arepsilon_c$	$T_4$ (K)	$F_0$ (N)	M	h(m)	$F_{max}$ (N)
MAA1	2.63	15.6	(1198)	14240	0.8	10668	3390
MAA2	3.9	22.37	1380	22241	0.8	12192	4982
MAA3	3.91	20.2	(1315)	30730	0.8	10973	8600
					0.8	12192	7000

Nous disposons aussi de données précises pour le MAA2 que nous exposons dans le tableau (Table 3.3, p. 105).

#### Moteur de gnoptères

Nous disposons de données moteurs de gnoptères ayant des altitudes de croisière élevées et des Mach M de croisière plus faibles que les avions de ligne : le MG1, et le MG2. Néanmoins ces données nous permettent de valider le modèle Onéra et le modèle que nous mettrons au point.

Modèle		Poi	nt fixe	Croisière			
	λ	$\lambda$ $\varepsilon_c$ $T_4$ (K) $F_0$ (N) $M$ $h$				h(m)	$F_{max}$ (N)
MG1	3.28	12.8	(1300)	8452	0.7	10668	2669
MG2	5	(24.65)	(1500)	37000	0.6	20000	2490

#### Données courantes

Nous nous sommes constitués une base de données moteurs afin de valider les différents modèles de poussée maximale, à l'aide de [Wee98], [JSR99], [httb], [httc], [httc], [httd] et [Rid97].

	Point fixe				Croisière			
Modèle	λ	$\varepsilon_c$	$T_4$ $(K)$	$F_0 \ (N)$	M	$h \ (m)$	$F_{max}$ $(N)$	
SPEY 5118	0.64	18.4	NaN	50710	0.75	13106	9341	
RB183 55515P	0.71	15.5	NaN	44037	0.74	7620	16592	
JT8D 217	1.73	18.8	1407	90000	NaN	NaN	NaN	
JT8D 219	1.77	19.2	NaN	96526	0.76	10668	23309	
D30KU II	2.42	NaN	NaN	106090	0.8	11000	26970	
TAY 611	3.04	15.8	NaN	61608	0.8	10668	11343	
TAY 651	3.07	16.6	NaN	68503	0.8	10668	13122	
RB183 TAY650	3.1	16.4	1370	67150	NaN	NaN	NaN	
TFE731 5	3.15	19.4	1378	20000	NaN	NaN	NaN	
FJ44	3.28	12.8	NaN	8452	0.7	9144	2669	
JT15D BR710	3.3	13 25.7	1288 NaN	13545 66034	0.8	12192 10668	10738 15480	
RB211 524H	4.3	33	1548	269562	0.85	10668	52547	
RB211 524H RB211 535E4	4.3	25.8	1500	191718	0.83	10668	37788	
PS90	4.4	35	1640	156800	NaN	NaN	NaN	
PW305B	4.5	23	NaN	23424	0.8	12192	4951	
V2533 A5	4.6	33.4	NaN	146791	0.8	10668	25466	
PS 90A	4.6	35.5	NaN	156911	0.8	11000	34322	
PS90 Soloviev	4.6	NaN	1606	156800	NaN	NaN	NaN	
CF6 80A2	4.66	27.3	NaN	266893	0.8	10668	49131	
BR715 55	4.7	32.1	NaN	88444	0.8	10668	19483	
V2525 D5	4.8	27.7	NaN	111206	0.8	10668	25680	
PW4052	4.85	27.5	NaN	232197	0.8	10668	NaN	
PW4056	4.85	29.7	NaN	252437	0.8	10668	NaN	
PW4152	4.85	27.5	NaN	231308	NaN	NaN	NaN	
TRENT 772	4.89	36.84	NaN	316269	0.82	10668	51155	
D 436T1	4.95	25.2	1550	75019	0.75	11000	14710	
V2522 A5	5	24.9	NaN	97861	0.8	10668	23064	
CF6 80C2A5	5.05	31.5	1608	272676	0.8	10668	50443	
PW4168	5.1	32	NaN	302479	0.8	10668	NaN	
CF6 80C2B1F	5.15	29.9	1608	257997	0.8	10668	57026	
PW4358	5.2	29.6	1538	258000	NaN	NaN	NaN	
CF6 80E1A2	5.3	32.4	NaN	300255	NaN	NaN	NaN	
CFE738	5.3	23	1643	26325	0.8	12192	5827	
CF6 80C2B2 V2500 A1	5.31	27.1	1608 1537	233532 111206	0.8	10668 10668	53379 22552	
LF507	5.6	13.8	NaN	31138	NaN	NaN	NaN	
D 18T	5.6	25	1600	229795	0.75	11000	47667	
ALF502R5	5.7	12.2	NaN	31004	0.73	7620	10008	
TRENT 892	5.74	42.7	NaN	406123	0.83	10668	57827	
CFM56 2A2	5.9	25.4	1628	106757	0.8	10668	25620	
CFM56 3C1	6	25.7	1646	104533	0.8	10668	NaN	
CFM56 5A1	6	26.5	1600	113500	0.8	10668	25500	
PW2037	6	31.8	1554	170144	0.85	10668	28913	
CFM56 2B1	6	23.7	1560	97900	0.8	10668	22108	
PW4084	6.41	36.3	NaN	373651	0.83	10668	NaN	
CFM56 5C2	6.6	31.5	1633	138785	0.8	10668	30800	
MMAC	7.14	41	1593	340289	0.85	10668	62275	
TRENT 556	7.32	35.59	1581	255773	0.8	9144	NaN	
GE90 85B	8.4	39.3	NaN	400340	0.83	10668	NaN	
CFM56 7B20	NaN	NaN	NaN	91633	NaN	NaN	NaN	
CF34 3A/3B	NaN	21	1204	41013	NaN	NaN	NaN	
AE3007	NaN	24	NaN	31805	NaN	NaN	NaN	
NK93	NaN	28.9	1520	176000	NaN	NaN	NaN	

TAB. 3.1 – Poussée maximale  $F_{max}$ : Données courantes de moteurs ([Wee98], [JSR99], [httb], [httc], [httc], [httd], [Rid97]).

### 3.1.3 Analyse des modèles existants

Les modèles de J.Mattingly (Equation 3.3, p. 90) et de l'Aérospatiale (Equation 3.2, p. 89) dissocient la perte de poussée avec le Mach M et avec l'altitude h, par le produit de deux fonctions :

$$\frac{F_{max}}{F_0} = \underbrace{\frac{F_{max}(M=0,h)}{F_0}}_{\text{Effet de l'altitude}} \underbrace{\frac{F_{max}(M,h)}{F_{max}(M=0,h)}}_{\text{Effet du Mach}}$$

Où l'effet de l'altitude est égal au rapport de masse volumique en vol et au sol  $\frac{\rho}{\rho_0}$  pour l'Aérospatiale, et au même rapport à la puissance 0.6 pour J.Mattingly. Et l'effet de Mach est un polynôme en Mach M.

#### Effet du Mach : polynôme en Mach M

L'effet du Mach est alors modélisé par un polynôme en Mach M, du second degré pour les modèles de l'Aérospatiale et d'E. Torenbeek, et du troisième degré pour J. Mattingly. Le modèle Onéra, comme les autres modèles analytiques existants, montre une forte

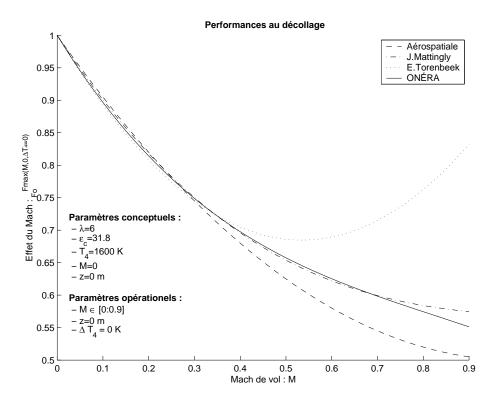


Fig. 3.3 – Performances au décollage ( $h=0\,m$ ) des différents modèles analytiques existants : l'effet de Mach des modèles de l'Aérospatiale et de J.Mattingly adaptés aux performances au décollage. Le terme de pression dynamique (en  $M^2$ ) du modèle d'E.Torenbeek semble trop important (la courbe remonte bien trop), mais rappelons que son domaine de définition est restreint : M<0.3

dépendance de la poussée maximale  $F_{max}$  avec le Mach M (Figure 3.2, p. 92). Mais il

Insa 3.1 Modèles existants SupAéro-Onéra

montre aussi que d'autres paramètres moteurs sont influents : nous découvrons alors une limite des modèles de J.Mattingly (Equation 3.3, p. 90) et de l'Aérospatiale (Equation 3.2, p. 89) qui ne dépendent pas de paramètres moteur. Ces derniers modèles semblent alors adaptés aux performances au décollage pour un taux de dilution moyen  $\lambda \approx 6$  (Figure 3.3, p. 96). Au décollage, l'effet de Mach est plus qu'important : selon les moteurs, nous pouvons perdre 10 à 30% de la poussée au point fixe à un Mach de décollage de M=0.2 à 0.3 (Figure 3.2, p. 92).

CE QU'IL FAUT RETENIR 3.1 La poussée décroît fortement avec l'augmentation du Mach M. Cet effet est loin d'être négligeable pour les performances au décollage (perte de 10 à 30% de la poussée au point fixe  $F_0$  à Mach M=0.3) Par effet de compressibilité, elle peut réaugmenter pour des Mach de croisière, d'autant plus que le taux de dilution  $\lambda$  est faible.

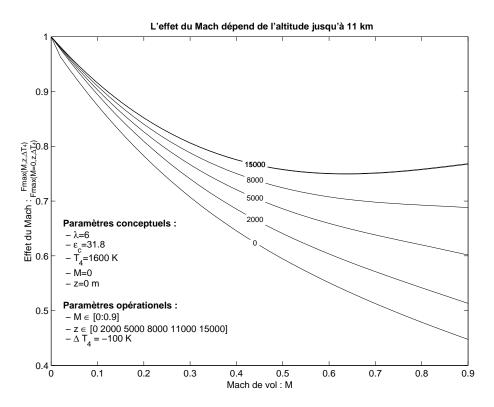


Fig. 3.4 – Le modèle Onéra met en évidence que l'effet du Mach  $\frac{F_{max}(M,h)}{F_{max}(M=0,h)}$  dépend de l'altitude jusqu'à h=11~km

Non seulement les paramètres moteurs sont influents (Figure 3.2, p. 92) mais le modèle ONÉRA nous montrent aussi un rôle de l'altitude h dans l'effet de Mach (Figure 3.4, p. 97). La perte de poussée de l'effet de Mach, est d'autant plus importante que l'altitude est faible. Elle est par contre identique, pour un moteur donné, à partir de 11 km (jusqu'à 20 km).

CE QU'IL FAUT RETENIR 3.2 L'effet du Mach peut se modéliser comme un polynôme en Mach M dont les coefficients dépendent de paramètres moteurs, et de l'altitude h jusqu'à 11 km.

Effet de l'altitude :  $\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)$  ou  $\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n$ ? Un problème de longue date ...

L'effet de l'altitude est plus subtile, nous trouvons dans la littérature plusieurs types de modélisation mais le problème ne semble pas clairement identifié. Les modèles de J.Mattingly (Equation 3.3, p. 90), de J-C.Wanner (Equation 3.1, p. 89), et de l'Aérospatiale (Equation 3.2, p. 89), ne donnent pas la même contribution de l'altitude h dans la perte de poussée (Thrust lapse). En effet, l'exposant n du rapport des masses volumiques en vol et au sol  $\frac{\rho}{\rho_0}$ , diffèrent selon les modèles (n=0.6 pour le modèle de J.Mattingly (Equation 3.3, p. 90) et n=1 pour le modèle de J-C.Wanner (Equation 3.1, p. 89) et celui de l'Aérospatiale (Equation 3.2, p. 89)). E.Torenbeek précise dans [Tor86] qu'il est d'usage de considérer la perte de poussée avec l'altitude comme proportionnelle à  $\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n$ .

"The affect of altitude on engine performance is dependant on many factors. An approximation for the thrust lapse with altitude is occasionally found in the literature, for example:

$$\frac{Thrust \ at \ altitude}{Thrust \ at \ sea \ level} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n \quad (n < 1)$$

where both values of the thrust have been defined at the same Mach number and engine rating. This should be considered as an interpolation method for calculing engine performance at altitudes where the engine manufacturer has not specified the thrust, rather than as a prediction method."

- E. Torenbeek [Tor86] -

De même, les courbes de poussée F des motoristes sont généralement adimensionnées par le rapport de pression en vol et au sol  $\delta = \frac{P}{P_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)\left(\frac{T}{T_0}\right)$ . Alors que considérer? A.Carrère lie l'exposant de  $\frac{\rho}{\rho_0}$  au taux de dilution  $\lambda$ .

"La valeur de n semble liée au taux de dilution  $\lambda$  du moteur : Plus le taux de dilution est élevé, plus n est grand. Ainsi n=1 si le taux de dilution est élevé, n=0.6 si le taux de dilution est faible."

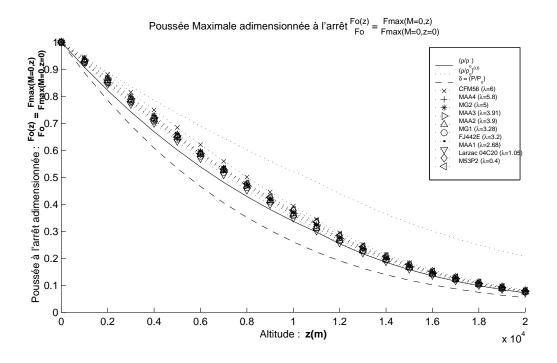
- Alain Carrère [CB00] -

Nous allons voir que cet exposant peut être effectivement rattaché à des paramètres moteurs mais aussi à d'autres phénomènes comme nous le suggère J-L.Boiffier.

"La valeur de l'exposant de la masse volumique 1 ou 0.6, doit correspondre à un phénomène physique mais qui ne semble pas clairement identifié. Certains évoquent le type de régulation (température ou régime), d'autres le taux de dilution (simple ou double flux) et enfin des ouvrages américains parlent d'altitude ( $h > 10 \ km$ )"

- Jean-Luc Boiffier [Boi01] -

Nous allons voir que la meilleure de ces modélisations de l'effet d'altitude est celle en  $\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)$  et que celle en  $\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{0.6}$  et  $\delta=\frac{P}{P_0}$  ne sont pas appropriées et ne servent qu'à masquer une décroissance de la poussée en fonction du Mach (Loi de Mach) inadaptée à la croisière (Figure 3.6, p. 100). Cette loi de décroissance avait été modélisée par J.Mattingly et l'Aérospatiale, pour une altitude h nulle. La figure (Figure 3.5, p. 99) met en évidence le fait que l'effet de l'altitude (à Mach M=0) est le mieux traduit par  $\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)$  (et non pas  $\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{0.6}$  et  $\delta=\frac{P}{P_0}$ ). En effet, pour des moteurs très différents, c'est  $\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)$  qui décrit



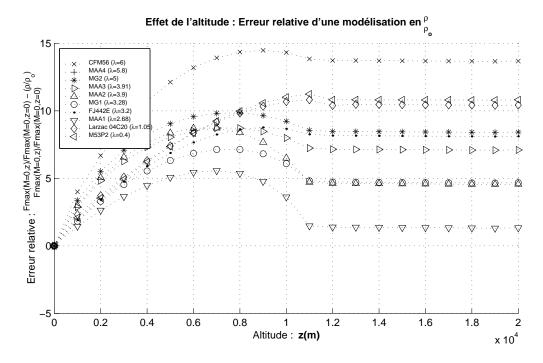


FIG. 3.5 – Simulations numériques du modèle Onéra pour mettre en évidence l'effet de l'altitude :  $\frac{\rho}{\rho_0}$  est le mieux adapté et décrit très bien les altitudes  $h \ge 11 \ km$  puisque l'erreur relative est constante.

le mieux le comportement de ces moteurs. Cette figure nous montre aussi que l'effet d'altitude est bel et bien proportionnelle à  $\rho$  après 11 km (Erreur relative  $Er_{\%}$  constante quelques soient les moteurs). L'évolution de la poussée à Mach M=0 est bien décrite après 11 km par  $\rho$ . Ce facteur de proportionnalité semble dépendre du moteur (paramètres moteur). Ainsi, il est envisageable de considérer une loi en  $\rho^n$  pour des altitudes h < $11 \ km$ , avec  $n \approx 1$  très légèrement inférieur à 1 (mais pas 0.6!). Ceci aurait l'avantage de recaler l'erreur relative à 11 km et d'améliorer les prédictions par rapport à une loi en  $\rho$ . Ainsi, cet exposant n est à la fois lié aux paramètres moteur et à l'altitude h(11km). Si h < 11km,  $n = n(moteur) \lesssim 1$  et si  $h \geq 11km$  alors n = 1. Nous pouvons alors nous demander pourquoi le modèle de J.Mattingly considère un exposant n = 0.6? Et bien, nous avons vu que l'effet de Mach à altitude h constante, des modèles existants étaient fait pour les performances au décollage (Figure 3.3, p. 96). Au décollage (h =0 m) cette décroissance de la poussée en fonction du Mach M à altitude constante est beaucoup plus forte que la décroissance réelle obtenue en altitude, par exemple à  $11\,km$ (voir (Figure 3.6, p. 100) sur le modèle ONÉRA). De sorte que si l'on prend le modèle de décroissance en fonction du Mach obtenu au décollage mais appliqué en croisière à  $11 \, km$  d'altitude, la poussée résultante sera trop faible. Ainsi en utilisant la loi  $\rho^{0.6}$  pour traduire la décroissance de la poussée avec l'altitude à Mach constant, au lieu de la "loi exacte"  $\rho^1$ , on compense cet effet en obtenant une poussée à 11 km et Mach nul, plus élevée que la poussée réelle. Au total, en croisière à Mach M=0.8 et à  $h=11\ km$ la poussée obtenue devient réaliste. Mais ce modèle va conduire à des erreurs dès que l'on sortira de ce cas de vol. Si nous calculons le meilleur exposant n pour chacun

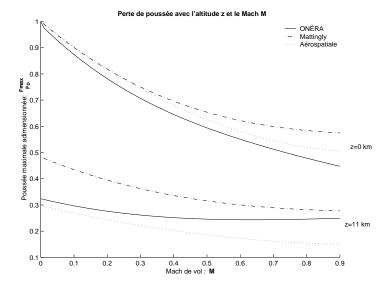


FIG. 3.6 – L'effet de Mach des modèles de J.Matingly et de l'Aérospatiale étant fait pour les performances au décollage, se retrouvent inadaptées à la croisière. (modèle Onéra : CFM56  $\lambda = 6$ ,  $\Delta T_4 = -100~K$ )

des moteurs de notre base de données courantes (Figure 3.7, p. 101), pour les modèles de J.Mattingly et de l'Aérospatiale (en conservant l'effet de Mach d'origine des modèles), nous retrouvons le fait que l'erreur relative d'estimations des poussées de croisière semble liée aux paramètres moteur par exemple taux de compression  $\varepsilon_c$  et taux de dilution  $\lambda$ . L'exposant n semble alors rattraper l'effet de Mach inadapté à la croisière : masque

Insa 3.1 Modèles existants SupAéro-Onéra

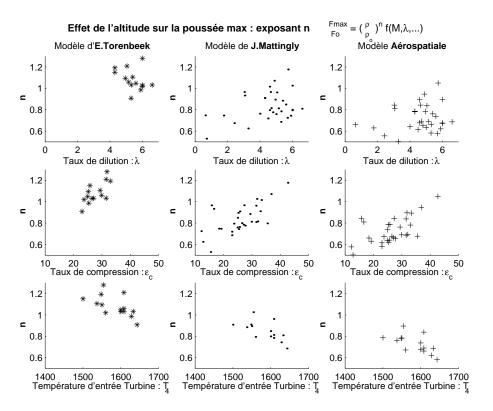


FIG. 3.7 – Effet de l'altitude sur la poussée maximale en croisière. Étude sur les moteurs réels (Appendix H, p. 275). Les modèles existants étant de la forme  $\frac{F_{max}}{F_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n f(M, paramètres moteur)$ , cette figure montre les valeurs de l'exposant n adaptées pour chaque modèle existant (la fonction f des modèles étant inchangée).

l'influence de paramètres moteur (Valeur de n liée aux paramètres moteur (Figure 3.7, p. 101) : effet de Mach modélisé comme indépendant des paramètres moteur, pour un taux de dilution moyen  $\lambda \approx .6$ ) et de l'altitude (effet de Mach modélisé comme indépendant de l'altitude).

CE QU'IL FAUT RETENIR 3.3 La meilleure modélisation existante de l'effet de l'altitude  $\frac{F_{max}(M=0,h)}{F_0}$  est celle proportionnelle à la masse volumique  $\rho$  (et non  $\rho^{0.6}$  ou encore  $\delta = \frac{P}{P_0}$ ). L'effet de l'altitude est véritablement proportionnelle à  $\rho$  après 11 km. Ce facteur de proportionnalité dépend de paramètres moteurs. Avant 11 km, il est possible d'envisager une loi en  $\rho^n$  avec n légèrement inférieur à 1 et dépendant de paramètres moteurs. Ainsi, l'effet de l'altitude est proportionnelle à  $\rho^n$  avec  $n \lesssim 1$  si h < 11 km n = 1 si  $h \ge 11$  km. Nous verrons par la suite que cette modélisation peut être davantage améliorée par une correction supplémentaire si nous désirons obtenir une erreur relative d'estimation de l'effet d'altitude, de moins de 5% (Section 3.2.4, p. 112).

#### Estimation des modèles existants

Les modèles de J.Mattingly et de l'Aérospatiale, ont des prédictions de performances en croisière plutôt mauvaises par rapport à notre base de données moteur courantes (Table 3.2, p. 102) : 36 et 28% d'erreur relative moyenne. Nous venons de voir que leur

effet de Mach, adapté au décollage, devient mauvais en croisière car indépendant de l'altitude h. Nous verrons que le modèle Onéra a de bien meilleures prédictions car sa décroissance de poussée  $F_{max}$  avec l'augmentation de Mach, dépend à la fois de l'altitude et de paramètres moteur.

D	Données Moteurs				J.Mat	tingly	Aérosp	oatiale
Modèle	λ	$\frac{F_{max}}{F_0}$	M	h	$\frac{F_{max}}{F_0}$	$Er_{\%}$	$\frac{F_{max}}{F_0}$	$Er_{\%}$
		Ü		m	Ů		Ü	
SPEY 5118	0.64	0.18	0.75	13106	0.23	-25.98	0.11	39.24
RB183 55515P	0.71	0.38	0.74	7620	0.35	5.79	0.23	39.65
JT8D 217	1.73	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
JT8D 219	1.77	0.24	0.76	10668	0.29	-19.16	0.16	33.7
D30KU II	2.42	0.25	0.8	11000	0.28	-9.69	0.15	40.33
TAY 611	3.04	0.18	0.8	10668	0.29	-54.87	0.16	14.49
TAY 651 RB183 TAY650	3.07	0.19 NaN	0.8 NaN	10668 NaN	0.29 NaN	-48.86 NaN	0.16 NaN	17.81 NaN
TFE731 5	3.15	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
FJ44	3.28	0.32	0.7	9144	0.32	-2.65	0.2	38.02
JT15D	3.3	0.79	0.8	12192	0.25	68.44	0.13	84.03
BR710	4	0.23	0.8	10668	0.29	-21.64	0.16	32.84
RB211 524H	4.3	0.19	0.85	10668	0.28	-44.96	0.15	20.6
RB211 535E4	4.3	0.2	0.8	10668	0.29	-44.67	0.16	20.12
PS90	4.4	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
PW305B	4.5	0.21	0.8	12192	0.25	-18.36	0.13	40.11
V2533 A5	4.6	0.17	0.8	10668	0.29	-64.37	0.16	9.25
PS 90A	4.6	0.22	0.8	11000	0.28	-27.49	0.15	30.65
PS90 Soloviev	4.6	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80A2	4.66	0.18	0.8	10668	0.29	-54.9	0.16	14.48
BR715 55	4.7	0.22	0.8	10668	0.29	-29.44 -23.48	0.16	28.53
V2525 D5 PW4052	4.8		0.8	10668	0.29		0.16 0.16	31.82
PW4056	4.85	NaN NaN	0.8	10668 10668	0.29	NaN NaN	0.16	NaN NaN
PW4152	4.85	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
TRENT 772	4.89	0.16	0.82	10668	0.28	-75.61	0.16	3.38
D 436T1	4.95	0.2	0.75	11000	0.28	-43.86	0.15	20.97
V2522 A5	5	0.24	0.8	10668	0.29	-20.99	0.16	33.2
CF6 80C2A5	5.05	0.18	0.8	10668	0.29	-54.14	0.16	14.9
PW4168	5.1	NaN	0.8	10668	0.29	NaN	0.16	NaN
CF6 80C2B1F	5.15	0.22	0.8	10668	0.29	-29.01	0.16	28.77
PW4358	5.2	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80E1A2	5.3	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
CFE738	5.3	0.22	0.8	12192	0.25	-13.02	0.13	42.82
CF6 80C2B2	5.31	0.23	0.8	10668	0.29	-24.75	0.16	31.12
V2500 A1 LF507	5.4	0.2 NaN	0.8 NaN	10668 NaN	0.29 NaN	-40.61 NaN	0.16 NaN	22.37 NaN
D 18T	5.6	0.21	0.75	11000	0.28	-35.99	0.15	25.29
ALF502R5	5.7	0.21	0.73	7620	0.26	-11.24	0.13	28.09
TRENT 892	5.74	0.14	0.83	10668	0.28	-99.12	0.16	-9.39
CFM56 2A2	5.9	0.24	0.8	10668	0.29	-18.82	0.16	34.4
CFM56 3C1	6	NaN	0.8	10668	0.29	NaN	0.16	NaN
CFM56 5A1	6	0.22	0.8	10668	0.29	-26.92	0.16	29.93
PW2037	6	0.17	0.85	10668	0.28	-66.28	0.15	8.91
CFM56 2B1	6	0.23	0.8	10668	0.29	-26.27	0.16	30.28
PW4084	6.41	NaN	0.83	10668	0.28	NaN	0.16	NaN
CFM56 5C2	6.6	0.22	0.8	10668	0.29	-28.49	0.16	29.06
MMAC	7.14	0.18	0.85	10668	0.28	-54.4	0.15	15.42
TRENT 556 GE90 85B	7.32 8.4	NaN NaN	0.8	9144 10668	0.32	NaN NaN	0.19	NaN NaN
CFM56 7B20	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
CF34 3A/3B	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
AE3007	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
NK93	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
Erreur re						3.3	27.	
Enteur re	TOTAL I	oyenne	□'moy%	6	30		41.	

TAB. 3.2 – Confrontation des données moteurs (Table 3.1, p. 95) et des évaluations de poussées maximales  $F_{max}$  en croisière. par les modèles existants : Modèle de J.Mattingly (Equation 3.3, p. 90), Modèle de l'Aérospatiale (Equation 3.2, p. 89)

### 3.2 Identification sur le modèle Onéra

Nous allons identifier notre propre modèle de poussée maximale  $F_{max}$  sur celui de l'Onéra. Pour effectuer une telle démarche, il nous faut d'abord valider le modèle Onéra (modèle pertinent : fonction des paramètres influents et cohérent vis-à-vis des autres modèles expérimentaux et analytiques). Nous pourrons ensuite choisir la structure analytique adéquate de notre modèle (la plus simple possible en vue d'une modèlisation analytique de performances avions). Nous pourrons alors vous proposer un modèle identifié sur celui de l'Onéra.

#### 3.2.1 Validation du modèle Onéra

Plusieurs équipes de l'Office ont travaillé sur le modèle Onéra ([TF97], [BV99], [PSE00], ...), et l'ont déjà validé en comparant des données constructeurs aux simulations effectuées. L'une des difficultés majeures a été d'obtenir ou, à défaut, d'estimer tous les paramètres moteur conceptuels nécessaires à la simulation. C'est pourquoi nous ne validerons pas le modèle Onéra pour tous les moteurs de notre base de données courantes fautes de données suffisantes (température d'entrée turbine conceptuelles  $T_4$ , température d'entrée turbine opérationnelle  $\Delta T_4$ , rendements moteurs, ...). Nous validerons néanmoins le modèle Onéra par rapport aux autres modèles analytiques existants et par rapport à des moteurs réels dont nous disposons de données précises permettant leur simulation (soit par connaissance des paramètres conceptuels nécessaires à la simulation, soit par celles de performances opérationnelles ayant permises la restitution de ces paramètres conceptuels).

Remarque 3.6 Notons que la difficulté de simuler un moteur réel a été soulevée par le fait qu'un moteur réel a des limitations et régulations, et par le manque de données constructeurs. Pour simuler des moteurs réels, il faut alors parfois estimer les paramètres conceptuels manquants : recalage par rapport aux performances connues.

#### Validation vis-à-vis des modèles analytiques

Nous avons déjà pu observer (Figure 3.3, p. 96) que les modèles existants était cohérents avec le modèle Onéra pour décrire les performances au décollage. Les modèles de J.Mattingly et de l'Aérospatiale correspondent aux performances au décollage d'un gros moteur civil du type CFM56  $\lambda \approx 6$ . Nous pouvons constater que ces modèles étaient inadaptés en altitude et que l'exposant n de la masse volumique  $\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n$  était un moyen de rattraper les estimations en croisière (Mach  $M \approx 0.8$  et  $h \approx 10000 \, m$ ). Nous retrouvons ce phénomène, de manière plus générale, sur la figure (Figure 3.8, p. 104). Le modèle Onéra est donc cohérent vis-à-vis des modèles existants pour le décollage et montrent la limitation de ces derniers à considérer une loi de Mach qui ne dépende pas de l'altitude h et de paramètres moteur (Figure 3.6, p. 100).

#### Validation vis-à-vis de modèles expérimentaux

Le modèle Onéra donnent des prédictions plus que satisfaisantes pour des moteurs très différents. En effet, la famille des CFM56 qui équipent des avions de transport civils (A340, A320) est décrite à 1.3% près en moyenne.

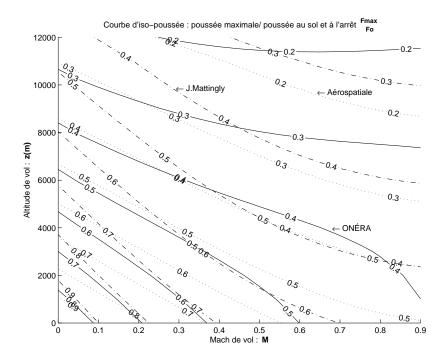


FIG. 3.8 – Perte de poussée maximale  $F_{max}$  avec l'altitude h et le Mach M de vol. Par exemple, Une courbe d'iso-poussée relative à 0.2 signifie que sur cette courbe, la poussée maximale  $F_{max}$  est de 20% de la poussée au point fixe  $F_0: F_{max} = 0.20 \, F_0$ . Le modèle de J.Mattingly (Equation 3.3, p. 90) est plus optimiste que celui de l'Aérospatiale (Equation 3.2, p. 89). En croisière, il ne nous reste qu'environ 20 à 30% de la poussée au point fixe!

	Poussée	e au poin	t fixe	Poussée en croisière			
		$F_0$ (N)		$F_{max}(M$	f = 0.8, h	= 10668  m)  (N)	
Moteur	donnée	calcul	$Er_{\%}$	donnée	calcul	$Er_{\%}$	
CFM56 2A2	106 750	108 120	-1.28	25 620	25 260	1.41	
CFM56 5A1	113 500	114 070	-0.50	25 500	25 460	0.16	
CFM56 5C2	138 800	135 820	2.15	30 800	30 050	2.44	

Le modèle Onéra est aussi pertinent par rapport aux moteurs d'avions d'affaire. Ce sont des avions qui effectuent généralement leur croisière à des altitudes plus élevées que celles des avions de ligne.

	MAA3			MAA1			
	donnée	calcul	$Er_{\%}$	donnée	calcul	$Er_{\%}$	
$F_{max}(M=0, h=0 m)$	30 730	30 690	-0.1	14 240	14 250	0.1	
$F_{max}(M = 0.8, h = 11  km)$	8 600	7 910	-8	4 100	3 953	-3.6	
$F_{max}(M=0.8, h=12  km)$	7 000	6 754	-3.5	3 390	3 380	-0.3	

[ I	Donnée	s MAA2	J.Mat	tingly	Aérosp	atiale	Oni	ÉRA
h	M	$F_{max}$	$F_{max}$	$Er_{\%}$	$F_{max}$	$Er_{\%}$	$F_{max}$	$Er_{\%}$
(m)		(N)	(N)	(%)	(N)	(%)	(N)	(%)
0	0	19291	19291	0	19291	0	23524	-21.9
0	0.2	15399 12429	15780 13426	-2.5 -8	15818 13118	-2.7 -5.5	18933 16185	-23 -30.2
0	0.4	11219	12611	-12.4	12057	-3.5 -7.5	15286	-36.3
1524	0	19724	17642	10.6	16622	15.7	21161	-7.3
1524	0.2	16015	14431	9.9	13630	14.9	17229	-7.6
1524	0.4	13355	12279	8.1	11303	15.4	14920	-11.7
1524	0.6	11769	10973	6.8	9641	18.1	13619	-15.7
3048	0	18786	16082	14.4	14246	24.2	18652	0.7
3048	0.2	15793	13155	16.7	11681	26	15336	2.9
3048	0.4	13601	11193	17.7	9687	28.8	13451	1.1
3048	0.6	12283	10003	18.6	8263	32.7	12464	-1.5
4572	0	16461	14609	11.2	12138	26.3	16173	1.8
4572 4572	0.2	13804 12200	11951 10168	13.4 16.7	9953 8254	27.9 32.3	13411 11904	2.8
4572	0.4	11219	9087	19.7	7040	37.2	11189	0.3
4572	0.7	10963	8755	20.1	6615	39.7	11030	-0.6
6096	0.3	11332	9920	12.5	7657	32.4	10923	3.6
6096	0.5	10290	8644	16	6424	37.6	10042	2.4
6096	0.7	9320	7923	15	5602	39.9	9792	-5.1
7620	0.3	9572	8941	6.6	6440	32.7	9307	2.8
7620	0.5	8867	7791	12.1	5403	39.1	8646	2.5
7620	0.7	8431	7142	15.3	4711	44.1	8552	-1.4
7620	0.8	8166	6960	14.8	4495	45	8623	-5.6
9144 9144	0.4	7891 7487	7443 6652	5.7 11.2	4908 4186	37.8 44.1	7530 7288	4.6 2.7
9144	0.8	7408					7452	-0.6
					3753			
9144	0.8	7364	6246 6147	15.7 16.5	3753 3645	49.3 50.5	7605	-3.3
_					3753 3645 4065			
9144	0.9	7364	6147	16.5	3645	50.5	7605	-3.3
9144 10668 10668 10668	0.9 0.4 0.6 0.8	7364 6746 6307 6350	6147 6648 5941 5578	16.5 1.5 5.8 12.2	3645 4065 3467 3108	50.5 39.7 45 51.1	7605 6222 6099 6332	-3.3 7.8 3.3 0.3
9144 10668 10668 10668 10668	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9	7364 6746 6307 6350 6404	6147 6648 5941 5578 5490	16.5 1.5 5.8 12.2 14.3	3645 4065 3467 3108 3019	50.5 39.7 45 51.1 52.9	7605 6222 6099 6332 6515	-3.3 7.8 3.3
9144 10668 10668 10668 10668 12192	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9	7364 6746 6307 6350 6404 5114	6147 6648 5941 5578 5490 5439	16.5 1.5 5.8 12.2 14.3 -6.4	3645 4065 3467 3108 3019 2968	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9	7605 6222 6099 6332 6515 4882	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5
9144 10668 10668 10668 10668 12192 12192	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986	16.5 1.5 5.8 12.2 14.3 -6.4 -0.1	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1
9144 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859	16.5 1.5 5.8 12.2 14.3 -6.4 -0.1 2.3	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1 -1.6
9144 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 12192	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782	16.5 1.5 5.8 12.2 14.3 -6.4 -0.1 2.3 4.8	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4 52.3	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1 -1.6 -3.6
9144 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 12192 12192 13716	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782	16.5 1.5 5.8 12.2 14.3 -6.4 -0.1 2.3 4.8	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399 2166	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1 -1.6
9144 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 12192	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782	16.5 1.5 5.8 12.2 14.3 -6.4 -0.1 2.3 4.8	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4 52.3	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1 -1.6 -3.6
9144 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 12192 13716 13716	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024 3849	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782 4480 4316	16.5 1.5 5.8 12.2 14.3 -6.4 -0.1 2.3 4.8 -16.4 -13.6	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399 2166 2036	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4 52.3 43.7 46.4	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206 3855 3877	-3.3  7.8  3.3  0.3  -1.7  4.5  1.1  -1.6  -3.6  -0.1  -2
9144 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 12192 12192 13716 13716	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024 3849 3801 3810	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782 4480 4316 4207	16.5 1.5 5.8 12.2 14.3 -6.4 -0.1 2.3 4.8 -16.4 -13.6 -10.4	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399 2166 2036 1942	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4 52.3 43.7 46.4 49	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206 3855 3877 3975	-3.3  7.8  3.3  0.3  -1.7  4.5  1.1  -1.6  -3.6  -0.1  -2  -4.3
9144 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 12192 13716 13716 13716 13716 15240 15240	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024 3849 3801 3810 3803 2977 2955	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782 4480 4316 4207 4140 3879 3737	16.5 5.8 12.2 14.3 -6.4 -0.1 2.3 4.8 -16.4 -13.6 -10.4 -8.8 -30.3 -6.5	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399 2166 2036 2036 1942 1886 1704 1601	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4 52.3 43.7 46.4 49 50.4 49 50.4	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206 3855 3877 3975 4093 3031 3048	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1 -1.6 -3.6 -0.1 -2 -4.3 -7.6 -1.8 -3.2
9144 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 12192 13716 13716 13716 13716 15240 15240	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024 3849 3801 3810 3803 2977 2955 2964	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782 4480 4316 4207 4140 3879 3737 3642	16.5 5.8 12.2 14.3 -6.4 -0.1 2.3 4.8 -16.4 -13.6 -10.4 -8.8 -30.3 -26.5 -22.9	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399 2166 2036 1942 1886 1704 1601 1527	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4 52.3 43.7 46.4 49 50.4 49 50.4	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206 3855 3877 3975 4093 3031 3048 3125	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1 -1.6 -3.6 -0.1 -2 -4.3 -7.6 -1.8 -3.2 -5.5
9144 10668 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 13716 13716 13716 13716 15240 15240 15240 15240	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024 3849 3801 3810 3803 2977 2955 2964 2987	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782 4480 4316 4207 4140 3879 3737 3642 3584	16.5 5.8 12.2 14.3 -6.4 -0.1 2.3 4.8 -16.4 -13.6 -10.4 -8.8 -30.3 -20.5 -22.9 -20	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399 2166 2036 1942 1886 1704 1601 1527 1483	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4 52.3 43.7 46.4 49 50.4 42.8 45.8 48.5 50.4	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206 3855 3877 3975 4093 3031 3048 3125 3218	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1 -1.6 -3.6 -0.1 -2 -4.3 -7.6 -1.8 -3.2 -5.5 -7.7
9144 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 12192 13716 13716 13716 13716 13716 15240 15240 15240 15240 16764	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024 3849 3801 3810 3803 2977 2955 2964 2987	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782 4480 4316 4207 4140 3879 3737 3642 3584	16.5 1.5 5.8 12.2 14.3 -6.4 -0.1 2.3 4.8 -16.4 -13.6 -10.4 -8.8 -30.3 -26.5 -22.9 -20	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399 2166 2036 1942 1886 1704 1601 1527 1483	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4 52.3 43.7 46.4 49 50.4 49 50.4 49 50.4 40.6	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206 3855 3877 3975 4093 3031 3048 3125 3218	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1 -1.6 -3.6 -0.1 -2 -4.3 -7.6 -1.8 -3.2 -5.5 -7.7
9144 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 12192 13716 13716 13716 13716 15240 15240 15240 16764 16764	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024 3849 3801 3810 3803 2977 2955 2964 2987 2257	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782 4480 4316 4207 4140 3879 3737 3642 3584 3358	16.5 1.5 5.8 12.2 14.3 -6.4 -0.1 2.3 4.8 -16.4 -13.6 -10.4 -8.8 -30.3 -26.5 -22.9 -20 -48.8 -45.1	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399 2166 2036 1942 1886 1704 1601 1527 1483 1340 1259	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4 45 50.4 49 50.4 42.8 45.8 45.8 45.9 40.6 43.5	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206 3855 3877 3975 4093 3031 3048 3048 3125 3218	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1 -1.6 -3.6 -0.1 -2 -4.3 -7.6 -1.8 -3.2 -5.5 -7.7 -5.6 -7.5
9144 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 13716 13716 13716 13716 15240 15240 15240 16764 16764 16764	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024 3849 3801 3810 3803 2977 2955 2964 2987 2257 2229	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782 4480 4316 4207 4140 3879 3737 3642 3584 3358 3235 3153	16.5 1.5 5.8 12.2 14.3 -6.4 -0.1 2.3 4.8 -16.4 -13.6 -10.4 -8.8 -30.3 -26.5 -22.9 -48.8 -45.1 -41.7	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399 2166 2036 1942 1886 1704 1601 1527 1483 1340 1259 1201	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4 52.3 43.7 46.4 49 50.4 42.8 45.8 48.5 50.4 40.6 43.5 46	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206 3855 3877 3975 4093 3031 3048 3048 3125 3218 2383 2397 2457	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1 -1.6 -3.6 -0.1 -2 -4.3 -7.6 -1.8 -3.2 -5.5 -7.7 -5.6 -7.5 -10.4
9144 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 12192 13716 13716 13716 13716 15240 15240 15240 16764 16764 16764 16764	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024 3849 3801 3810 3803 2977 2955 2964 2987 2257 2229 2225 2237	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782 4480 4316 4207 4140 3879 3737 3642 3584 3358 3235 3153 3103	16.5 1.5 5.8 12.2 14.3 -6.4 -0.1 2.3 4.8 -16.4 -13.6 -10.4 -8.8 -30.3 -26.5 -22.9 -48.8 -45.1 -41.7 -38.7	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399 2166 2036 1942 1886 1704 1601 1527 1483 1340 1259 1201 1166	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4 45 50.4 49 50.4 42.8 45.8 48.5 50.4 40.6 43.5 46.4 47.9	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206 3855 3877 3975 4093 3031 3048 3125 3218 2383 2397 2457 2530	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1 -1.6 -3.6 -0.1 -2 -4.3 -7.6 -1.8 -3.2 -5.5 -7.7 -5.6 -7.5 -10.4 -13.1
9144 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 13716 13716 13716 13716 15240 15240 15240 16764 16764 16764	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024 3849 3801 3810 3803 2977 2955 2964 2987 2257 2229	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782 4480 4316 4207 4140 3879 3737 3642 3584 3358 3235 3153	16.5 1.5 5.8 12.2 14.3 -6.4 -0.1 2.3 4.8 -16.4 -13.6 -10.4 -8.8 -30.3 -26.5 -22.9 -48.8 -45.1 -41.7	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399 2166 2036 1942 1886 1704 1601 1527 1483 1340 1259 1201	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4 52.3 43.7 46.4 49 50.4 42.8 45.8 48.5 50.4 40.6 43.5 46	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206 3855 3877 3975 4093 3031 3048 3125 3218 2383 2397 2457 2530	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1 -1.6 -3.6 -0.1 -2 -4.3 -7.6 -1.8 -3.2 -5.5 -7.7 -5.6 -7.5 -10.4
9144 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 12192 13716 13716 13716 15240 15240 15240 16764 16764 16764 16764 18288	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024 3849 3801 3810 3803 2977 2955 2964 2987 2257 2229 2225 2237	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782 4480 4316 4207 4140 3879 3737 3642 3584 3358 3153 3103 2907	16.5  1.5  5.8  12.2  14.3  -6.4  -0.1  2.3  4.8  -16.4  -13.6  -10.4  -8.8  -30.3  -26.5  -22.9  -48.8  -45.1  -41.7  -38.7	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399 2166 2036 1704 1601 1527 1483 1340 1259 1201 1166 1053	50.5 39.7 45 51.1 52.9 48 50.4 52.3 43.7 46.4 49 50.4 42.8 45.8 48.5 50.4 40.6 43.5 46.4 47.9	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206 3855 3877 3975 4093 3031 3048 3125 3218 2383 2397 2457 2530	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1 -1.6 -3.6 -0.1 -2 -4.3 -7.6 -1.8 -3.2 -5.5 -7.7 -7.5 -10.4 -13.1
9144 10668 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 13716 13716 13716 13716 15240 15240 15240 16764 16764 16764 16764 18288 18288	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024 3849 3801 3810 3803 2977 2955 2964 2987 2257 2229 2225 2237 1721 1695	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782 4480 4316 4207 4140 3879 3737 3642 3584 3358 3235 3103 2907 2801	16.5  1.5  5.8  12.2  14.3  -6.4  -0.1  2.3  4.8  -16.4  -13.6  -10.4  -8.8  -30.3  -26.5  -22.9  -20  -48.8  -45.1  -41.7  -38.7  -68.9  -65.2	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399 2166 2036 1942 1886 1704 1601 1527 1483 1340 1259 1201 1166 1053 990	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4 52.3 43.7 46.4 49 50.4 42.8 45.8 48.5 50.4 40.6 43.7 46.4 49.8 48.5 50.4 48.5 50.4 48.5 50.4 49.6 49.6 49.6 49.6 49.6 40.6	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206 3855 3877 3975 4093 3031 3048 3125 3218 2383 2397 2457 2530 1874	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1 -1.6 -3.6 -0.1 -2 -4.3 -7.6 -1.8 -3.2 -5.5 -7.7 -5.6 -7.5 -7.6 -7.6 -7.6 -7.9 -7.0 -
9144 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 12192 13716 13716 13716 13716 15240 15240 15240 16764 16764 16764 16764 16764 18288 18288 18288	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.7 0.8 0.9 0.7 0.8 0.9 0.7 0.8 0.9 0.7 0.8 0.9 0.7 0.8 0.9 0.7 0.8 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024 3849 3801 3810 3803 2977 2955 2964 2987 2257 2229 2225 2237 1721 1695 1662	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782 4480 4316 4207 4140 3879 3737 3642 3584 3358 3235 3103 2907 2801 2729	16.5  1.5  5.8  12.2  14.3  -6.4  -0.1  2.3  4.8  -16.4  -13.6  -10.4  -8.8  -30.3  -26.5  -22.9  -20  -48.8  -45.1  -41.7  -38.7  -68.9  -65.2  -64.2	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399 2166 2036 1942 1886 1704 1601 1527 1483 1340 1259 1201 1166 1053 990 944	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4 52.3 43.7 46.4 49 50.4 49 50.4 49 50.4 49 50.4 49 50.4 49 50.4 49 48.8 48.5 50.4 48.5 50.4 49.6 40.6 43.5 40.6 47.9 38.8 41.6 43.2	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206 3855 3877 3975 4093 3031 3048 3125 3218 2383 2397 2457 2530 1874 1884	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1 -1.6 -3.6 -0.1 -2 -4.3 -7.6 -1.8 -3.2 -5.5 -7.7 -5.6 -7.5 -10.1
9144 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 13716 13716 13716 13716 15240 15240 15240 16764 16764 16764 16764 16764 18288 18288 18288 19812 19812	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024 3849 3801 3810 3803 2977 2955 2964 2987 2257 2229 2225 2237 1721 1695 1662 1621 1307 1279	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782 4480 4316 4207 4140 3879 3737 3642 3584 3358 3235 3153 3103 2907 2801 2729 2686 2517 2425	16.5  1.5  5.8  12.2  14.3  -6.4  -0.1  2.3  4.8  -16.4  -13.6  -10.4  -8.8  -30.3  -26.5  -22.9  -20  -48.8  -45.1  -41.7  -38.7  -68.9  -65.2  -64.2  -65.7  -92.5  -89.5	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399 2166 2036 1942 1886 1704 1601 1527 1483 1340 1259 1201 1166 1053 990 944 917 828 778	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4 52.3 43.7 46.4 49 50.4 42.8 45.5 40.6 43.5 46.4 47.9 38.8 41.6 43.2 43.4 36.6 39.2	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206 3855 3877 3975 4093 3031 3031 3048 3125 3218 2383 2397 2457 2530 1874 1932 1990 1473 1482	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1 -1.6 -3.6 -0.1 -2 -4.3 -7.6 -1.8 -3.2 -5.5 -7.7 -5.6 -7.5 -10.4 -13.1 -8.9 -11.2 -16.2 -22.7 -15.8
9144 10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 12192 13716 13716 13716 13716 15240 15240 15240 16764 16764 16764 16764 18288 18288 18288 18288 19812 19812	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024 3849 3801 3810 3803 2977 2955 2964 2987 2229 2225 2237 1721 1695 1662 1621 1307 1279	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782 4480 4316 4316 3879 3737 3642 3584 3358 3153 3103 2907 2801 2729 2686 2517 2425 2363	16.5  1.5  5.8  12.2  14.3  -6.4  -0.1  2.3  4.8  -16.4  -13.6  -10.4  -8.8  -30.3  -26.5  -22.9  -20  -48.8  -45.1  -41.7  -38.7  -68.9  -65.2  -64.2  -65.2  -92.5  -89.5	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399 2166 2036 1942 1886 1704 1601 1527 1483 1340 1259 1201 1166 1053 990 944 917 828 778 743	39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4 52.3 43.7 46.4 49 50.4 42.8 45.8 48.5 50.4 40.6 43.5 46.4 47.9 38.8 41.6 43.2 43.2 43.6 43.2 43.2 43.2 43.2 43.6 43.2 43.2 43.6 43.2 43.2 43.2 43.2 43.2 43.2 43.2 43.2 43.2 43.2 44.6 45.6 45.6 45.6 45.6 45.6 45.6 46.6 47.9	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206 3855 3877 3975 4093 3031 3048 3125 3218 2383 2383 2383 125 1874 1884 1932 1990 1473 1482	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1 -1.6 -3.6 -0.1 -2 -4.3 -7.6 -1.8 -3.2 -5.5 -7.7 -5.6 -7.5 -10.4 -13.1 -8.9 -11.2 -16.2 -2.7 -15.8 -21.7
9144  10668 10668 10668 10668 12192 12192 12192 12192 13716 13716 13716 13716 15240 15240 15240 15240 16764 16764 16764 18288 18288 18288 18288 18288 18288 18288 18288 19812 19812	0.9 0.4 0.6 0.8 0.9 0.5 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.9 0.6 0.7 0.8 0.9 0.9 0.9 0.9 0.0 0.0 0.0 0.0	7364 6746 6307 6350 6404 5114 4981 4975 5024 3849 3801 3810 3803 2977 2955 2964 2987 2257 2229 2225 2237 1721 1695 1662 1621 1307 1279	6147 6648 5941 5578 5490 5439 4986 4859 4782 4480 4316 4207 4140 3879 3737 3642 3584 3358 3235 3153 3103 2907 2801 2729 2686 2517 2425	16.5  1.5  5.8  12.2  14.3  -6.4  -0.1  2.3  4.8  -16.4  -13.6  -10.4  -8.8  -30.3  -26.5  -22.9  -20  -48.8  -45.1  -41.7  -38.7  -68.9  -65.2  -64.2  -65.2  -92.5  -89.3  -95.7	3645 4065 3467 3108 3019 2968 2589 2470 2399 2166 2036 1942 1886 1704 1601 1527 1483 1340 1259 1201 1166 1053 990 944 917 828 778	50.5 39.7 45 51.1 52.9 41.9 48 50.4 52.3 43.7 46.4 49 50.4 42.8 45.8 48.5 50.4 40.6 43.5 46.4 47.9 38.8 41.6 43.2 43.2 43.2 43.2 43.5 43.5 46.6 47.9 48.5 48.5 48.5 49.6 49.6 49.6 49.6 49.6 49.6 49.6 49.6 49.6 49.6 49.6 49.6 49.6 49.6 49.6 49.6 40.6	7605 6222 6099 6332 6515 4882 4928 5056 5206 3855 3877 3975 4093 3031 3031 3048 3125 3218 2383 2397 2457 2530 1874 1932 1990 1473 1482	-3.3 7.8 3.3 0.3 -1.7 4.5 1.1 -1.6 -3.6 -0.1 -2 -4.3 -7.6 -1.8 -3.2 -5.5 -7.7 -5.6 -7.5 -10.4 -13.1 -8.9 -11.2 -16.2 -22.7 -15.8 -21.7 -31.7

Tab. 3.3 – Confrontation des prédictions des différents modèles existants vis-à-vis des données d'un moteur d'avion d'affaire MAA2 en régime de croisière.

Le modèle ONÉRA a aussi été validé par rapport à des moteurs militaires (précision 5%). Nous n'exposerons pas ces validations étant donné que ces moteurs sont vraiment différents des gros moteurs civils qui font l'objet de notre étude.

Le modèle Onéra tient donc bien compte des paramètres influents qui lui permettent de décrire pertinemment des modèles expérimentaux très divers. Il est aussi cohérent vis-à-vis des modèles analytiques existants qui semblent adaptés pour les performances au décollage et dont l'effet de l'altitude essaie de recaler ces modèles par rapport à la croisière.

#### 3.2.2 Méthode d'identification

#### Moteurs simulés pour l'identification

Afin de bien dissocier l'influence des différents paramètres moteurs, nous avons décidé de simuler, grâce au modèle Onéra, plusieurs "Faux moteurs" dont nous changerons les paramètres conceptuels. Nous avons travaillé à partir d'un moteur représentatif des CFM56 qui sont des gros moteurs civils équipant des avions de ligne (A320, A340). Nous avions vu que la simulation Onéra nécessite la connaissance de paramètres conceptuels. Nous prendrons ceux au point fixe du CFM56. Les paramètres conceptuels communs de nos "Faux moteurs" sont alors :

- Le Nombre de Mach : M = 0
- L'Altitude : h = 0m
- Le Débit total du moteur :  $D_m = 420 \, kg/s$
- Les Prélèvement de puissance sur l'arbre Haute Pression : 0 %
- Rendement du fan: 0.85
- Rendement du compresseur Basse Pression: 0.86
- Rendement du compresseur Haute Pression : 0.87
- Rendement de la turbine Haute Pression: 0.85
- Rendement de la turbine Basse Pression : 0.88
- Perte entrée d'air : 0.99
- Perte dans la chambre de combustion: 0.95
- Perte dans la tuyère du flux primaire : 0.99
- Perte dans la tuyère du flux secondaire : 0.97
- Prélèvement de débit pour refroidissement : 0.97
- Prélèvement de débit pour usage externe : 1 (c'est-à-dire pas de prélèvement)
- Perte de puissance sur l'arbre Haute Pression : 0.999
- Perte de puissance sur l'arbre Basse Pression : 0.999

Ensuite nous ferons varier les trois paramètres conceptuels suivants :

- Le taux de dilution  $\lambda$  (3,4,5 et 6)
- Le taux de compression  $\varepsilon_c$  (20,30,40)
- La température d'entrée turbine (1400, 1500 et 1600 K)

À partir de ces cycles conceptuels, nous avons simulé les performances opérationnelles de ces "Faux moteurs" aux points de vol désirés. Nous avons alors envisagé plusieurs altitudes h, plusieurs Mach M (subsonique M < 1) et deux températures d'entrée turbine opérationnelles :  $\Delta T_4 = 0~K$  (typique du décollage) et  $\Delta T_4 = -100~K$  (typique de la croisière). Cela revient à simuler 36 moteurs à deux  $\Delta T_4$  différentes, soit 72 simulations.

REMARQUE 3.7 Nous n'avons pas cherché à prendre un maillage plus fin en considération du temps de calcul. Nous avons aussi fait le choix de garder les autres paramètres conceptuels du CFM56. Cette méthode n'a pas la prétention de simuler des moteurs qui pourraient fonctionner de la sorte, mais de donner une idée de l'influence des différents paramètres moteur. D'ailleurs, le programme n'a pas convergé pour certains des moteurs. Les motoristes pourraient alors discuter ces choix et nous expliquer les différents couplages qu'il existe pour les moteurs réels, entre ces paramètres conceptuels (notamment sur le débit d'air  $D_m$ ).

#### Structure analytique choisie

Nous avons vu qu'il était possible de séparer l'effet de Mach  $\frac{F_{max}(M,h)}{F_{max}(M=0,h)}$  (polynôme en Mach M dont les coefficients dépendent de paramètres moteur et de l'altitude h jusqu'à 11 km (Remarque 3.3, p. 101)), de l'effet de l'altitude  $\frac{F_{max}(M=0,h)}{F_{max}(M=0,h=0)}$  (en  $\rho^n$  avec  $n \lesssim 1$  si h < 11 km et n = 1 si  $h \ge 11$  km (Remarque 3.2, p. 97)). Nous avons décidé de procéder d'une manière analogue pour élaborer notre propre modèle à la différence près que nous passerons par le point fictif  $F_{max}(M=0.05,h)$  au lieu de  $F_{max}(M=0,h)$ . Nous considérons la décomposition suivante :

$$\frac{F_{max}}{F_{0}} = \boxed{\mathbf{M}} \boxed{\mathbf{H}} \boxed{\mathbf{R}}$$
Loi de Mach  $\boxed{\mathbf{M}} = \frac{F_{max}(M, h, \Delta T_{4})}{F_{max}(M = 0.05, h, \Delta T_{4})}$ 
Loi d'altitude  $\boxed{\mathbf{H}} = \frac{F_{max}(M = 0.05, h, \Delta T_{4})}{F_{max}(M = 0.05, h = 0, \Delta T_{4} = 0)}$ 
Résidus  $\boxed{\mathbf{R}} = \frac{F_{max}(M = 0.05, h = 0, \Delta T_{4} = 0)}{F_{max}(M = 0, h = 0, \Delta T_{4} = 0)}$ 

Pourquoi passer par  $F_{max}(M=0.05,h)$  au lieu de  $F_{max}(M=0,h)$ ?

Il y a deux raisons à ce choix. La première est une raison d'identification : il est plus aisé d'identifier une loi simple analytiquement (une simple parabole : polynôme d'ordre deux en Mach M (Remarque 3.2, p. 97)) pour la Loi de Mach M =  $\frac{F_{max}(M,h)}{F_{max}(M=0.05,h)}$  en adimensionnant par M=0.05 (Figure 3.9, p. 108). La deuxième raison est une raison de convergence du programme ONÉRA. le programme a du mal à converger (en un nombre d'itérations raisonnable) pour des Mach proches de M=0 à des altitude h élevées. Ces deux raisons nous ont donc conduit à adimensionner par  $F_{max}(M=0.05,h)$ . Mais nous pouvons alors nous demander si ce choix est judicieux? En effet, en toute rigueur les propriétés observées précédemment sur les effets de Mach (Effet de Mach (Remarque 3.2, p. 97) ne dépend plus de l'altitude passé 11 km) et d'altitude (proportionnel à  $\rho^n$  (Remarque 3.3, p. 101)) sont valables lorsque l'on adimensionne par M=0. Prendre comme

 $<sup>^5</sup>$  "fictif" car ce point de vol n'est jamais atteint en pratique. Ce n'est qu'un point théorique permettant le passage entre l'effet de Mach et l'effet d'altitude.

 $<sup>^6</sup>$ nous avons réglé le programme Onéra de manière à ce que celui-ci s'arrête si le résidu obtenu est inférieur à  $10^{-9}$  ou parce que le nombre d'itérations effectués atteint 51. Pour ces points à Mach M proche de zéro et altitude h élevées, le programme d'arrêtait par le nombre d'itérations excessif : la précision alors obtenue était donc moindre.

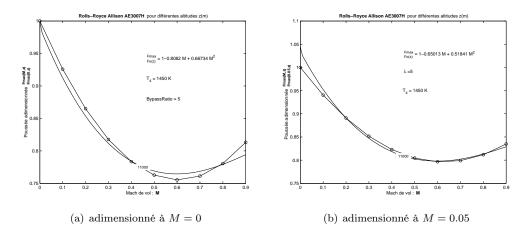


FIG. 3.9 - La loi de Mach M sous forme de parabole convient mieux en adimensionnant par Mach M = 0.05.

référence M=0.05 induit donc une certaine erreur que nous avons jugée négligeable après vérification (l'erreur induite de ce choix est de moins de 1%).

#### Revenir à la poussée au point fixe

De manière induite, nous considérons que la poussée au point fixe est définie par  $F_0 = F_{max}(M=0,h=0,\Delta T_4=0)$ . À Mach de vol nul, le réacteur fonctionne alors comme un "aspirateur" et l'air passant dans l'entrée d'air a une certaine vitesse  $M\approx 0$ . Les motoristes pourraient alors nous expliquer quel est le Mach à considérer pour obtenir la poussée au point fixe : 0 ou  $\approx 0$ ?

Le modèle ONÉRA semble considérer le Mach nul (choix de la modélisation des pertes d'entrée d'air). Par ailleurs, les valeurs par défaut pour le point fixe sont à Mach nul. C'est pourquoi, nous considérerons que la poussée au point fixe  $F_0$  est bien la poussée maximale à Mach M=0, altitude h et température d'entrée turbine conceptuelle  $T_4$  (c'est-à-dire  $\Delta T_4=0$ ).

Partant de ce constat, il nous fallait alors passer de la poussée  $F_{max}(M=0.05,h,\Delta T_4)$  à la poussée au point fixe  $F_0=F_{max}(M=0,h=0,\Delta T_4=0)$ . Nous avons choisi de séparer le problème en deux : Loi d'altitude  $\mathbf{H}$  et Loi du Résidus  $\mathbf{R}$ . La loi en altitude  $\mathbf{H}$  donne la variation de poussée en fonction de l'altitude h et de la  $\Delta T_4$  à Mach M=0.05. Quant à la loi de Résidus  $\mathbf{R}$  elle donne la variation de poussée à altitude h=0 m et  $\Delta T_4=0$  K entre M=0.05 et M=0. La raison majeure de ce choix est liée à la Loi d'altitude  $\mathbf{H}$ . En effet, en considérant  $\frac{F_{max}(M=0.05,h,\Delta T_4)}{F_{max}(M=0.05,h,\Delta T_4=0)}$  nous avons alors une loi plus saine à h=0 et  $\Delta T_4=0$  K puisque nous retrouvons 1 quel que soient les moteurs. Ce n'était pas le cas si nous prenions  $\frac{F_{max}(M=0.05,h,\Delta T_4)}{F_{max}(M=0.05,h,\Delta T_4=0)}$ , les moteurs étaient alors dispersés. En considérant le Résidus  $\mathbf{R}$ , nous séparions le problème. Cette modélisation nous permet alors d'avoir un modèle de poussée maximale  $F_{max}$  en fonction de la poussée au point fixe  $F_0$  qui est une donnée du problème. Cela dit, ce type de modélisation ne permet pas de retrouver mathématiquement la poussée relative égale à 1 au point fixe à Mach M=0, h=0,  $\Delta T_4=0$  K:  $\frac{F_{max}(M=0,h=0,\Delta T_4=0)}{F_0}\neq 1$ . Le domaine

de définition est alors restreint :  $M \geq 0.05$ . Mais relativisons, ce n'est pas vraiment important de ne pas décrire les Mach M < 0.05 puisque la poussée au point fixe  $F_0$  est une donnée du problème et ce sont généralement les poussées de décollage et de croisière que nous cherchons pour le calcul de performances.

# 3.2.3 Loi de Mach $\boxed{\mathrm{M}}$

Nous désirions une loi analytique assez simple pour décrire l'effet de Mach. Nous avions vu que les modèles existants considéraient un polynôme du deuxième ou du troisième degré (Remarque 3.2, p. 97). Nous avons constaté qu'une parabole convenait relativement bien pour modéliser  $\frac{F_{max}(M,h,\Delta T_4)}{F_{max}(M=0.05,h,\Delta T_4)}$  et non pas  $\frac{F_{max}(M,h,\Delta T_4)}{F_{max}(M=0,h,\Delta T_4)}$ . C'est une des raisons de notre décomposition  $\boxed{\mathbf{M}}$   $\boxed{\mathbf{H}}$   $\boxed{\mathbf{R}}$  évoquée précédemment. Nous choisissons alors d'adopter une modélisation sous forme de parabole :

$$\boxed{\mathbf{M}} = \alpha \ (M-M_s)^2 + \overline{F_m} \ \ \, (3.6)$$
 
$$F_{max} \quad : \text{Pouss\'ee moteur maximale} \qquad N$$
 
$$\overline{F_m} \quad : \text{pouss\'ee r\'eduite (Loi de Mach } \boxed{\mathbf{M}} \ ) \text{ minimale}$$
 
$$\overline{F_m} = \frac{F_{max}(M=M_s,h,\Delta T_4)}{F_{max}(M=0.05,h,\Delta T_4)} \ \ \, : \text{Loi de Mach minimale } \overline{F_m} \ \, \text{à 11 km d'altitude}$$
 
$$h \qquad : \text{Altitude de vol} \qquad m$$
 
$$\boxed{\mathbf{M}} \quad : \text{Loi de Mach } \frac{F_{max}(M,h,\Delta T_4)}{F_{max}(M=0.05,h,\Delta T_4)} \ \ \, : \text{Mach de vol}$$
 
$$M_s \qquad : \text{Mach de vol pour lequel la Loi de Mach } \boxed{\mathbf{M}} \ \ \, \text{est minimale}$$
 
$$M_{s11km} \quad : \text{Mach } M_s \ \, \text{à 11 km d'altitude}$$
 
$$T_4 \qquad : \text{Temp\'erature d'entr\'ee turbine} \qquad K$$
 
$$\Delta T_4 \qquad : \text{Diff\'erence entre la temp\'erature d'entr\'ee turbine} \qquad K$$
 opérationnelle et conceptuelle 
$$\alpha \qquad : \text{Param\`etre traduisant l'ouverture de la parabole}$$

Cette parabole a donc un minima de poussée réduite  $\overline{F_m} = \frac{F_{max}(M=M_s,h,\Delta T_4)}{F_{max}(M=0.05,h,\Delta T_4)}$  pour un Mach  $M_s$ 

Nous avons fait le choix arbitraire que cette parabole passe en 1 pour un Mach M=0. Cet artifice permet à la parabole de mieux décrire les Mach de croisière (Figure 3.9, p. 108) : les performances en croisière n'en seront que mieux décrites. Bien entendu cette modélisation rend notre modèle moins précis pour les assez faibles Mach (M<0.15). Soit pour des Mach plus faibles que ceux considérés pour les performances au décollage, donc tout va bien. Nous avons donc :

$$\alpha = \frac{1 - \overline{F_m}}{{M_s}^2}$$

Après 11 km d'altitude h, la Loi de Mach  $\boxed{\mathbf{M}}$  ne dépend plus de l'altitude h (Remarque 3.3, p. 101) : pour un moteur donné  $(\lambda, \, \varepsilon_c, \, T_4 \, \text{donnés})$  à un régime donné  $(\Delta T_4 \, \text{donnée})$ , toutes les courbes de Loi de Mach  $\boxed{\mathbf{M}} = \frac{F_{max}(M, h, \Delta T_4)}{F_{max}(M=0.05, h, \Delta T_4)}$  en fonction du Mach M, se superposent pour former un "paquet de 11 km". Nous avons alors commencé par

 $<sup>^7</sup>$ En réalité cette caractéristique est observable pour  $\frac{F_{max}(M,h,\Delta T_4)}{F_{max}(M=0,h,\Delta T_4)}$  c'est-à-dire que l'on adimensionne par la poussée maximale à M=0 au lieu de M=0.05. Nous considérerons que cela est vrai aussi

trouver une loi du "paquet de 11 km" qui a l'avantage de séparer l'influence de l'altitude (uniquement fonction des paramètres moteur). Nous avons ensuite modélisé l'influence de l'altitude sur la Loi de Mach  $\boxed{\mathbf{M}}$ . À chaque fois, nous avons optimisé chacun des paramètres pour chacune des simulations, dans le but de trouver une relation analytique de ces paramètres. Nous avons ensuite fait une optimisation sur l'ensemble des simulations afin d'obtenir une loi globale la meilleure possible. Nous obtenons les relations qui suivent.

#### Loi de Mach pour $h \ge 11 \, km$ : "paquet de 11 km"

Pour modéliser le "paquet de 11 km", nous avons décidé d'adopter une loi linéaire en fonction de chacun des paramètres moteur. Non seulement la relation est linéaire mais la pente de chacun des paramètres est indépendante des autres paramètres moteur. Nous ne cherchions pas à compliquer davantage la forme analytique puisque ce modèle a une précision de l'ordre d'un pour-cent (M>0.15) par rapport à nos "Faux moteurs simulés".

$$\begin{split} M_{s11km} &= a_{Ms}T_4 + b_{Ms}\lambda + c_{Ms}(\varepsilon_c - 30) + d_{Ms}\Delta T_4 + e_{Ms} \\ \overline{F_{m}}_{11km} &= a_{Fm}T_4 + b_{Fm}\lambda + c_{Fm}(\varepsilon_c - 30) + d_{Fm}\Delta T_4 + e_{Fm} \\ \\ a_{Ms} &= -2.74\,10^{-4} & a_{Fm} = 2.67\,10^{-4} \\ b_{Ms} &= 1.91\,10^{-2} & b_{Fm} = -2.35\,10^{-2} \\ c_{Ms} &= 1.21\,10^{-3} & c_{Fm} = -1.32\,10^{-3} \\ d_{Ms} &= -8.48\,10^{-4} & d_{Fm} = 3.14\,10^{-4} \\ e_{Ms} &= 8.96\,10^{-1} & e_{Fm} = 5.22\,10^{-1} \end{split}$$

Remarque 3.8 Nous pouvons remarquer, à la vue des valeurs numériques des coefficients, que le paramètre le plus influent est la différence de température d'entrée turbine opérationnelle et conceptuelle  $\Delta T_4$ .

#### Loi de Mach pour $h < 11 \, km$

Afin de ne pas compliquer l'expression analytique du modèle, nous désirions une relation linéaire entre les paramètres  $M_s$  et  $\overline{F_m}$  de la loi de Mach  $|\mathbf{M}|$  à 11 km et ceux à une altitude  $h < 11 \, km$ . Il s'est avéré qu'un polynôme du deuxième ordre en altitude h, dont les coefficients dépendent des paramètres moteurs, suffit pour décrire la loi de Mach M de l'ordre de 2 à 3% les performances au décollage/montée (basses altitudes, faibles  $\overline{\text{Mach }}M)$  et en croisière (altitudes h de croisière, Mach  $M\approx 0.8$ ). Nous avons alors optimisé notre structure analytique sur la simulation de "Faux moteurs" pour des altitudes de 2, 8 et 11 km. Nous avons procédé de la sorte afin d'assurer d'une part de retomber sur notre modèle à 11 km, puis de décrire correctement les altitudes de croisière intéressantes pour les performances (entre 8 et 11 km), et d'autre part de ne pas être trop mauvais pour les performances au décollage (Nous avons pris 2 km au lieu de 0 car le programme ONÉRA avait des difficultés de convergence, en un nombre d'itérations raisonnable, pour des faibles altitudes  $h \approx 0 m$  et Mach M élevés, surtout à  $\Delta T_4 = -100 \, \mathrm{K}$ ). Il s'est avéré que les performances en montée (altitudes intermédiaires) n'en sont pas trop affectées puisque nous restons entre 2 et 3% par rapport aux "Faux moteurs simulés".

pour M=0.05. Vous pourrez constater en annexe, que l'erreur engendrée par cette hypothèse est de moins d'un pour-cent (Figure D.13, p. 263)

Remarque 3.9 Il est intéressant de se rendre compte qu'avec ce type de modélisation, nous traı̂nons l'erreur d'estimation du "paquet de 11 km". En effet, la loi de Mach  $\boxed{\mathbf{M}}$  des altitudes  $h < 11 \ km$  étant déduite de celle à 11 km, nous cumulons l'erreur d'estimation du modèle à  $h < 11 \ km$  avec celui à 11 km.

Nous avons alors une loi du type:

$$M_s = M_{s11km} + f_{Ms}(h - 11000)^2 + g_{Ms}(h - 11000)$$
$$\overline{F_m} = \overline{F_m}_{11km} + f_{Fm}(h - 11000)^2 + g_{Fm}(h - 11000)$$

Les coefficients  $f_{Ms}$ ,  $g_{Ms}$ ,  $f_{Fm}$  et  $g_{Fm}$  étant de la forme :

$$(\alpha_1(\varepsilon_c - 30)^2 + \alpha_2(\varepsilon_c - 30) + \alpha_3 + \alpha_4 T_4 + \alpha_5 \Delta T_4) \lambda + (\beta_1(\varepsilon_c - 30)^2 + \beta_2(\varepsilon_c - 30) + \beta_3 + \beta_4 T_4 + \beta_5 \Delta T_4)$$

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$
$f_{Ms}$	$1.79  10^{-12}$	$4.2910^{-13}$	$-5.24  10^{-14}$	$-4.5110^{-14}$	$-4.57  10^{-12}$
$g_{Ms}$	$1.1710^{-8}$	$-8.80  10^{-8}$	$-5.25  10^{-9}$	$-3.19  10^{-9}$	$5.5210^{-8}$
$f_{Fm}$	$-5.37  10^{-13}$	$-1.2610^{-12}$	$1.29  10^{-14}$	$2.39  10^{-14}$	$2.35  10^{-12}$
$g_{Fm}$	$-3.1810^{-9}$	$2.76  10^{-8}$	$1.97  10^{-9}$	$1.17  10^{-9}$	$-2.2610^{-8}$

	$eta_1$	$eta_2$	$eta_3$	$eta_4$	$eta_5$
$f_{Ms}$	$1.70 \ 10^{-12}$	$1.51  10^{-12}$	$1.4810^{-9}$	$-7.5910^{-14}$	$-1.0710^{-11}$
$g_{Ms}$	$-3.4810^{-9}$	$-8.41 \ 10^{-8}$	$2.56  10^{-5}$	$-2.0010^{-8}$	$-7.1710^{-8}$
$f_{Fm}$	$-3.89  10^{-13}$	$-2.0510^{-12}$	$-9.28  10^{-10}$	$1.30 \ 10^{-13}$	$5.3910^{-12}$
$g_{Fm}$	$1.7710^{-9}$	$2.62  10^{-8}$	$-8.8710^{-6}$	$6.6610^{-9}$	$4.43  10^{-8}$

Remarque 3.10 Là encore le paramètre le plus influent est la différence de température d'entrée turbine opérationnelle et conceptuelle  $\Delta T_4$ . Nous avons même pensé faire un modèle des coefficients  $M_s(h < 11~km)$  et  $\overline{F_m}(h <: 11~km)$  uniquement fonction de la  $\Delta T_4$ . Les autres paramètres moteur étant pris en compte dans les expressions de  $M_{s11km}$  et  $\overline{F_m}_{11km}$ . C'est le modèle que nous vous proposons en annexe (Appendix D, p. 249). Ce dernier modèle est bien entendu moins précis (de l'ordre de 5% pour les Mach M > 0.15 au lieu de 2 à 3% pour notre modèle proposé ici dans le document principal), c'est pourquoi nous ne l'avons pas retenu.

# 3.2.4 Loi d'altitude H

Nous avons vu (Remarque 3.3, p. 101), que l'effet de l'altitude peut être considéré comme proportionnel à  $\rho^n$  avec  $n \lesssim 1$  si  $h < 11 \, km \; n = 1$  si  $h \geq 11 \, km$ . Nous allons voir que ceci ne suffit pas à décrire l'effet d'altitude à moins de 5% d'erreur relative. Nous proposons le modèle suivant :

$$\mathbf{H} = k \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n \frac{1}{1 - 0.04 \sin\frac{\pi h}{11000}} \qquad h \le 11 \, km$$

$$= k \left(\frac{\rho_{11}}{\rho_0}\right)^n \frac{\rho}{\rho_{11}} \qquad h \ge 11 \, km$$

$$k = 1 + 1.2 \, 10^{-3} \Delta T_4$$

$$n = 0.98 + 8 \, 10^{-4} \Delta T_4$$

$F_{max}$	: Poussée moteur maximale	N
h	: Altitude de vol	m
$\mathbf{H}$	: Loi d'altitude $\mathbf{H} = \frac{F_{max}(M=0.05, h, \Delta T_4)}{F_{max}(M=0.05, h=0, \Delta T_4=0)}$	
M	: Mach de vol	
ho	: Masse volumique de l'air (Section F.1, p. 269)	$kg/m^3$
$ ho_0$	: Masse volumique de l'air au sol $\rho_0 = \rho(h=0) = 1.225  kg/m^3$ (Section F.1, p. 269)	
$ ho_{11}$	: Masse volumique de l'air à 11 km $\rho_{11} = \rho(h = 11000) = 0.364  kg/m^3$ (Section F.1, p. 269)	$kg/m^3$
$T_4$	: Température d'entrée turbine conceptuelle $(\text{TET}: 1400 \le T_4 \le 1600  K)$	K
$\Delta T_4$	: Différence entre la température d'entrée turbine opérationnelle et conceptuelle $-100 \le \Delta T_4 \le 0 K$	K

Par définition de la Loi d'altitude  $\mathbf{H} = \frac{F_{max}(M=0.05,h,\Delta T_4)}{F_{max}(M=0.05,h=0,\Delta T_4=0)}$ , nous devons retrouver 1 au sol h=0 m et à température d'entrée turbine conceptuelle  $\Delta T_4=0$  K. C'est ce que la définition du coefficient de proportionnalité k permet :  $k(\Delta T_4=0)=1$ . La modélisation choisie permet aussi la continuité du modèle à 11 km et une Loi d'altitude  $\mathbf{H}$  proportionnelle à la masse volumique  $\rho$  après 11 km. Nous avions vu que l'exposant n pouvait être rattaché à des paramètres moteur. Nous avons choisi de faire une modélisation fonction du paramètre le plus influent : la différence de température d'entrée turbine opérationnelle et conceptuelle  $\Delta T_4$  (Figure 3.10, p. 113). N'ayant simulé que deux  $\Delta T_4$ , nous avons donc pris une loi linéaire pour l'exposant n et coefficient de proportionnalité k. L'exposant n a été choisi de manière à retrouver une erreur relative nulle (en moyenne) à 11 km d'altitude afin de partir sur de bonnes bases pour les altitudes supérieures où l'on sait que la loi d'altitude  $\mathbf{H}$  est bien proportionnelle à la masse volumique  $\rho$ . Le coefficient k a été choisi de manière à obtenir une erreur relative nulle (en moyenne) pour l'ensemble de nos "Faux moteurs simulés" au sol.

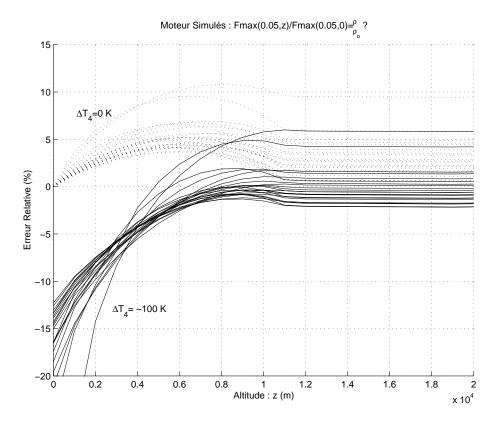


Fig. 3.10 – Erreur relative d'une modélisation de  $\frac{F_{max}(M=0.05,h,\Delta T_4)}{F_{max}(M=0.05,h=0,\Delta T_4=0)}$  en  $\rho$ .

Remarque 3.11 La difficulté était, bien entendu, d'exprimer ce coefficient de proportionnalité k et l'exposant n. Une modélisation plus fine pourrait d'ailleurs être envisagée en fonction des paramètres moteurs  $(T_4, \lambda, \varepsilon_c)$ . Nous n'avons pas voulu chercher à compliquer le modèle puisque celui-ci fait une erreur maximale de + ou - 1.5% à 11 km.

Il restait le problème des altitudes intermédiaires entre 0 et 11 km. La forme en  $\rho^n$  présentait une erreur relative en fonction de l'altitude h de la forme d'une "cloche" entre 0 et 11 km dont le sommet, à 5.5 km pouvait avoisiner les 5% d'erreur (Figure 3.11, p. 114). Que le modèle soit moins précis pour des altitudes de montée n'est pas grave en soit, mais ce qui est plus gênant c'est qu'autour des altitudes de croisière (entre 8 et 11 km), le modèle présente une erreur relative fonction de l'altitude. C'est pourquoi nous avons choisi une correction de type sinusoïdale qui permet de recentrer l'erreur relative autour de zéro (en moyenne), entre 0 et 11 km.

Finalement, nous obtenons un modèle de Loi d'altitude  $\boxed{\mathbf{H}}$  qui a des erreurs relatives comprises entre + ou - 1.5% sur tout le domaine d'altitude  $(0 \le h \le 20 \text{ km})$ .

Remarque 3.12 Pour réduire l'erreur de ce modèle deux perspectives s'offrent alors ici : soit de trouver la loi physique qui régit la Loi d'altitude  $\boxed{\mathbf{H}}$  pour des altitudes  $h < 11 \ km$ , soit de réduire la dispersion de moteurs en considérant des paramètres (n, k) qui tiennent compte des paramètres moteurs  $(T_4, \lambda, \varepsilon_c)$ . Dans notre cas, la précision obtenue nous satisfaisant, nous n'avons pas cherché à compliquer davantage le modèle.

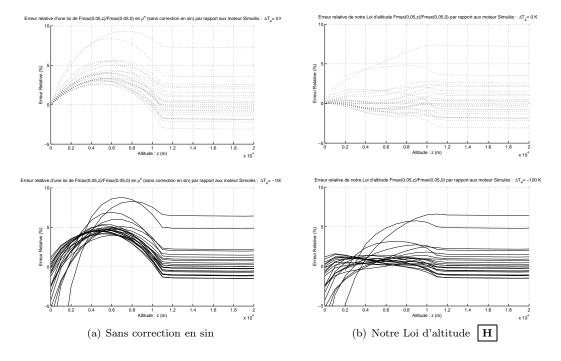


FIG. 3.11 – Amélioration de la Loi d'altitude  $\boxed{\textbf{H}}$  à h < 11 km par une correction en  $\sin : la$  "cloche" d'erreur relative entre 0 et 11 km disparait alors.

# 3.2.5 Loi du point fixe : Résidus $\boxed{R}$

Pour modéliser le dernier terme (Section 3.2.2, p. 108), c'est-à-dire le Résidus  $\mathbf{R} = \frac{F_{max}(M=0.05,h=0,\Delta T_4=0)}{F_{max}(M=0,h=0,\Delta T_4=0)}$  nous avons cherché une loi simple. Là encore nos "Faux moteurs simulés"se dissociaient par leurs paramètres moteur. Une relation linéaire suffit à obtenir une précision satisfaisante : 0.28% d'erreur relative moyenne.

$\mathbf{R}$	$= -4.5110^{-1}$	$^{-3}\lambda + 2.1910^{-1}$	$^{-5}T_4 - 3.0910$	$^{-4}(\varepsilon_c - 30) + 0.945$

N $F_{max}$ : Poussée moteur maximale : Altitude de vol mM: Mach de vol  $\frac{F_{max}(M{=}0.05,h{=}0,\Delta T_4{=}0)}{F_{max}(M{=}0,h{=}0,\Delta T_4{=}0)}$ : Loi du point fixe : Résidus | R : Température d'entrée turbine conceptuelle (TET : 1400  $\leq$ K $T_4 \le 1600 \, K$  $\Delta T_4$ : Différence entre la température d'entrée turbine opérationnelle Ket conceptuelle  $-100 \le \Delta T_4 \le 0 K$ : Rapport de pression sortie/entrée du compresseur conceptuel  $\varepsilon_c$  $(OPR: 20 \le \varepsilon_c \le 40)$ . 30 étant la valeur moyenne des gros moteurs civils de notre base de données  $\lambda$ : Taux de dilution conceptuel  $(3 \le \lambda \le 6)$ 

# 3.3 Pas de recalage sur des données expérimentales

Nous venons d'élaborer un modèle de poussée maximale  $F_{max}$  par identification sur le modèle Onéra. Pour tester la véracité des prédictions de notre modèle, nous allons confronter celui-ci aux modèles expérimentaux. Nous commencerons d'abord par les moteurs réels dont nous disposons de données précises. Nous verrons alors que notre modèle a des prédictions très satisfaisantes par rapport à ces moteurs. Puis, nous confronterons notre modèle aux moteurs de notre base de données courantes. Nous verrons alors que les prédictions sont bien moins précises mais que cela peut s'expliquer (cette base de données a des données très partielles et mal définies ( $\Delta T_4$  et  $T_4$  sont généralement inconnues et méconnaissance de  $F_0$ : sur banc d'essai ou avionné). Il nous manque trop de données pour tester la véracité de notre modèle par rapport à cette base de données courantes. Une erreur de donnée de la poussée au point fixe  $F_0$  sur banc d'essai ou avionné, peut expliquer en partie l'erreur relative que fait notre modèle) C'est pourquoi, nous avons décidé de ne pas effectuer de recalage vis-à-vis de ces données.

# 3.3.1 Estimations satisfaisantes des données précises

Notre modèle donne des prédictions plus que satisfaisantes pour des moteurs très différents. En effet, la famille des CFM56 qui équipent des avions de transport civils (A340, A320) est décrite à 1.1% près en moyenne<sup>8</sup>.

Données Moteurs						Notre	modèle
Modèle	λ	$\varepsilon_c$	$T_4$	$F_0$	$F_{max}$ (0.8,10668)	$F_{max}$	$Er_{\%}$
			(K)	(N)	(N)	(N)	(%)
CFM56 2A2	5.9	25.41	1628	106750	25620	24948	2.6
CFM56 5C1	6	24.7	1543	97850	22150	22059	0.4
CFM56 5A1	6	26.5	1537	113150	25500	25337	0.6
CFM56 5C2	6.6	32.6	1633	138800	30800	31083	-0.9

REMARQUE 3.13 Il est plutôt rassurant que les prédictions des CFM56 soient bonnes puisque notre modèle a été élaboré par identification sur les simulations Onéra de "Faux moteurs" dont plusieurs paramètres conceptuels dérivent d'un CFM56.

#### 3.3.2 Données courantes trop partielles

Notre base de données moteurs a des données très partielles : rares sont les moteurs dont nous disposons de la Température d'entrée turbine conceptuelle  $T_4$  et de la différence de température opérationnelle et conceptuelle  $\Delta T_4$ .

Or ce sont justement les deux paramètres les plus influents de la poussée moteur maximale. Il nous est alors difficile de tester la véracité de notre modèle vis-à-vis de ces données expérimentales.

Nous avons considéré une température d'entrée turbine conceptuelle  $T_4$  de 1450 K lorsque cette valeur nous faisait défaut. Il nous reste alors à choisir la température d'entrée turbine opérationnelle  $\Delta T_4$ , donnée que nous n'avons pas du tout.

 $<sup>^8\</sup>mathrm{La}$  différence de température d'entrée turbine opérationnelle et conceptuelle  $\Delta T_4$  a été prise à -100 K. Si nous considérons une température d'entrée turbine conceptuelle  $T_4=1450~K$  pour les LF507 et CFM56 5B4 dont nous ne connaissons pas la donnée, l'erreur relative d'estimation est respectivement de -8.39% et -4.3%.

#### Résultats

#### Considérons $\Delta T_4 = -100 \, K$ :

En considérant une différence de températures d'entrée turbine opérationnelle et conceptuelle  $\Delta T_4 = -100~K$ , nous obtenons (Table 3.4, p. 116) une erreur relative moyenne d'estimation de poussée de croisière de 13.5% par rapport à l'ensemble de notre base de données courante et de 14.7% par rapport aux moteurs à taux de dilution  $\lambda > 3$  (16.2% d'écart type). Nous avons alors 12 moteurs sur 32 dont l'erreur relative est comprise entre + ou - 5% (38%). Nous avons 17 moteurs sur 32 dont l'erreur relative est comprise entre + ou - 10% (53%).

D	Données Moteurs				Notre Modèle			
Modèle	λ	$\frac{F_{max}}{F}$	M	h	$\frac{F_{max}}{F_0}$	$Er_{\%}$	$F_{max}$ (réelle) $-F_{max}$ (calculée)	
		$F_0$		m	F <sub>0</sub>	%	$^{F_0}_{\%}$	
SPEY 5118	0.64	0.18	0.75	13106	0.18	0.19	0.03	
RB183 55515P	0.71	0.38	0.74	7620	0.38	-0.14	-0.05	
JT8D 219	1.77	0.24	0.76	10668	0.26	-6.42	-1.55	
TAY 611	3.04	0.18	0.8	10668	0.25	-35.17	-6.48	
TAY 651	3.07	0.19	0.8	10668	0.25	-29.54	-5.66	
FJ44	3.28	0.32	0.7	9144	0.29	8.42	2.66	
BR710	4	0.23	0.8	10668	0.23	-0.07	-0.02	
RB211 524H	4.3	0.19	0.85	10668	0.24	-22.8	-4.44	
RB211 535E4	4.3	0.2	0.8	10668	0.24	-19.95	-3.93	
PW305B	4.5	0.21	0.8	12192	0.19	12.25	2.59	
V2533 A5	4.6	0.17	0.8	10668	0.23	-29.76	-5.16	
PS 90A	4.6	0.22	0.8	11000	0.22	0.83	0.18	
CF6 80A2	4.66	0.18	0.8	10668	0.23	-23.71	-4.36	
BR715 55	4.7	0.22	0.8	10668	0.22	-2.08	-0.46	
V2525 D5	4.8	0.23	0.8	10668	0.23	2.02	0.47	
TRENT 772	4.89	0.16	0.82	10668	0.22	-36.91	-5.97	
D 436T1	4.95	0.2	0.75	11000	0.23	-15.37	-3.01	
V2522 A5	5	0.24	0.8	10668	0.23	4.13	0.97	
CF6 80C2A5	5.05	0.18	0.8	10668	0.24	-27.8	-5.14	
CF6 80C2B1F	5.15	0.22	0.8	10668	0.24	-6.92	-1.53	
CFE738	5.3	0.22	0.8	12192	0.19	12.13	2.68	
CF6 80C2B2	5.31	0.23	0.8	10668	0.24	-3.41	-0.78	
V2500 A1	5.4	0.2	0.8	10668	0.23	-12.34	-2.5	
D 18T	5.6	0.21	0.75	11000	0.23	-8.67	-1.8	
ALF502R5	5.7	0.32	0.7	7620	0.3	7.99	2.58	
TRENT 892	5.74	0.14	0.83	10668	0.21	-48.43	-6.9	
CFM56 2A2	5.9	0.24	0.8	10668	0.23	2.61	0.63	
CFM56 5A1	6	0.22	0.8	10668	0.23	-2.21	-0.5	
PW2037	6	0.17	0.85	10668	0.22	-32.2	-5.47	
CFM56 2B1	6	0.23	0.8	10668	0.23	-0.77	-0.17	
CFM56 5C2	6.6	0.22	0.8	10668	0.22	-1.16	-0.26	
MMAC	7.14	0.18	0.85	10668	0.21	-16.5	-3.02	
Erreur re	lative	moyenne	$Er_{moy}$	%	13	.53	2.56	
	Ecart type $\sigma$ (%)				15	.67	2.84	

TAB. 3.4 – Confrontation sur l'ensemble de notre base de données moteurs (Appendix H, p. 275) aux estimations de poussées maximales  $F_{max}$  en croisière de notre Modèle ( $\Delta T_4$  prise à -100 K et  $T_4$  prise à 1450 K lorsque la donnée nous faisait défaut.).

#### Considérons $\Delta T_4 = 0 K$ :

En considérant une différence de températures d'entrée turbine opérationnelle et conceptuelle  $\Delta T_4 = 0 \, K$ , nous obtenons une erreur relative moyenne d'estimation de poussée de

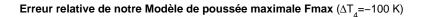
croisière de 22.5% par rapport à l'ensemble de notre base de données courantes (17.3% d'écart type) et de 23.6% par rapport aux moteurs à taux de dilution  $\lambda > 3$  (17.8% d'écart type). Nous avons alors 3 moteurs sur 32 dont l'erreur relative est comprise entre + ou - 5% (9.4%). Nous avons 9 moteurs sur 32 dont l'erreur relative est comprise entre + ou - 10% (28%). Nous avons 16 moteurs sur 32 dont l'erreur relative est comprise entre + ou - 15% (50%).

#### D'où vient l'erreur?

L'erreur relative ne semble pas franchement liée à un paramètre conceptuel ou opérationnelle, ni même à la technologie par l'année de mise en service (Figure 3.12, p. 118). Alors à quoi est due cette erreur d'estimation? Nous avions évoqué la différence de poussée maximale et de poussée qu'un avion prend en croisière d'un point de vue opérationnel (Appendix D, p. 249). Nous pourrions alors douter de la donnée de croisière dont nous disposons (nos diverses sources de données courantes ne précisaient pas forcément) : est-ce la poussée maximale continue de croisière  $F_{max}$  ou la poussée opérationnelle qu'un avion adopte en croisière ( $F \approx 0.85 F_{max}$ )? Ceci expliquerait les 14.7% d'erreur relative que notre modèle fait vis-à-vis de cette base de données courantes. Mais cela paraît peut probable : l'emploi des 85% de poussée maximale en croisière est une utilisation opérationnelle et donc logiquement décorrelé d'un modèle moteur.

Nous pouvons aussi nous interroger sur la donnée de la poussée au point fixe  $F_0$  des moteurs de notre base de données. En effet, un moteur sur banc d'essai a un fonctionnement plus aisé. Installé sur un avion, ses performances sont affectées. La poussée au point fixe au banc d'essai est alors supérieure à celle implantée sur avion (1 à 3%). Or nous ne savons pas à quoi correspondent les poussées au point fixe des moteurs de notre base de donnée. Nous considérons un moteur implanté sur avion. Si nos données sont des données sur banc d'essai, alors cela abaisserait l'erreur relative de prédiction de notre modèle de 1 à 3 %.

C'est pour toutes ces raisons que nous avons décidé de ne pas effectuer de recalage par rapport à ces données, d'autant plus que notre modèle a de très bonnes prédictions par rapport aux moteurs dont nous disposons de données très précises.



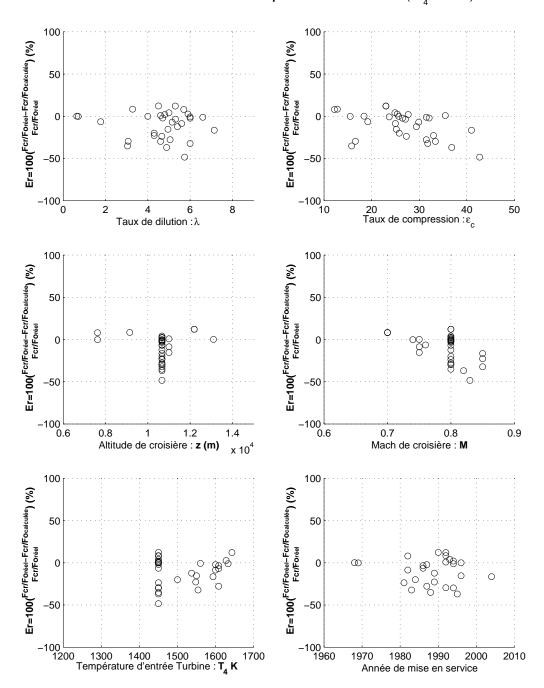


FIG. 3.12 – Erreur relative  $Er_{\%}$  d'estimation de notre modèle vis-à-vis de l'ensemble des moteurs de notre banque de données courantes. La température d'entrée turbine opérationnelle a été prise à -100 K de celle conceptuelle :  $\Delta T_4 = -100\,\mathrm{K}$ . La température d'entrée turbine conceptuelle  $T_4$  a été prise à 1450 K en cas de manque de cette donnée.

# 3.4 Conclusion : Modèle de poussée maximale

# $\frac{F_{max}}{F_0} = \boxed{\mathbf{M}} \boxed{\mathbf{H}} \boxed{\mathbf{R}}$ Loi de Mach $\boxed{\mathbf{M}} = \frac{F_{max}(M, h, \Delta T_4)}{F_{max}(M = 0.05, h, \Delta T_4)}$ Loi d'altitude $\boxed{\mathbf{H}} = \frac{F_{max}(M = 0.05, h, \Delta T_4)}{F_{max}(M = 0.05, h = 0, \Delta T_4 = 0)}$ Résidus $\boxed{\mathbf{R}} = \frac{F_{max}(M = 0.05, h = 0, \Delta T_4 = 0)}{F_{max}(M = 0, h = 0, \Delta T_4 = 0)}$

Modèle de Poussée Maximale  $F_{max}$ :

Variables et Unités : nous avons

N: Poussée moteur maximale  $F_{max}$ h: Altitude de vol  $h \le 20 \, km$ mM: Mach de vol $0.05 \leq M < 1$  $T_4$ : Température d'entrée Kturbine conceptuelle : Différence entre la température K $\Delta T_4$ d'entrée turbine opérationnelle et conceptuelle (Remarque 3.3, p. 93) : Rapport de pression sortie/entrée  $\varepsilon_c$ du compresseur conceptuel. : Taux de dilution conceptuel  $\lambda$ : Masse volumique de l'air (Section  $kq/m^3$ F.1, p. 269) : Masse volumique de l'air au sol  $kg/m^3$  $\rho_0$  $\rho_0 = \rho(h=0) = 1.225 \, kg/m^3$  (Section F.1, p. 269) : Masse volumique de l'air à 11 km  $kg/m^3$  $\rho_{11}$  $\rho_{11} = \rho(h = 11000) = 0.364 \, kg/m^3$ 

**Mode d'obtention :** Identifié sur le modèle Onéra par simulation de moteurs  $(3 \le \lambda \le 6, 1400 \le T_4 \le 1600 \ K, 20 \le \varepsilon_c \le 40, -100 \le \Delta T_4 \le 0 \ K)$ 

(Section F.1, p. 269)

**Précision :** 1.1% par rapport aux gros moteurs civils (CFM56) dont nous disposons de données précises et 13.5% sur l'ensemble de notre base de données moteurs courantes (14.7% pour les moteurs à  $\lambda \geq 3$ ).

**Domaine de définition :** Mach de vol  $0.05 \le M < 1$  et altitude  $h \le 20 \ km$ 

Tab. 3.5 – Modèle de Poussée maximale  $F_{max}$ 

$$\boxed{\mathbf{M}} = \alpha \left( M - M_s \right)^2 + \overline{F_m}$$

$$\begin{array}{rcl} \alpha & = & \frac{1-\overline{F_m}}{M_s^2} \\ M_{s11km} & = & a_{Ms}T_4 + b_{Ms}\lambda + c_{Ms}(\varepsilon_c - 30) + d_{Ms}\Delta T_4 + e_{Ms} \\ \overline{F_m}_{11km} & = & a_{Fm}T_4 + b_{Fm}\lambda + c_{Fm}(\varepsilon_c - 30) + d_{Fm}\Delta T_4 + e_{Fm} \\ M_s & = & M_{s11km} + f_{Ms}(h - 11000)^2 + g_{Ms}(h - 11000) & h \leq 11 \ km \\ & = & M_{s11km} & h \geq 11 \ km \\ \overline{F_m} & = & \overline{F_m}_{11km} + f_{Fm}(h - 11000)^2 + g_{Fm}(h - 11000) & h \leq 11 \ km \\ & = & \overline{F_m}_{11km} & h \geq 11 \ km \end{array}$$

$$\boxed{\mathbf{H}} = k \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n \frac{1}{1 - 0.04 \sin\frac{\pi h}{11000}} \qquad h \le 11 \, km$$

$$= k \left(\frac{\rho_{11}}{\rho_0}\right)^n \frac{\rho}{\rho_{11}} \qquad h \ge 11 \, km$$

$$k = 1 + 1.2 \, 10^{-3} \Delta T_4$$
$$n = 0.98 + 8 \, 10^{-4} \Delta T_4$$

$$\boxed{\mathbf{R}} = -4.51 \, 10^{-3} \lambda + 2.19 \, 10^{-5} T_4 - 3.09 \, 10^{-4} (\varepsilon_c - 30) + 0.945$$

$$\begin{array}{lll} a_{Ms} = -2.74\,10^{-4} & a_{Fm} = 2.67\,10^{-4} \\ b_{Ms} = 1.91\,10^{-2} & b_{Fm} = -2.35\,10^{-2} \\ c_{Ms} = 1.21\,10^{-3} & c_{Fm} = -1.32\,10^{-3} \\ d_{Ms} = -8.48\,10^{-4} & d_{Fm} = 3.14\,10^{-4} \\ e_{Ms} = 8.96\,10^{-1} & e_{Fm} = 5.22\,10^{-1} \end{array}$$

Les coefficients  $f_{Ms}$ ,  $g_{Ms}$ ,  $f_{Fm}$  et  $g_{Fm}$  étant de la forme :

$$(\alpha_1(\varepsilon_c - 30)^2 + \alpha_2(\varepsilon_c - 30) + \alpha_3 + \alpha_4 T_4 + \alpha_5 \Delta T_4) \lambda + (\beta_1(\varepsilon_c - 30)^2 + \beta_2(\varepsilon_c - 30) + \beta_3 + \beta_4 T_4 + \beta_5 \Delta T_4)$$

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$
$f_{Ms}$	$1.79 \ 10^{-12}$	$4.29 \ 10^{-13}$	$-5.24 \ 10^{-14}$	$-4.51  10^{-14}$	$-4.57 \ 10^{-12}$
$g_{Ms}$	$1.17 \ 10^{-8}$	$-8.80 \ 10^{-8}$	$-5.25 \ 10^{-9}$	$-3.19 \ 10^{-9}$	$5.52 \ 10^{-8}$
$f_{Fm}$	$-5.37 \ 10^{-13}$	$-1.26 \ 10^{-12}$	$1.29 \ 10^{-14}$	$2.39 \ 10^{-14}$	$2.35  10^{-12}$
$g_{Fm}$	$-3.18 \ 10^{-9}$	$2.76 \ 10^{-8}$	$1.97 \ 10^{-9}$	$1.17 \ 10^{-9}$	$-2.26 \ 10^{-8}$

	$\beta_1$	$eta_2$	$eta_3$	$eta_4$	$eta_5$
$f_{Ms}$	$1.70 \ 10^{-12}$	$1.51 \ 10^{-12}$	$1.48 \ 10^{-9}$	$-7.59 \ 10^{-14}$	$-1.07 \ 10^{-11}$
$g_{Ms}$	$-3.48 \ 10^{-9}$	$-8.41\ 10^{-8}$	$2.56 \ 10^{-5}$	$-2.00\ 10^{-8}$	$-7.17 \ 10^{-8}$
$f_{Fm}$	$-3.89  10^{-13}$	$-2.05 \ 10^{-12}$	$-9.28 \ 10^{-10}$	$1.30 \ 10^{-13}$	$5.39 \ 10^{-12}$
$g_{Fm}$	$1.77 \ 10^{-9}$	$2.62 \ 10^{-8}$	$-8.87  10^{-6}$	$6.66 \ 10^{-9}$	$4.43 \ 10^{-8}$

Remarque 3.14 Plusieurs perspectives s'offrent alors à nous. Effectuer une étude plus approfondie menée en collaboration avec les motoristes, avec des données moteurs plus détaillées (régime moteur,  $\Delta T_4$ , régulation, limitations,...). Une autre voie consisterait à traiter de manière analytique les équations du cycle moteur pour un moteur très simplifié (double flux mais un seul arbre moteur de manière à ne plus faire de différence entre compresseur haute pression et base pression, ce qui simplifierait considérablement le système d'équations et donnerait peut-être une idée simple du comportement moteur).

Pour un réacteur d'avion civil moyen (taux de dilution  $\lambda=5$ , température d'entrée turbine conceptuelle  $T_4=1500~K$ , taux de compression  $\varepsilon_c=30$ ), l'expression de la poussée maximale en croisière (altitude  $h\geq 11~km$ , régulation  $\Delta T_4=-100~K$ ) revient à :

$$\frac{F_{max}}{F_0} = 0.93 \frac{\rho}{\rho_0} \left( 1 - 0.73 M + 0.53 M^2 \right)$$

et au décollage (altitude  $h \approx 0 \, km$ , régulation  $\Delta T_4 = 0 \, K$ ):

$$\frac{F_{max}}{F_0} = 0.95 \frac{\rho}{\rho_0} \left( 1 - 0.76 M + 0.35 M^2 \right)$$

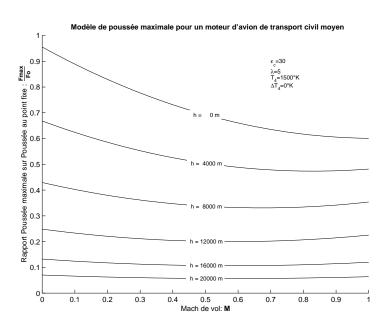


Fig. 3.13 – Le modèle obtenu : Évolution du rapport de la poussée maximale en vol  $F_{max}$ , rapportée à la poussée au point fixe  $F_0$ , pour un moteur d'avion de transport civil moyen.

# Chapitre 4

# Masse Moteur



Fig. 4.1 - CFM 56 5C2 implanté sur l'A340

# Sommaire

	_	
4.1	Mod	lèles existants
	4.1.1	Lois statistiques
	4.1.2	Loi Torenbeek
	4.1.3	Confrontation modèles existants et moteurs réels 130
4.2	Mod	lèles adaptés à tous les moteurs
	4.2.1	Lois statistiques
	4.2.2	Loi Torenbeek
	4.2.3	Conclusion : Modèles adaptés à tous les moteurs 156
4.3	Mod	lèles adaptés aux gros moteurs civils 158
	4.3.1	Lois statistiques
	4.3.2	Loi Torenbeek
	4.3.3	Conclusion : Modèles adaptés aux gros moteurs civils 167
4.4	Mod	lèles retenus pour notre étude

La précision d'estimation de la masse moteur est très importante pour une étude de performances conceptuelles (Appendix E, p. 267). C'est pourquoi, nous consacrerons ce chapitre aux modèles de masse moteur. Pour déterminer des modèles cohérents, nous allons confronter les valeurs estimées par ces modèles, à des masses de moteurs existants. C'est pourquoi nous nous sommes constitués une base de données de 54 moteurs (vous pourrez trouver les données de ces moteurs en annexe (Appendix H, p. 275)). Nous allons d'abord faire le bilan des modèles existants. Ensuite, nous mettrons au point nos propres modèles adaptés à tous les moteurs. Et enfin, puisque notre étude concerne uniquement des avions de transport civils, nous affinerons encore les estimations en adaptant nos modèles aux gros moteurs civils. Nous nous occuperons alors à chaque fois, de mettre au point un modèle statistique simple, fonction de la poussée au sol et à l'arrêt  $F_0$  ( $M_m = kF_0^{\alpha} + m_0$ ), et un modèle tenant compte de paramètres moteurs tels que le taux de dilution  $\lambda$ , le rapport de pressions compresseur entrée/sortie  $\varepsilon_c$  et la température d'entrée turbine  $T_4$  (C'est le modèle proposé par E.Torenbeek que nous ajusterons sur les données expérimentales).

REMARQUE 4.1 Les modèles existants disent déterminer la masse d'un seul moteur avionné  $M_m$  (c'est-à-dire la somme de la masse moteur brut  $M_{mbrut}$  et des masses de la nacelle, du mât, et des équipements nécessaires à l'implantation sur l'avion). Pour comparer ces modèles aux données constructeurs qui sont des données de masse moteur brut  $M_{mbrut}$ , il faut faire l'hypothèse d'une modélisation de la masse des nacelle, mât et équipements.

Nous pouvons considérer que la masse moteur avionné  $M_m$  est 1.2 fois celle de la masse moteur brut  $M_{mbrut}$ . C'est une valeur couramment utilisée par les auteurs de modèles de masse moteur.

$$M_m = k_{\rm av/br} \ M_{mbrut}$$
  $(k_{\rm av/br} \approx 1.2)$ 

La valeur optimale de  $k_{\rm av/br}$  qui permet de minimiser l'erreur relative moyenne des estimations de chaque modèle existant par rapport aux données expérimentales de masse moteur brut équipant les avions de type Airbus, Boeing ou Mc Donnell Douglas, est de :

Modèle de		$k_{\rm av/br}$ optimale
Masse spécifique	[Boi01]	1.31
J.Roskam	[Ros85]	1.12
W.P.Dupont	[Dup92]	1.43
G.Taquin	[Taq]	1.03
F.Leclerc	[Lec 02]	1.41

Cette valeur optimale de  $k_{\rm av/br}$  varie beaucoup d'un modèle à l'autre, et ne traduit pas seulement la masse de la nacelle et équipement hydraulique, mais aussi l'erreur de modélisation de chacun des modèles. Il est donc difficile d'en déduire la vraie valeur adaptée de  $k_{\rm av/br}$ . On peut par compte noter que la faible valeur de  $k_{\rm av/br}$  pour le modèle de G. Taquin laisse à supposer que ce modèle est un modèle de masse moteur brut et non pas avionné comme cela est annoncé.

Le modèle de masse moteur que nous mettons au point est un modèle de masse moteur brut  $M_{mbrut}$ . Ainsi, il vous sera aisé d'utiliser votre propre modèle de la masse des nacelles et équipements, si vous en disposez d'un, à la place du modèle proposé  $(k_{\rm av/br} \approx 1.2)$ .

Insa 4.1 Modèles existants SupAéro-Onéra

## 4.1 Modèles existants

Il existe plusieurs modèles pour déterminer la masse moteur. Ces modèles peuvent être classés en deux types : des lois statistiques qui dépendent uniquement de la poussée au point fixe d'un moteur  $F_0$ , et sont de la forme  $M_m = kF_0^{\ \alpha}$ , et la loi Torenbeek qui tient compte de paramètres moteurs supplémentaires. Nous avons transformé leur expression afin que leurs variables soient dans le système d'unités internationales (SI : N, kg, ...), vous pourrez néanmoins retrouver leur expression d'origine dans les documents cités (cf. bibliographie). Nous allons d'abord faire le bilan de ces lois existantes, que nous confronterons ensuite à des moteurs réels. Nous verrons alors que la meilleure loi statistique est un simple modèle de masse spécifique (c'est-à-dire que la masse moteur  $M_m$  est proportionnelle à la poussée  $F_0$ ) et que la loi Torenbeek donne des estimations de masse du même ordre de précision.

#### 4.1.1 Lois statistiques

Nous avons recensé 5 lois statistiques existantes. Toutes peuvent se mettre sous la forme :

$$M_m = kF_0^{\alpha}$$

Modèle de masse moteur spécifique	$M_{mS} = 0.024$	$F_0^{\ 1}$
Modèle de J.Roskam	$M_{mR} = 0.02626$	$F_0^{0.98}$
Modèle de W.P Dupont	$M_{mD} = 0.0542$	$F_0^{0.939}$
Modèle de G.Taquin	$M_{mT} = 0.1018$	$F_0^{0.86}$
Modèle de F.Leclerc	$M_{mL} = 0.5289$	$F_0^{0.75}$

TAB. 4.1 – Lois statistiques existantes de la forme :  $M_m = kF_0^{\alpha}$ 

Remarque 4.2 Les modèles en  $k(F_0)^{\alpha}$  avec  $\alpha < 1$  valident le résultat intuitif, contrairement au modèle de masse spécifique ( $\alpha = 1$ ), que  $N_m$  moteurs délivrant chacun une poussée  $\frac{F_0}{N_m}$ , pèsent plus lourd qu'un seul moteur délivrant  $F_0$  (Les rendements des gros moteurs sont meilleurs).

#### Modèle de masse spécifique

Par un modèle simple de masse spécifique (que l'on peut trouver dans [Boi01]), nous pouvons évaluer la masse moteur :

"Les turboréacteurs ont une masse spécifique de l'ordre de 0.2kg/daN pour des taux de dilution importants. Ce chiffre donne le rapport entre le poids du réacteur en kg et sa poussée en daN.

Cette masse moteur doit être majorée pour tenir compte de la masse nécessaire à l'installation du moteur sur l'avion. C'est alors la masse du moteur avionné. La majoration est comprise entre 10% et 20% de la masse du moteur."

- J-L.Boiffier [Boi01] -

Nous considérerons alors que la masse du moteur avionné est de 20% supérieure. Nous obtenons alors :

$$M_{mS} = 0.024F_0$$



FIG. 4.2 – Installation de la nacelle sur le CF6 80C2 de General Electric. Moteur implanté sur Boeing 767.

 $\begin{array}{lll} \text{Avec}: & M_{mS}: & \text{Masse du moteur avionn\'e} & kg \\ F_0: & \text{Pouss\'ee moteur au sol et à l'arr\^et} & N \end{array}$ 

#### Modèle statistique de J.Roskam

Dans [Ros85], J.Roskam nous propose une estimation statistique de la masse moteur. L'un des graphiques exposés dans son ouvrage, permet d'obtenir une relation entre masse moteur et poussée au sol et à l'arrêt.

$$M_{mR} = 0.02626F_0^{0.98}$$

 $\mbox{Avec}: \begin{array}{ccc} M_{^mR}: & \mbox{Masse du moteur avionn\'e} & kg \\ F_0: & \mbox{Pouss\'ee moteur au sol et à l'arr\^et} & N \\ \end{array}$ 

#### Modèle statistique de W.P.Dupont

Dans [Dup92], W.P Dupont nous propose une estimation statistique de la masse des moteurs :

"Ce poste comprend la masse des moteurs équipés, des reverses et tuyères, de la nacelle et des équipements de contrôle ( les commandes et les instruments)."

- W.P.Dupont [Dup92] -

$$M_{mD}(kg) = 0.22(F_0(lbf))^{0.939}$$

C'est aussi une masse moteur avionné dont l'expression s'écrit :

$$M_{mD} = 0.05417 F_0^{0.939}$$

#### Modèle statistique de G.Taquin

Dans [Taq], G. Taquin nous propose une estimation statistique de la masse moteur :

$$M_{mT} = 0.1018 F_0^{0.86}$$

#### Modèle statistique de F.Leclerc

Dans [Lec02], F.Leclerc nous propose une estimation statistique de la masse des moteurs :

"Le groupe moteur inclut : le moteur, les commandes moteur, les instruments moteur, l'électricité moteurs, l'IDG (Integrated Drive Generator), les pompes hydrauliques, les nacelles équipées."

- F.Leclerc [Lec02] -

$$M_{mL}(kg) = 1.62(F_0(lbf))^{0.75}$$

C'est aussi une masse moteur avionné dont l'expression s'écrit :

$$M_{mL} = 0.5289 F_0^{0.75}$$

 $\mbox{Avec}: \begin{array}{ccc} M_{mL}: & \mbox{Masse moteur avionn\'e} & kg \\ F_0: & \mbox{Pouss\'ee d'un moteur au sol et à l'arrêt} & N \\ \end{array}$ 

#### 4.1.2 Loi Torenbeek

Le professeur Torenbeek propose dans [Tor86], une évaluation de la masse moteur sec (c'est-à-dire non avionné) dépendante du débit massique du générateur et de la poussée du fan (Vous trouverez un éclaté (Figure 4.10, p. 145) représentant les divers composants d'un réacteur double flux).

"It may be explained by assuming that the dry engine weight comprises that of the gas generator and the propulsive device. Assuming the first component proportional to the gas generator weight flow per unit time  $D_{mg}$  and the second proportional to the fan thrust  $F_f$ , we may write:"

- E. Torenbeek [Tor86] -

$$M_{To} = m_g + m_f$$
  
=  $C_1 D_{mg} + C_2 F_f$  (4.1)

La masse moteur est donc la somme de deux termes : la masse du générateur  $m_g = C_1 D_{mg}$  et la masse du fan  $m_f = C_2 F_f$ .

A l'aide de [GR70], le professeur Torenbeek donne l'expression des coefficients  $C_1 = 10\varepsilon_c^{\frac{1}{4}}$  et  $C_2 = 0.0122$ . En ramenant à une masse moteur avionné  $M_{mTo}$  (facteur  $k_{\rm av/br}$  devant l'expression totale (Remarque 4.1, p. 124)), et dans les unités du Système International SI (forces en N, masse en kg, débit en kg/s), nous obtenons :

$$\begin{array}{rcl} M_{mTo} & = & k_{\rm av/br} M_{To} \\ & = & k_{\rm av/br} \left( 10\varepsilon_c^{\frac{1}{4}} D_{mg} + 0.0122 F_f \right) \end{array}$$

Le taux de dilution  $\lambda$  représente la proportion d'air passant à travers le fan par rapport à celui traversant le générateur  $\lambda = \frac{D_{m_f}}{D_{m_g}}$ . Nous pouvons alors écrire :

$$D_{m} = D_{mg} + D_{mf}$$
$$= (1 + \lambda) D_{mg}$$
$$D_{mg} = \frac{D_{m}}{1 + \lambda}$$

Par ailleurs le rapport entre la poussée du fan et celle du moteur au sol et à l'arrêt est donnée par [Tor86] :

$$\frac{F_f}{F_0} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 0.75\lambda}}$$

La masse du moteur peut alors s'écrire :

$$\frac{M_{mTo}}{F_0} = k_{\text{av/br}} \left( \frac{10\varepsilon_c^{\frac{1}{4}}}{1+\lambda} \left( \frac{D_m}{F} \right)_{to} + 0.0122 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1+0.75\lambda}} \right) \right)$$
(4.2)

Avec : À l'aide de [Tor86], [Tor68] et [Tor73], exprimons la formule proposée par le

G: Gas generator power function

 $G_0$ : Gas generator power function (static, sea level)

K: Temperature function of compression process

M: Flight Mach number

 $T_4$ : Turbine Entry total Temperature K  $T_0$ : Ambient temperature at sea level K

F: Thrust N

 $F_0$ : Take-off Thrust (Static, Sea Level) N

to : Take-Off (Static, Sea Level)

 $M_{To}$  : Dry Engine Weight kg  $M_{mTo}$  : Equipped Engine Weight  $M_{mTo} = k_{\rm av/br} M_{To} (k_{\rm av/br} \approx 1.2)$  kg : Weight Flow per unit time of engine air (gas generator+fan) kg/s

Tab. 4.2 – Nomenclature des variables de performances moteurs

professeur Torenbeek (Equation 4.2, p. 128) en fonction de paramètres connus. L'expression de  $\left(\frac{D_m}{F}\right)_{to}$  peut se déduire de celle de  $\psi$  (Corrected Specific Thrust) qui nous est donnée

Insa 4.1 Modèles existants SupAéro-Onéra

```
: Isentropic compressor efficiency
\eta_c
              : Isentropic fan intake duct efficiency
\eta_d
              : Isentropic fan efficiency
\eta_f
              : Gas Generator intake stagnation pressure ratio
\eta_i
              : Isentropic efficiency of expansion process in nozzle
\eta_n
              : Isentropic turbine efficiency
\eta_t
\eta_{tf}
              : \eta_{tf} = \eta_t \, \eta_f
                       Tab. 4.3 – Nomenclature des rendements moteurs
              : Overall Pressure Ratio (compressor)
\varepsilon_c:
              : Ratio of specific heats \gamma = 1.4
\lambda
              : Bypass ratio
              : Ratio of stagnation to static temperature of ambient air
\mu
               \mu = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2
              : Nondimensional Turbine Entry Temperature \phi = \frac{T_4}{T}
\phi
             : Corrected Specific Thrust \psi = \frac{F}{D_m \sqrt{\theta}}
: Relative Ambient Temperature \theta = \frac{F}{T_0}
                                                                                                  ms^{-1}
\psi
```

Tab. 4.4 – Nomenclature des variables grecques

dans [Tor86]. Nous avons ramené la formulation de cette expression en unités du système international.

$$\psi = \frac{F}{D_{m}\sqrt{\theta}} 
= 340.43 \left( \frac{1}{1+\lambda} \sqrt{5\eta_{n}(1+\eta_{tf}\lambda)} \sqrt{G+0.2M^{2} \frac{\eta_{d}}{\eta_{tf}}\lambda} - M \right) 
\left( \frac{D_{m}}{F} \right)_{to} = 340.43 \frac{1}{1+\lambda} \sqrt{5\eta_{n}(1+\eta_{tf}\lambda)G_{0}}$$
(4.3)

Avec la fonction G du générateur :

$$G = \left(\phi - \frac{K}{\eta_c}\right) \left(1 - \frac{1.01}{\eta_i^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} (K + \mu)(1 - \frac{K}{\phi \eta_c \eta_t})}\right)$$

$$K = \mu(\varepsilon_c^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1)$$

$$\mu = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2$$

Ce qui revient au sol et à l'arrêt (h = 0 et M = 0) :

$$(\phi)_{to} = \frac{T_4}{T_0}$$

$$(\mu)_{to} = 1$$

$$(K)_{to} = \varepsilon_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1$$

Donc: 
$$G_0 = \left( (\phi)_{to} - \frac{\varepsilon_c \frac{\gamma - 1}{\gamma} - 1}{\eta_c} \right) \left( 1 - \frac{1.01}{\varepsilon_c \frac{\gamma - 1}{\gamma} \left( 1 - \frac{\varepsilon_c \frac{\gamma - 1}{\gamma} - 1}{(\phi)_{to} \eta_c \eta_t} \right)} \right)$$
(4.4)

L'expression du taux de pression à l'entrée du générateur  $\eta_i$  étant :

$$\eta_i = \frac{1 + \eta_d \frac{\gamma - 1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2}$$

Pour un nombre de Mach nul M=0 (à l'arrêt),  $\eta_i=1$ .

REMARQUE 4.3 Il est à noter que l'on aurait pu douter du fait que  $\eta_i=1$  pour un nombre de Mach nul M=0. En effet, si l'on prend la définition du rendement dans la tuyère  $\eta_d$  (Isentropic fan intake duct efficiency), nous nous apercevons que celui-ci diverge pour des nombres de Mach proche de zéro :

$$\eta_d = 1 - 1.3 \left(\frac{0.05}{Re^{\frac{1}{5}}}\right)^2 \left(\frac{0.5}{M}\right)^2 \frac{L}{D}$$

L: Duct length

Avec: D: Inlet diameter

Re: nombre de Reynolds à l'entrée de la tuyère (pour  $M\simeq 0.5$ )

En réalité un rendement est toujours compris entre 0 et 1. Donc le produit  $\eta_d M^2$  est bel et bien nul à l'arrêt (M=0). E.Torenbeek [Tor68] donne d'ailleurs un exemple d'application numérique pour les conditions du moteur au sol et à l'arrêt (donc pour un nombre de Mach nul) où ce taux de pression  $\eta_i$  est pris égal à 1.

Finalement la masse moteur s'évalue par :

$$\frac{M_{mTo}}{F_0} = k_{\text{av/br}} \left( \frac{10\varepsilon_c^{\frac{1}{4}}}{340.43\sqrt{5\eta_n(1+\eta_{tf}\lambda)G_0}} + 0.0122\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+0.75\lambda}}\right) \right)$$
(4.5)

Avec l'expression de  $G_0$  donnée précédemment (Equation 4.4, p. 130). Des valeurs courantes de rendements sont données dans [Tor86] :

Rendement compresseur :  $0.84 \le \eta_c \le 0.86$ 

Rendement fan :  $0.85 \le \eta_f \le 0.87$  Take-off

 $0.82 \le \eta_f \le 0.85$  Cruise

Rendement tuyère (nozzle) :  $0.96 \le \eta_n \le 0.98$ Rendement turbine :  $0.87 \le \eta_t \le 0.89$ 

Tab. 4.5 – Valeurs courantes de rendements moteur

#### 4.1.3 Confrontation modèles existants et moteurs réels

Pour notre étude, nous avons besoin de connaître la masse moteur (rappelons que les masses sont les facteurs limitant l'altitude de croisière). Le choix du modèle évaluant cette masse est donc primordial et doit être pertinent. Afin qu'il soit le plus juste possible, nous allons confronter les résultats des différents modèles que nous venons de voir (Table 4.6, p. 131), avec des masses de moteurs existants. Nous pourrons alors par la suite élaborer les modèles que nous retiendrons pour notre étude.

Modèle	Expression
Masse spécifique	$M_{mS} = 0.024 \qquad F_0$
J.Roskam	$M_{mR} = 0.02626  F_0^{0.98}$
W.P Dupont	$M_{mD} = 0.0542$ $F_0^{0.939}$
G.Taquin	$M_{mT} = 0.1018$ $F_0^{0.86}$
F.Leclerc	$M_{mL} = 0.5289  ext{ } F_0^{0.75}$
E.Torenbeek	$\frac{M_{m_{To}}}{F_0} = k_{\text{av/br}} \left( \frac{10\varepsilon_c^{\frac{1}{4}}}{340.43\sqrt{5\eta_n(1+\eta_{tf}\lambda)G_0}} + 0.0122 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1+0.75\lambda}} \right) \right)$

TAB. 4.6 – Modèles existants de devis statistiques de masse moteur avionné en unités du Système International. Ces modèles peuvent être trouvés dans les ouvrages : [Boi01], [Ros85], [Dup92], [Taq], [Lec02], [Tor86].

 $M_m$ : Masse moteur avionné kg  $F_0$ : Poussée d'un moteur au sol et à l'arrêt N

Pour les autres notations du modèle Torenbeek : Veuillez vous référer : (Table 4.3, p. 129), (Table 4.2, p. 128) et (Table 4.4, p. 129). L'expression de  $G_0$  est donnée précédemment (Equation 4.4, p. 130).

Confrontons les masses obtenues par les modèles<sup>1</sup>, aux masses des moteurs existants<sup>2</sup> Pour cela, nous nous sommes constitués une banque de données de 54 moteurs à l'aide de [Wee98], [JSR99], [Rid97], [httb], [httc], [httc], [httd], [TF97]. Vous trouverez les caractéristiques retenues pour ces moteurs en annexe (Appendix H, p. 275). Les erreurs relatives sont calculées de la manière suivante :

$$Er_{\%} = \frac{M_{mR\acute{e}el} - M_{mCalcul\acute{e}e}}{M_{mR\acute{e}el}} \tag{4.6}$$

Les erreurs relatives moyennes ne reflètent que la valeur de l'écart. En effet, elles sont calculées comme la moyenne des valeurs absolues des erreurs relatives.

$$Er_{moy\%} = \frac{1}{N_m} \sum_{i=1}^{N_m} |Er_{i\%}|$$
 (4.7)

Les tableaux précédents, présentent les résultats des estimations de masse moteur de chacun des modèles dont nous disposons. Plusieurs informations s'offrent alors à nous.

Le modèle de masse spécifique est le meilleur pour les petits moteurs et les moteurs moyens (10% et 8% d'erreur relative moyenne) mais devient inadapté au moteur de poussées supérieures à 200~000~N. Les masses sont alors surestimées. C'est le cas du TRENT 892 dont l'erreur est de -36%. Nous pouvons alors envisager de prendre une autre valeur de masse spécifique pour les moteurs de poussées supérieures à 200~000~N (C'est ce

 $<sup>^1</sup>$ Les NaN représentent des résultats que nous n'avons pas pu déterminer, faute de données suffisantes  $^2$ Nous avons multiplié par 1.2 les masses moteurs secs dont nous disposions, afin d'obtenir des masses moteurs avionnés (Remarque 4.1, p. 124)

			Ma	asses Mo	teur Av	ionné (kg	g)	
Modèle	$F_0$ (N)	$M_{mR\'{e}el}$	$M_{mS}$	$M_{mR}$	$M_{mD}$	$M_{mT}$	$M_{mL}$	$M_{mTo}$
FJ44	8452	242	203	185	264	243	466	183
JT15D	13545	344	325	294	411	364	664	324
TFE731 5	20000	481	480	431	592	509	890	499
PW305B	23424	541	562	503	687	583	1001	553
CFE738	26325	721	632	564	767	645	1093	550
ALF502R5	31004	727	744	662	894	742	1236	624
LF507	31138	754	747	665	898	745	1240	641
AE3007	31805	861	763	679	916	758	1260	NaN
CF34 3A/3B	41013	909	984	871	1163	944	1524	NaN
RB183 55515P	44037	1245	1057	934	1243	1003	1608	1162
SPEY 5118	50710	1352	1217	1072	1419	1133	1787	1417
TAY 611	61608	1606	1479	1298	1704	1339	2068	1401
BR710	66034	1916	1585	1389	1819	1422	2179	1637
RB183 TAY650	67150	1818	1612	1412	1848	1442	2206	1616
TAY 651	68503	1840	1644	1440	1882	1467	2240	1574
D 436T1	75019	1740	1800	1574	2050	1586	2397	1685
BR715 55	88444	2474	2123	1849	2393	1828	2713	2293
JT8D 217	90000	2444	2160	1881	2432	1855	2748	2365
CFM56 7B20	91633	2849	2199	1915	2474	1884	2786	NaN
JT8D 219	96526	2458	2317	2015	2598	1970	2896	2465
V2522 A5	97861	2859	2349	2042	2631	1994	2926	2324
CFM56 2B1	97900	2543	2350	2043	2632	1994	2927	2103

TAB. 4.7 – Devis de Masse moteur par les modèles existants (Table 4.6, p. 131) pour des moteurs de poussées :  $0N \le F_0 < 100000N$ 

				Eri	reur re	elative	(%)	
Modèle	$F_0$ (N)	$M_{mR\'{e}el}$	$E_S$	$E_R$	$E_D$	$E_T$	$E_L$	$E_{To}$
FJ44	8452	242	16	24	-9	0	-92	25
JT15D	13545	344	6	15	-19	-6	-93	6
TFE731 5	20000	481	0	10	-23	-6	-85	-4
PW305B	23424	541	-4	7	-27	-8	-85	-2
CFE738	26325	721	12	22	-6	11	-52	24
ALF502R5	31004	727	-2	9	-23	-2	-70	14
LF507	31138	754	1	12	-19	1	-64	15
AE3007	31805	861	11	21	-6	12	-46	NaN
CF34 3A/3B	41013	909	-8	4	-28	-4	-68	NaN
RB183 55515P	44037	1245	15	25	0	19	-29	7
SPEY 5118	50710	1352	10	21	-5	16	-32	-5
TAY 611	61608	1606	8	19	-6	17	-29	13
BR710	66034	1916	17	28	5	26	-14	15
RB183 TAY650	67150	1818	11	22	-2	21	-21	11
TAY 651	68503	1840	11	22	-2	20	-22	14
D 436T1	75019	1740	-3	10	-18	9	-38	3
BR715 55	88444	2474	14	25	3	26	-10	7
JT8D 217	90000	2444	12	23	0	24	-12	3
CFM56 7B20	91633	2849	23	33	13	34	2	NaN
JT8D 219	96526	2458	6	18	-6	20	-18	0
V2522 A5	97861	2859	18	29	8	30	-2	19
CFM56 2B1	97900	2543	8	20	-4	22	-15	17
Erreur relati	ve moyen	ne (%)	10	19	11	15	41	11

TAB. 4.8 – Erreur relative des Devis de Masse moteur effectués par les modèles existants (Table 4.6, p. 131) pour des moteurs de poussées :  $0N \le F_0 < 100000N$ 

que nous ferons par la suite (Section 4.2.1, p. 139)). Malgré cette erreur d'appréciation de masses de gros moteurs, ce modèle reste le meilleur sur l'ensemble des moteurs. Comme quoi, les modèles les plus simples sont parfois les meilleurs.

Le modèle de W.P Dupont, contrairement à ceux de messieurs Leclerc et Roskam, semble adapté aux petits moteurs. Il est à noter que les modèles de J.Roskam et d'E.Torenbeek donnent la meilleure estimation de masse après le modèle de masse spécifique, tous moteurs confondus. Le modèle de J.Roskam est celui qui décrit le mieux les moteurs fournissant d'importantes poussées. Ce qui n'est pas le cas de celui d'E.Torenbeek qui au

Insa 4.1 Modèles existants SupAéro-Onéra

			Ma	asses Mo	teur Avi	ionné (k	g)	
Modèle	$F_0$ (N)	$M_{mR\'{e}el}$	$M_{mS}$	$M_{mR}$	$M_{mD}$	$M_{mT}$	$M_{mL}$	$M_{mTo}$
CFM56 3C1	104533	2341	2509	2179	2799	2110	3075	2196
D30KU II	106090	2781	2546	2210	2839	2137	3109	NaN
CFM56 2A2	106757	2623	2562	2224	2855	2149	3124	2260
V2500 A1	111206	2836	2669	2315	2967	2225	3221	2584
V2525 D5	111206	2859	2669	2315	2967	2225	3221	2741
CFM56 5A1	113500	2645	2724	2362	3024	2265	3271	2451
CFM56 5C2	138785	3103	3331	2876	3653	2693	3803	3028
V2533 A5	146791	2847	3523	3039	3851	2826	3966	3874
PS90	156800	3540	3763	3241	4097	2991	4168	3707
PS90 Soloviev	156800	3900	3763	3241	4097	2991	4168	NaN
PS 90A	156911	3540	3766	3244	4099	2992	4170	4235
PW2037	170144	3897	4083	3512	4423	3208	4431	3934
NK93	176000	4380	4224	3630	4566	3303	4545	NaN
RB211 535E4	191718	3954	4601	3947	4948	3555	4846	3812

Tab. 4.9 – Devis de Masse moteur par les modèles existants (Table 4.6, p. 131) pour des moteurs de poussées :  $100000N \le F_0 < 200000N$ 

			Erreur relative $(\%)$					
Modèle	$F_0$ (N)	$M_{mR\'{e}el}$	$E_S$	$E_R$	$E_D$	$E_T$	$E_L$	$E_{To}$
CFM56 3C1	104533	2341	-7	7	-20	10	-31	6
D30KU II	106090	2781	8	21	-2	23	-12	NaN
CFM56 2A2	106757	2623	2	15	-9	18	-19	14
V2500 A1	111206	2836	6	18	-5	22	-14	9
V2525 D5	111206	2859	7	19	-4	22	-13	4
CFM56 5A1	113500	2645	-3	11	-14	14	-24	7
$CFM56\ 5C2$	138785	3103	-7	7	-18	13	-23	2
V2533 A5	146791	2847	-24	-7	-35	1	-39	-36
PS90	156800	3540	-6	8	-16	16	-18	-5
PS90 Soloviev	156800	3900	4	17	-5	23	-7	NaN
PS 90A	156911	3540	-6	8	-16	15	-18	-20
PW2037	170144	3897	-5	10	-13	18	-14	-1
NK93	176000	4380	4	17	-4	25	-4	NaN
RB211 535E4	191718	3954	-16	0	-25	10	-23	4
Erreur relat	ive moye	nne (%)	8	12	13	16	18	10

Tab. 4.10 – Erreur relative des Devis de Masse moteur effectués par les modèles existants (Table 4.6, p. 131) pour des moteurs de poussées :  $100000N \le F_0 < 200000N$ 

			Ma	asses Mo	teur Av	ionné (k	g)	
Modèle	$F_0$ (N)	$M_{m R \acute{e} e l}$	$M_{mS}$	$M_{mR}$	$M_{mD}$	$M_{mT}$	$M_{m L}$	$M_{mTo}$
D 18T	229795	4920	5515	4714	5865	4154	5551	4943
PW4152	231308	5117	5551	4745	5902	4178	5578	5679
PW4052	232197	5117	5573	4762	5923	4192	5595	5701
CF6 80C2B2	233532	5116	5605	4789	5955	4212	5619	5130
PW4056	252437	5117	6058	5169	6406	4504	5956	6346
CF6~80C2B1F	257997	5170	6192	5281	6539	4589	6055	5825
PW4358	258000	5008	6192	5281	6539	4589	6055	6036
CF6 80A2	266893	4624	6405	5459	6750	4725	6211	6579
RB211 524H	269562	5263	6469	5512	6814	4766	6257	6654
CF6 80C2A5	272676	4972	6544	5575	6888	4813	6311	6255
CF6 80E1A2	300255	5838	7206	6127	7540	5229	6784	7653
PW4168	302479	7811	7259	6171	7592	5262	6822	7728
TRENT 772	316269	5742	7590	6447	7917	5468	7054	8565
TRENT 900	340289	9573	8167	6926	8480	5823	7452	8976
PW4084	373651	7457	8968	7591	9259	6311	7993	9587
GE90 85B	400340	9060	9608	8122	9878	6696	8418	10073
TRENT 892	406123	7148	9747	8237	10012	6779	8509	11348

Tab. 4.11 – Devis de Masse moteur par les modèles existants (Table 4.6, p. 131) pour des moteurs de poussées :  $200000N \le F_0 < 406123N$ 

contraire n'est adapté qu'aux moteurs de poussées inférieures à  $200\ kN$ .

				Eri	reur re	lative	(%)	
Modèle	$F_0$ (N)	$M_{mR\'{e}el}$	$E_S$	$E_R$	$E_D$	$E_T$	$E_L$	$E_{To}$
D 18T	229795	4920	-12	4	-19	16	-13	0
PW4152	231308	5117	-8	7	-15	18	-9	-11
PW4052	232197	5117	-9	7	-16	18	-9	-11
CF6 80C2B2	233532	5116	-10	6	-16	18	-10	0
PW4056	252437	5117	-18	-1	-25	12	-16	-24
CF6 80C2B1F	257997	5170	-20	-2	-26	11	-17	-13
PW4358	258000	5008	-24	-5	-31	8	-21	-21
CF6 80A2	266893	4624	-39	-18	-46	-2	-34	-42
RB211 524H	269562	5263	-23	-5	-29	9	-19	-26
CF6 80C2A5	272676	4972	-32	-12	-39	3	-27	-26
CF6 80E1A2	300255	5838	-23	-5	-29	10	-16	-31
PW4168	302479	7811	7	21	3	33	13	1
TRENT 772	316269	5742	-32	-12	-38	5	-23	-49
TRENT 900	340289	9573	15	28	11	39	22	6
PW4084	373651	7457	-20	-2	-24	15	-7	-29
GE90 85B	400340	9060	-6	10	-9	26	7	-11
TRENT 892	406123	7148	-36	-15	-40	5	-19	-59
Erreur relat	ive moyeı	nne (%)	20	9	25	15	17	21

TAB. 4.12 – Erreur relative des Devis de Masse moteur effectués par les modèles existants (Table 4.6, p. 131) pour des moteurs de poussées :  $200000N \le F_0 < 406123N$ 

	$E_S$	$E_R$	$E_D$	$E_T$	$E_L$	$E_{To}$
Erreur relative moyenne (%)	12	14	16	15	27	14

TAB. 4.13 – Erreur relative moyenne des Devis de Masse moteur effectués par les modèles existants (Table 4.6, p. 131) pour tous les moteurs

Le modèle de G.Taquin est remarquable de par sa stabilité. En effet, quels que soient les moteurs considérés, ce modèle présente une sous-estimation de 15%. Nous pourrions alors envisager d'améliorer les prédictions de masse moteur de ce modèle de la manière suivante :

$$M_m = \frac{M_{mT}}{1 - 0.15}$$

Nous verrons par la suite (Section 4.2.1, p. 137), que cette idée n'est pas complètement absurde.

Le modèle de F.Leclerc est celui qui décrit le moins bien notre banque de données moteurs. En effet, les erreurs peuvent atteindre plus de 80%! C'est le cas du JT15D dont l'erreur est de -93%. C'est en fait sur les petits moteurs que l'on trouve les plus grandes erreurs (41% en moyenne). Ceci pénalise fortement ce modèle lorsque l'on considère l'ensemble des moteurs.

Tout comme le modèle de masse spécifique, le modèle d'E. Torenbeek semble adapté aux petits moteurs et moteurs moyens. Par contre, mis à part 4 moteurs dont le TRENT 900 (ce moteur ayant des données très hypothétiques, étant donné qu'il est en cours de développement, il vaut mieux ne pas en tenir compte), ce modèle devient très mauvais pour les gros moteurs. Il n'est pas évident de comparer le modèle du professeur Torenbeek avec les autres modèles. En effet, il n'évalue pas uniquement la masse moteur à l'aide de la poussée au sol et à l'arrêt  $F_0$ , mais aussi avec des paramètres moteur tels que le taux de dilution  $\lambda$ , le rapport de pressions compresseur (entrée/sortie)  $\varepsilon_c$  et la température d'entrée turbine  $T_4$ . C'est donc un modèle plus fin car il tient compte de la technologie des moteurs. C'est pourquoi nous allons traiter son cas à part.

Les modèles existants donnant des erreurs d'appréciations pouvant être considérables, nous allons essayer de les analyser dans le but de mettre au point des modèles plus performants.

# 4.2 Modèles adaptés à tous les moteurs

La précision du devis de masse moteur étant importante pour notre étude, nous allons tenter d'élaborer de meilleurs modèles de masse moteur. Dans cette partie, ces modèles seront adaptés à tous les moteurs (c'est-à-dire couvriront le domaine actuel de poussées moteur : de quelques kN à plus de  $400 \ kN$ ). Pour cela, nous nous servirons d'une base de données de 54 moteurs (que vous pourrez trouver en annexe (Appendix H, p. 275)).

REMARQUE 4.4 Les moteurs TRENT 900, GE90 85B et PW4168 ont des données de masse moteur curieuses, et ont donc été ignorés pour l'optimisation de nos modèles. Ces moteurs apparaissent tout de même, à titre indicatif, sur les différents graphiques de ce document.

À l'époque où a été effectué ce travail sur les masses moteurs, le TRENT 900 était en cours de développement et ses données étaient donc encore approximatives. Il est fort probable qu'au fur et à mesure de son développement, les rendements moteurs soient améliorés et que la poussée au point fixe  $F_0$  soit meilleure rapportée à sa masse  $M_m$ . Ceci ira dans le sens d'améliorer les estimations de nos modèles pour ce moteur.

Pour le GE90 85B, c'est un moteur ayant d'incorporé, par construction, une partie de la nacelle nécessaire à l'implantation sur avion. Ainsi la donnée de masse dont nous disposons pour ce moteur n'est pas exactement une masse moteur brute, mais une masse semi-avionnée (il faudra encore tenir compte de la masse du mât et de l'hydraulique pour obtenir la masse moteur avionné). Ainsi, cela est donc normal si ce moteur paraît anormalement plus lourd.

Quant au PW4168, sa donnée paraît erronée par rapport aux autres moteurs mais je n'ai pas trouvé d'explications.

#### 4.2.1 Lois statistiques

#### Recalage sur un moteur de référence

Il serait logique que tous les modèles donnent la même valeur de masse moteur  $M_m$  pour un moteur donné existant. Prenons le cas du moteur General Electric CF6 80C2-A5 de l'A300. Sa masse non avionnée est de 4 144 kg, ce qui revient à  $M_{mA300}=4$  973 kg avec nacelles et équipements. Sa poussée au sol et à l'arrêt est de  $F_{0A300}=272$  676 N. Recalons alors les modèles par rapport à ce moteur que nous prenons comme référence. C'est-à-dire modifions le facteur de proportionnalité k afin que, pour l'exposant de poussée  $\alpha$  du modèle considéré, l'expression suivante soit vérifiée :

$$M_{mA300} = k_r (F_{0A300})^{\alpha}$$

Nous obtenons alors les valeurs de facteur de proportionnalité recalé  $k_r$ , par rapport au moteur de l'A300 suivant (Table 4.14, p. 135).

	$k_r$
Modèle de masse moteur spécifique	0.01824
Modèle de J.Roskam	0.02342
Modèle de W.P Dupont	0.03913
Modèle de G.Taquin	0.10517
Modèle de F.Leclerc	0.4167

TAB. 4.14 – Modèle en  $M_{mA300} = k_r (F_{0A300})^{\alpha}$  recalé sur l'A300.

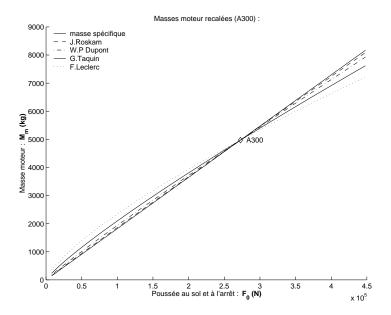


Fig. 4.3 – Modèles en  $M_{mA300} = k_r (F_{0A300})^{\alpha}$  recalé sur l'A300 (Table 4.14, p. 135)

Ainsi, tous les modèles sont cohérents pour la référence que nous avons choisie. Nous pouvons alors plus facilement comparer leur comportement pour une variation de la poussée  $F_0$  au sol et à l'arrêt donnée, autour de la poussée de référence. Cela revient à étudier le gradient de masse moteur. Nous avons recalé les modèles existants (Table 4.1, p. 125) sur le moteur de l'A300 (Table 4.14, p. 135). Ce qui veut dire que :

$$\forall \alpha \qquad M_{m \, \text{A} \, 300} \quad = \quad k_r(\alpha) \left(F_{0 \, \text{A} \, 300}\right)^{\alpha}$$
 c'est-à-dire 
$$\qquad k_r(\alpha) \quad = \quad \frac{M_{m \, \text{A} \, 300}}{\left(F_{0 \, \text{A} \, 300}\right)^{\alpha}}$$

Cherchons alors l'expression du gradient de masse moteur :

$$M_{m} = k (F_{0})^{\alpha}$$

$$\frac{\partial M_{m}}{\partial F_{0}} = \alpha k (F_{0})^{\alpha-1}$$
Or pour  $\alpha = 1$ : 
$$M_{m} = m_{s} F_{0}$$
Donc: 
$$\frac{\partial M_{m}}{\partial F_{0}} = \alpha m_{s} \left(\frac{F_{0}}{F_{0A300}}\right)^{\alpha-1}$$
(4.8)

Pour la poussée de référence de l'A300, nous obtenons un gradient de masse moteur (Equation 4.8, p. 136) :

$$\frac{\partial M_m}{\partial F_0}(F_{0 \text{A}300}) = \alpha \ m_s$$

Il est alors naturel de retrouver des valeurs de gradients proportionnelles aux exposants  $\alpha$ . Pour des valeurs de poussée moteur proche de celle du moteur de l'A300, le modèle le plus sensible à une demande différente de poussée est celle de la masse spécifique avec 18.2~g/N. Le moins sensible est celui de F.Leclerc avec 13.7~g/N.

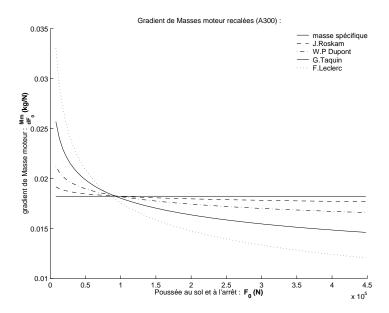


FIG. 4.4 – gradient de masses moteur du modèles en  $M_{mA300} = k_r (F_{0A300})^{\alpha}$  recalé sur l'A300 (Table 4.14, p. 135)

Remarque 4.5 Il peut paraître curieux que les courbes de gradient de masse moteur croisent toutes, la masse spécifique  $m_s$  (c'est-à-dire pour  $\alpha=1$ ) pour des valeurs de poussée  $F_0$  presque identiques. Ceci est en fait dû à notre calage sur l'A300. En effet, soit  $F_{0i}(\alpha)$  la poussée d'intersection du modèle en puissance  $\alpha$ . On a alors :

$$\alpha m_s \left( \frac{F_{0i}(\alpha)}{F_{0A300}} \right)^{\alpha - 1} = m_s F_{0i}(\alpha)$$

$$\frac{F_{0i}(\alpha)}{F_{0A300}} = \alpha^{\frac{1}{1 - \alpha}}$$

L'intersection n'existe donc pas mathématiquement mais les courbes croisent la masse spécifique pour des valeurs de poussées presque identiques. Ceci est dû aux valeurs de  $\alpha$ .

$$\begin{array}{ll} 0.75 \leq & \alpha & \leq 1 \\ 0.32 \leq & \frac{F_{0i}(\alpha)}{F_{0\,\mathrm{A}300}} & \leq 0.366 \end{array}$$

Cette poussée de croisement est alors proche du tiers de la poussée de référence de l'A 300.

## Coefficients optimaux du modèle : $M_{\scriptscriptstyle m} = k_{opt} F_0^{\ \alpha_{opt}}$

Comme tous ces modèles (Table 4.1, p. 125) sont de la forme  $M_m = kF_0^{\ \alpha}$ , la deuxième idée qui peut venir à l'esprit est de faire notre propre modèle à l'aide de la banque de données moteur dont nous disposons. C'est-à-dire trouver les coefficients optimaux  $k_{opt}$  et  $\alpha_{opt}$  qui correspondent le mieux aux valeurs de nos moteurs. Après optimisation (à l'aide de MATLAB), nous obtenons le modèle suivant (Table 4.15, p. 138).

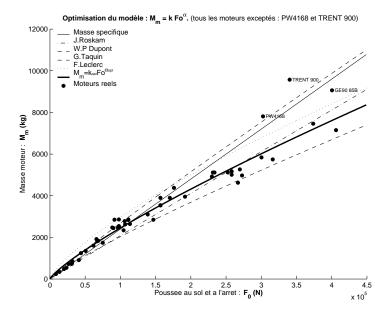


FIG. 4.5 – Optimisation du modèle en  $M_m = kF_0^{\alpha}$ . Obtenue par optimisation sur tous les moteurs (Remarque 4.4, p. 135)

#### Modèle de masse moteur :

$$M_m = k_{\rm av/br} M_{mbrut}$$

$$M_{mbrut} = 0.168 \, F_0^{0.82}$$

Mode d'obtention: Identification par les moindres carrés sur l'ensemble des données expérimentales (Appendix H, p. 275), (Remarque 4.4, p. 135).

Domaine de définition : Tous les réacteurs simple ou double flux.

**Précision :** 11% par rapport à l'ensemble des moteurs (Appendix H, p. 275), (Remarque 4.4, p. 135).

#### Variables et unités :

 $M_m$ : Masse d'un moteur avionné (avec nacelle, mât, hydraulique,...) kg

 $M_{mbrut}$ : Masse d'un moteur brut kg $F_0$ : Poussée maximale au point fixe (au sol et à l'arrêt) d'un seul moteur. N

 $k_{
m av/br}$ : Proportion (Remarque 4.1, p. 124) entre la masse moteur avionnée et la masse moteur brut ( $k_{
m av/br}\approx 1.2$ )

Tab. 4.15 – Modèle de masse moteur  $M_m = k_{opt} F_0^{\alpha_{opt}}$  optimal.

REMARQUE 4.6 Nous avions vu (Section 4.1.3, p. 130) que le modèle de G.Taquin présentait un écart quasiment constant (en moyenne 15%) d'estimation de masse par rapport aux moteurs réels. Nous avions alors envisagé de considérer ce modèle en prenant 15% de masse moteur en moins de la valeur estimée. Cette idée n'était pas mauvaise puisque le modèle optimal en  $M_m = k_{opt} F_0^{\alpha_{opt}}$  est le plus proche du modèle de G.Taquin. Mais cette méthode ne donnera pas de meilleurs résultats que le modèle que nous venons d'optimiser (Table 4.15, p. 138). Nous n'approfondirons donc pas la piste des 15% de moins de masse moteur estimée par le modèle de G.Taquin.

#### Masse spécifique Linéaire Par Morceaux : ${M_m}_S^{\star}$

Nous avons vu (Section 4.1.3, p. 130) que le modèle de masse spécifique donnait de très bons résultats pour les moteurs de poussées inférieures à 200 000 N mais devenait inadapté pour des valeurs de poussées supérieures. L'idée qui vient à l'esprit est alors de prendre des valeurs différentes de masse spécifique selon le domaine de poussée moteur. En somme prendre une fonction linéaire par morceaux. Or lorsque l'on regarde le tracé des masses des moteurs existants en fonction des poussées  $F_0$  (Figure 4.6, p. 139), on s'aperçoit qu'il existe deux domaines distincts de poussées. Visuellement, nous pouvons observer que les petits moteurs de poussées inférieures à 80 000 N semblent répondre à une autre loi de masse spécifique que les autres moteurs. Nous prendrons une masse spécifique jusqu'à une poussée de 80 000 N c'est-à-dire une masse moteur avionnée proportionnelle à la poussée. Nous prendrons ensuite une loi linéaire pour les moteurs de poussées supérieures. Bien entendu, la fonction doit être continue (mais non dérivable) pour la poussée de coupure de 80 000 N. Ceci implique qu'il n'y aura qu'un seul coefficient à déterminer dans la loi linéaire (soit la pente, soit l'ordonnée à l'origine).

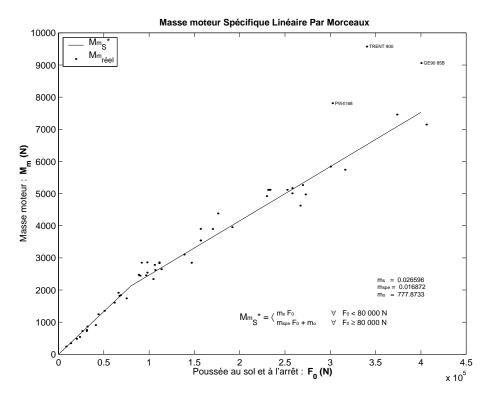


FIG. 4.6 – Masse spécifique moteur, linéaire par morceaux (Table 4.16, p. 140). L'optimisation est faite sur tous les moteurs exceptés le TRENT 900 et le PW4168). Coupure choisie graphiquement à  $F_0 = 80\ 000\ N$ 

À l'aide de MATLAB, Nous avons effectué une optimisation de ce modèle de masse spécifique linéaire par morceaux, sur l'ensemble des moteurs de notre banque de données, exceptés deux moteurs (Remarque 4.4, p. 135). Nous obtenons les résultats suivants (Table 4.16, p. 140).

$$\begin{array}{ll} {M_m}_S{}^\star = m_s F_0 & F_0 < 80 \; kN \\ = m_{spe} F_0 + m_0 & F_0 \geq 80 \; kN \end{array}$$

Avec :  $M_{mS}^{\star}$  : Masse du moteur avionné kg $F_0$  : Poussée moteur au sol et à l'arrêt N

#### Modèle de masse moteur linéaire par morceaux :

$$M_{mS}^{\star} = k_{\rm av/br} M_{mbrut}$$

$$M_{mbrut} = 22.2 \, 10^{-3} \, F_0$$
  $F_0 < 80 \, kN$   
= 14.1 10<sup>-3</sup>  $F_0 + 648$   $F_0 \ge 80 \, kN$ 

**Mode d'obtention :** Identification par les moindres carrés sur l'ensemble des données expérimentales moteurs à disposition (Appendix H, p. 275), (Remarque 4.4, p. 135). Coupure choisie graphiquement à  $F_0 = 80\ 000\ N$ .

Domaine de définition : Tous réacteurs simple ou double flux.

**Précision :** 7.2% par rapport à l'ensemble des données expérimentales moteurs (Appendix H, p. 275), (Remarque 4.4, p. 135), et 6.45% par rapport aux moteurs civils (implantés sur Airbus, Boeing, McDonnell Douglas, Fokker, . . . ).

#### Variables:

Symboles : Désignation	Unités
${M_{mS}}^{\star}$ : Masse moteur avionné (avec nacelle, mât,	kg
équipements)	
$M_{mbrut}$ : Masse moteur brut	kg
$F_0$ : Poussée au point fixe (poussée maximale au	N
sol et à l'arrêt) d'un seul moteur.	
$k_{ m av/br}$ : Proportion (Remarque 4.1, p. 124) entre la	
masse moteur avionné et la masse moteur brut	
$(k_{ m av/br}pprox 1.2)$	

Tab. 4.16 – Modèle de masse moteur linéaire par morceaux

Remarque 4.7 La valeur de la masse spécifique des gros moteurs est alors inférieure à celle du modèle existant dont on disposait  $(0.024\ kg/N)$ . Ainsi, le modèle existant surestimait la masse des gros moteurs. Plus les moteurs sont gros, meilleurs sont les rendements. Notre loi de masse spécifique linéaire par morceaux tient compte de ce phénomène.

Remarque 4.8 Pour une poussée moteur  $F_0$  supérieure à 80 kN, la constante  $m_0=778~kg$  est associée au fait que la masse des gros moteurs croît moins vite avec la poussée  $F_0$  que celle des petits moteurs. Il est plus rentable de construire des moteurs de grande poussée. C'est ce que traduisait l'exposant  $\alpha_{opt}$  des modèles statistiques en  $M_m=k_{opt}F_0^{\alpha_{opt}}$ 

Considérons alors l'avion dans son ensemble. Pour une poussée au sol et à l'arrêt  $F_0$  désirée, il est donc plus avantageux (Remarque 4.8, p. 140), d'un point de vue masse totale

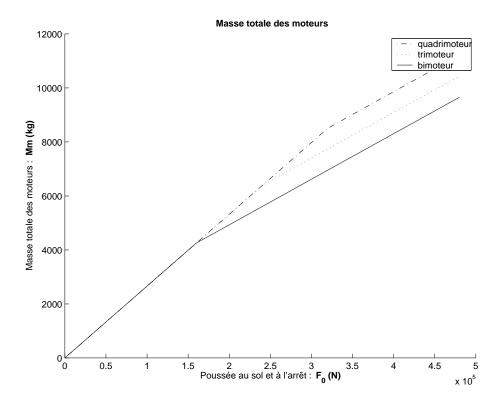


FIG. 4.7 – Masse totale de tous les moteurs implantés sur l'avion. Estimée par le modèle de Masse spécifique Linéaire Par Morceaux (Table 4.16, p. 140)

des moteurs, de construire des avions bimoteurs plutôt que des quadrimoteurs. En effet,

$$\begin{split} M_{mavion} = & N_m \; M_{mS}^{\star} \\ M_{mavion} = & N_m \; 26.6 \; 10^{-3} \frac{F_0}{N_m} \qquad \qquad \frac{F_0}{N_m} < 80 kN \\ = & 26.6 \; 10^{-3} F_0 \\ M_{mavion} = & N_m \; \left( 16.9 \; 10^{-3} \frac{F_0}{N_m} + 778 \right) \quad \frac{F_0}{N_m} \geq 80 kN \\ = & 16.9 \; 10^{-3} F_0 + N_m \; 778 \end{split}$$

Avec  $N_m$ , le nombre de moteurs implantés sur l'avion.

Prenons l'exemple de l'A300. Sa poussée totale au sol et à l'arrêt, c'est-à-dire la poussée au point fixe, est de  $F_{0\,A300}=2$  (272 676) N (deux moteurs General Electric CF6 80C2-A5 (Appendix H, p. 275)). Notre modèle de Masse spécifique Linéaire Par Morceaux (Table 4.16, p. 140) prédit alors une masse totale des moteurs de  $10724\,kg$  pour une configuration bimoteur et de  $12286\,kg$  pour une configuration quadrimoteur (pour la même poussée  $F_{0\,A300}$ ). Soit 14.6% de plus! Ce n'est pas négligeable. Nous pourrions alors en déduire qu'il est plus performant de construire des bimoteurs. Mais ne concluons pas trop vite. Ce raisonnement ne prend en compte que la masse des moteurs. Nous verrons par la suite, que les contraintes au décollage entre un bimoteur et un quadrimoteur sont différentes. Les poussées à considérer seront alors différentes selon le nombre de moteurs de l'avion.

Ce modèle de Masse spécifique Linéaire Par Morceaux (Table 4.16, p. 140) à l'avantage de rester relativement simple et de donner la meilleure estimation de masse moteur

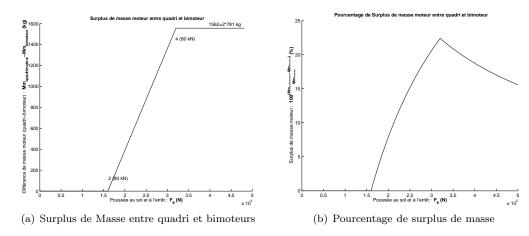


FIG. 4.8 – Surplus de masse moteur : bi/quadri-moteurs estimée par le modèle de Masse spécifique Linéaire Par Morceaux (Table 4.16, p. 140)

puisque tous moteurs confondus (même avec les deux moteurs dont les données nous semblent étranges (Remarque 4.4, p. 135)), l'erreur moyenne n'est que de 7.8%. Et si nous ne considérons pas ces deux moteurs, l'erreur est de 7.2% ce qui est remarquable.

#### Meilleur modèle statistique pour l'ensemble des moteurs

Le modèle de masse spécifique étant le meilleur des modèles existants (Table 4.6, p. 131), nous allons comparer ce modèle avec les deux modèles statistiques que nous avons mis au point (à savoir la masse spécifique linéaire par morceaux  $M_{mS}^{\star}$  (Table 4.16, p. 140) et le modèle optimisé en  $M_m = k_{opt} F_0^{\alpha_{opt}}$  (Section 4.2.1, p. 137))

Remarque 4.9 Il est logique que le modèle optimisé en  $k_{opt}$   $F_0^{\alpha_{opt}}$  donne des résultats meilleurs que celui de masse spécifique pour notre banque de données moteurs puisqu'il a justement été conçu par l'optimisation de cette banque de donnée.

Le modèle de masse spécifique linéaire par morceaux est sans conteste le meilleur modèle (Table 4.17, p. 143). Il a aussi l'avantage d'être très simple. C'est donc lui que nous retiendrons.

Les tracés des données expérimentales (Appendix H, p. 275) de masse moteur  $M_m$  en fonction des différents paramètres moteurs montrent que la poussée au point fixe  $F_0$  est le paramètre influent de la masse moteur (Figure 4.6, p. 139). Il n'y pas pas de correlation aussi explicite entre la masse moteur et les autres paramètres moteurs (Figure 4.9, p. 144) : taux de dilution  $\lambda$ , taux de compression  $\varepsilon_c$ , température d'entrée turbine  $T_4$ , année de mise en service qui pourrait traduire l'avancement technologique,... Ainsi, nous ne pouvons poursuivre notre modélisation statistique de la masse moteur en fonction des autres paramètres moteurs. Ces autres paramètres moteurs sont par contre pris en compte dans le modèle d'E. Torenbeek, que nous allons tenter de recaler sur les données expérimentales dans le paragraphe suivant.

			$M_{sj}$		$M_{speL}$	DM	$k_{opt}$ $F_0$	$\alpha_{opt}$
Modèle	$F_0$	$M_m$	$M_{mS}$	$E_S$	$M_{mS}^*$	$E^*$	$M_{m  opt}$	$E_{opt}$
Wiodele	(N)	(kg)	(kg)	(%)	(kg)	(%)	(kg)	(%)
FJ44	8452	242	203	16	225	7	325	-34
JT15D	13545	344	325	6	360	-5	478	-39
TFE731 5	20000	481	480	0	532	-11	658	-37
PW305B	23424	541	562	-4	623	-15	748	-38
				_		3		
CFE738	26325	721	632	12	700		823	-14
ALF502R5	31004	727	744	-2	825	-13	941	-29
LF507	31138	754	747	1	828	-10	944	-25
AE3007	31805	861	763	11	846	2	961	-12
CF34 3A/3B	41013	909	984	-8	1091	-20	1183	-30
RB183 55515P	44037	1245	1057	15	1171	6	1254	-1
SPEY 5118	50710	1352	1217	10	1349	0	1407	-4
TAY 611	61608	1606	1479	8	1639	-2	1649	-3
BR710	66034	1916	1585	17	1756	8	1746	9
RB183 TAY650	67150	1818	1612	11	1786	2	1770	3
TAY 651	68503	1840	1644	11	1822	1	1799	2
D 436T1	75019	1740	1800	-3	1995	-15	1937	-11
BR715 55	88444	2474	2123	14	2270	8	2216	10
JT8D 217	90000	2444	2160	12	2296	6	2248	8
CFM56 7B20	91633	2849	2199	23	2324	18	2282	20
JT8D 219	96526	2458	2317	6	2406	2	2381	3
V2522 A5	97861	2859	2349	18	2429	15	2407	16
CFM56 2B1	97900	2543	2350	8	2430	4	2408	5
CFM56 3C1	104533	2341	2509	-7	2542	-9	2541	-9
D30KU II	106090	2781	2546	8	2568	8	2572	8
CFM56 2A2	106757	2623	2562	2	2579	2	2585	1
V2500 A1	111206	2836	2669	6	2654	6	2673	6
V2525 D5	111206	2859	2669	7	2654	7	2673	7
CFM56 5A1	113500	2645	2724	-3	2693	-2	2717	-3
CFM56 5C2	138785	3103	3331	-7	3119	-1	3203	-3
V2533 A5	146791	2847	3523	-24	3255	-14	3353	-18
PS90	156800	3540	3763	-6	3423	3	3539	0
PS90 Soloviev	156800	3900	3763	4	3423	12	3539	9
PS 90A	156911	3540	3766	-6	3425	3	3541	0
PW2037	170144	3897	4083	-5	3649	6	3783	3
NK93	176000	4380	4224	4	3747	14	3889	11
RB211 535E4	191718	3954	4601	-16	4013	-1	4171	-5
D 18T	229795	4920	5515	-12	4655	5	4836	2
PW4152	231308	5117	5551	-8	4680	9	4862	5
PW4052	232197	5117	5573	-9	4696	8	4877	5
CF6 80C2B2	233532	5116	5605	-10	4718	8	4900	4
PW4056	252437	5117	6058	-18	5037	2	5222	-2
CF6 80C2B1F	257997	5170	6192	-20	5131	1	5316	-3
PW4358	258000	5008	6192	-24	5131	-2	5316	-6
CF6 80A2	266893	4624	6405	-39	5281	-14	5465	-18
RB211 524H	269562	5263	6469	-23	5326	-1	5510	-5
CF6 80C2A5	272676	4972	6544	-32	5378	-8	5562	-12
CF6 80E1A2	300255	5838	7206	-23	5844	0	6017	-3
PW4168	302479	7811	7259	7	5881	25	6054	22
TRENT 772	316269	5742	7590	-32	6114	-6	6278	-9
TRENT 900	340289	9573	8167	15	6519	32	6665	30
PW4084	373651	7457	8968	-20	7082	5	7195	4
GE90 85B	400340	9060	9608	-20 -6	7532	17	7612	16
TRENT 892	406123	7148	9747	-36	7630	-7	7701	-8
Erreur relative		e (%)		12		8		11
	J	(,0)					l .	

TAB. 4.17 – Estimations des modèles statistiques de masse moteur : Masse spécifique  $M_{mS}$  [Boi01] (Table 4.6, p. 131), Modèle de masse linéaire par morceaux  $M_{mS}^{\star}$  (Table 4.16, p. 140) et Modèle en  $M_{mopt} = k_{opt} \, F_0^{\alpha_{opt}}$  (Table 4.15, p. 138). La donnée de masse moteur avionné  $M_m$  a été considérée à 1.2 fois la donnée constructeur de masse brut de notre base de données expérimentales (Appendix H, p. 275).

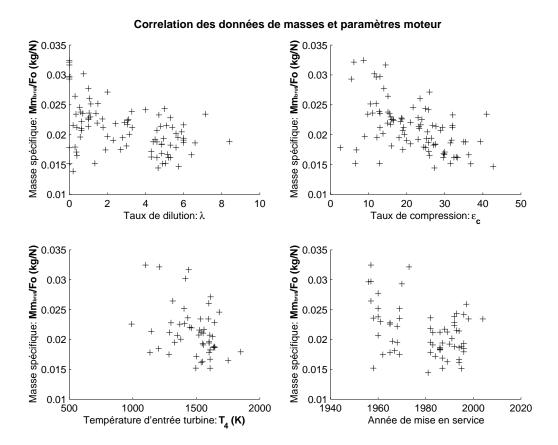


Fig. 4.9 – Correlation des paramètres de notre base de données expérimentales moteurs (Appendix H, p. 275)

6 juillet 2006

#### 4.2.2 Loi Torenbeek

#### Les paramètres

Nous avons vu que le modèle d'E. Torenbeek ne dépendait pas uniquement de la poussée au sol et à l'arrêt  $F_0$  mais aussi de paramètres moteurs tels que le taux de dilution  $\lambda$ , le rapport de pression entrée/sortie compresseur  $\varepsilon_c$  ou encore la température d'entrée de la turbine  $T_4$ .

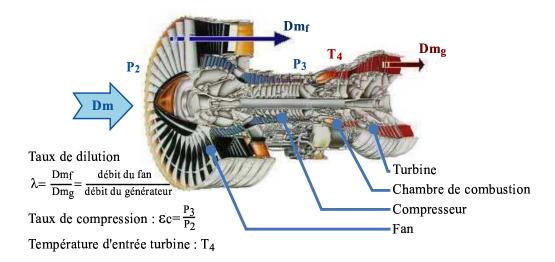


Fig.  $4.10 - \text{Éclat\'e} \ du \ moteur \ PW4000 \ (\lambda = 5.2)$ 

Nous allons pour commencer voir le poids de ces différents paramètres dans l'estimation de la masse moteur.

Nous avons tracé les masses moteur (Figure 4.11, p. 146) et (Figure 4.12, p. 146) en prenant les valeurs minimale et maximale du rapport de pression entrée/sortie du compresseur  $\varepsilon_c$  de notre banque de données moteur.

#### Poussée moteur au sol et à l'arrêt $F_0$ :

Comme les autres modèles, celui du professeur Torenbeek dépend aussi de  $F_0$ . On conçoit bien que plus on désire une poussée moteur importante, plus le moteur sera gros et donc sa masse importante.

#### Overall Pressure Ratio $\varepsilon_c$ :

Cette donnée représente le rapport de pression d'entrée et de sortie compresseur. Plus on comprime le gaz, plus on augmente la température. Ce taux de compression sera alors vite limité par la température d'entrée turbine  $T_4$  admissible par les matériaux de la chambre de combustion. Pour augmenter le taux de compression, il faut un compresseur adéquat. Ceci se traduit généralement par un nombre plus important d'aubes. La masse du compresseur sera donc plus importante. Il semblerait que plus le moteur est important, plus le taux  $\varepsilon_c$  est élevé (Figure 4.13, p. 147)

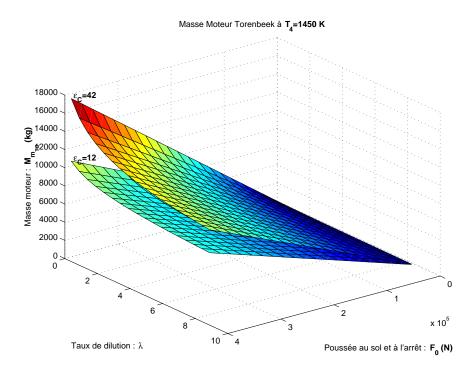


Fig. 4.11 - T4 = 1450 K

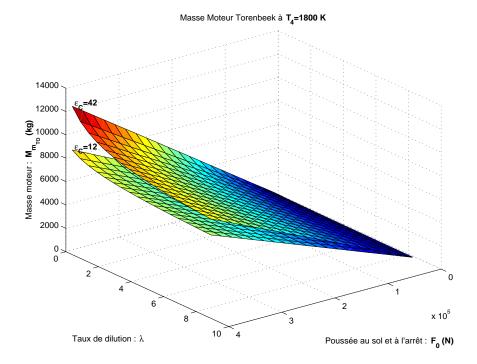


Fig. 4.12 - T4 = 1800 K

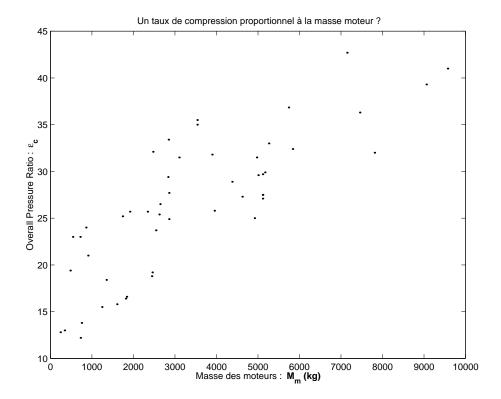


Fig. 4.13 – Le taux de compression  $\varepsilon_c$  semble augmenter avec la masse moteur. Figure réalisée à l'aide de nos données moteurs

#### Bypass ratio $\lambda$ :

Le taux de dilution représente la proportion de gaz passant à travers le fan par rapport à celui traversant le générateur  $\lambda = \frac{D_{mf}}{D_{mg}}$ . Augmenter le taux de dilution revient à augmenter la taille du fan (donc la masse du fan) mais augmente aussi considérablement la poussée au sol et à l'arrêt  $F_0$ . Pour une poussée donnée, augmenter le taux de dilution diminue alors la masse moteur  $M_m$ .

#### Turbine Entry Temperature $T_4$ :

La température d'entrée turbine est souvent limitée par la capacité, des matériaux utilisés dans la chambre de combustion, à résister à des températures élevées. En effet, plus  $T_4$  est élevée, meilleur est le rendement et par là même, meilleure est la poussée. La température d'entrée Turbine semble avoir une répercussion assez importante sur la masse. Regardons (Figure 4.14, p. 148) alors le comportement du modèle du professeur Torenbeek avec des températures  $T_4$  différentes. Nous prendrons la poussée du moteur de l'A300 (CF6 80C2-A5) comme référence, soit 272 676 N. Plus la température  $T_4$  est faible, plus la masse moteur est importante. Et ceci, d'autant plus que le taux de dilution est faible.  $T_4$  peut avoir une répercussion considérable : on passe de 6 tonnes à plus de 9.5 tonnes pour un taux de dilution  $\lambda=0$  entre  $T_4=1$  300 K et  $T_4=1$  800 K.

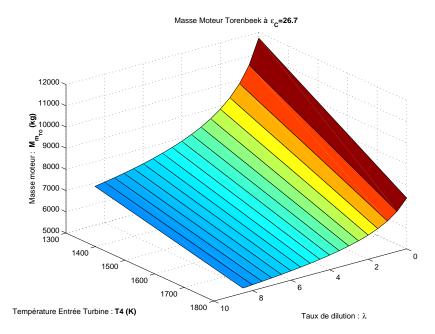


FIG. 4.14 – Influence de la Température d'entrée de la turbine : T<sub>4</sub> sur la masse moteur du modèle d'E.Torenbeek (Table 4.6, p. 131) à poussée donnée 272 676 N

REMARQUE 4.10 Nous venons de voir que le modèle d'E.Torenbeek était très sensible à la température d'entrée de la turbine  $T_4$ . Malheureusement cette donnée est souvent confidentielle ce qui rend l'étude de la masse moteur difficile. Néanmoins, nous connaissons les ordres de grandeur de ces températures. Nous avons choisi de prendre une  $T_4$  de 1450 K lorsque nous ne disposions pas de cette donnée. La méconnaissance de  $T_4$  nous fait douter de l'estimation de la masse et ceci, d'autant plus que le taux de dilution  $\lambda$  est faible.

#### À quoi est liée l'erreur du modèle Torenbeek?

Nous avons vu (Section 4.1.3, p. 130) que le modèle d'E. Torenbeek donnait une estimation de la masse moteur du même ordre de grandeur que le modèle statistique de masse spécifique et semblait peu adapté aux gros moteurs. Nous pourrions alors nous désintéresser de ce modèle étant donné sa complexité devant les autres modèles plus simples (uniquement de la poussée au sol et à l'arrêt  $F_0$ ) et donnant des estimations de masse moteur avec à peu près la même précision. Seulement voilà, c'est le seul modèle dont nous disposons qui tienne compte de paramètres moteur (notamment le taux de dilution  $\lambda$ ). Or nous avons vu (Section 2, p. 17), que la consommation du moteur et la poussée moteur sont des fonctions du taux de dilution. De même nous pourrions considérer que plus le taux de dilution est important, plus le fan est volumineux donc plus la nacelle nécessaire sera imposante et aura une traînée importante. Ceci a une répercussion directe sur l'évaluation de la distance franchissable  $D_{RM}$  (paramètre que nous cherchons à optimiser). Bref, vous l'aurez compris, ce qui nous intéresse, c'est un optimum sur l'avion complet. Ce modèle étant le seul qui soit fonction de paramètres moteur, nous allons chercher à quoi est liée son erreur d'estimation, en vue d'effectuer une correction de ce modèle.

#### L'avancement technologique?

Nous évoquions précédemment, l'avancement technologique (au sujet des températures d'entrée Turbine). Regardons ce qu'il en est (Figure 4.15, p. 149). Nous pouvons penser que plus les années passent, plus nous sommes capable de fabriquer des moteurs de faible masse pour des performances équivalentes. Examinons alors les erreurs d'évaluation des masses moteur en fonction des années de fabrication des moteurs. Il n'y a, semble-

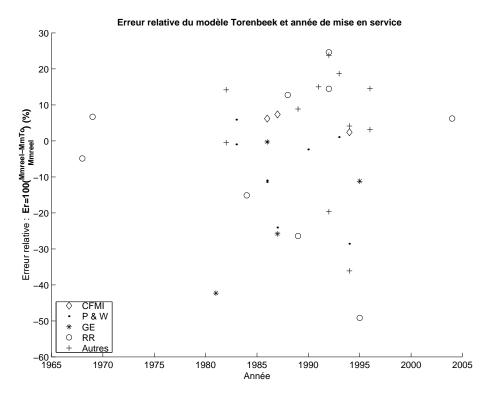


Fig. 4.15 – L'avancement technologique ne semble pas liée à l'erreur d'estimation de masse moteur.

t-il aucune corrélation entre les années et l'erreur d'estimation de masse moteur. Ainsi, l'erreur n'est pas liée à la température d'entrée turbine, si  $T_4$  était une fonction du temps. Nous ne retiendrons donc pas ce critère pour effectuer une correction.

REMARQUE 4.11 Nous pouvons penser que le critère d'avancement technologique se traduise déjà dans la température d'entrée de la turbine  $T_4$ . En effet, plus les années passent, plus l'industrie conçoit des matériaux capables de résister aux hautes températures (aubes de turbine : superalliages à base de Nickel pour résister aux contraintes de fluage [AJ96]). Or, plus la température est élevée dans la chambre de combustion, meilleur est le rendement. Il est donc logique que les valeurs de  $T_4$  augmentent avec les années. [Bir00] propose une estimation de ces températures avec les années (environ 1400 K dans les années soixante, 1 600 K en 1970, 1 700 K en 1990). En prenant une loi linéaire de température  $T_4$ , pour les données de  $T_4$  qui nous font défaut, en fonction des années de mise en service des moteurs ( $T_4 = 10 \ t_{\rm année} - 18200$ , soit une augmentation de 100 K par décennie.), nous n'obtenons pas de meilleurs résultats. Si la  $T_4$  avait vraiment un rôle dans l'avancement technologique, cela serait apparu sur le graphique précédent (Figure 4.15, p. 149).

#### Le constructeur?

Chaque constructeur a ses propres procédés de fabrication. Nous pourrions alors penser que les masses dépendent aussi des constructeurs. Or ceci n'est pas pris en compte dans le modèle d'E.Torenbeek. Ceci pourrait être une cause d'erreur d'estimation. Les erreurs

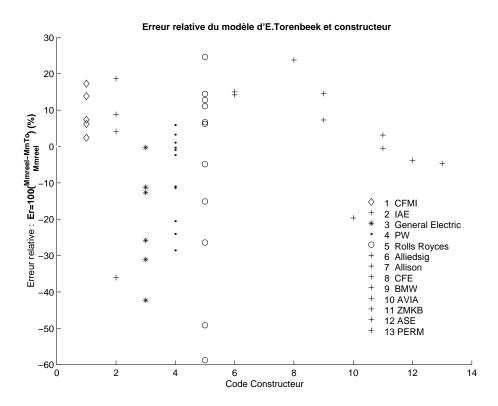


Fig. 4.16 – Erreur d'estimation de masse moteur et constructeur (procédés de fabrication)

classées par constructeurs sont plutôt réparties (Figure 4.16, p. 150). Ce ne semble pas être un critère important.

#### La masse moteur?

Si on considère le rapport entre la taille et la poussée (liée au débit d'air) du moteur, on a proportionnellement un poids des pièces plus faible pour un gros moteur (gros diamètre) délivrant un fort débit que pour un petit moteur délivrant un faible débit. En somme, il est plus facile de concevoir de gros moteurs performants que des petits (ça n'est jamais évident de concevoir de petites pièces). Par ailleurs, le rendement des gros moteurs est meilleur. En effet, la précision des pièces agissent aussi sur la qualité du déroulement du processus. Par exemple, les jeux entre pales et bâti sont aussi, proportionnellement à la taille, moins précis sur des petits moteurs que sur les gros. Regardons alors si ce critère de taille moteur, a des répercussions sur l'erreur du modèle d'E. Torenbeek. La masse du moteur étant liée à la taille du moteur, considérons alors l'erreur du modèle d'E. Torenbeek avec la masse moteur. Qu'en est-il? Regardons la figure de l'erreur relative en fonction de la masse moteur évaluée par le modèle d'E. Torenbeek (Figure 4.17, p. 151).

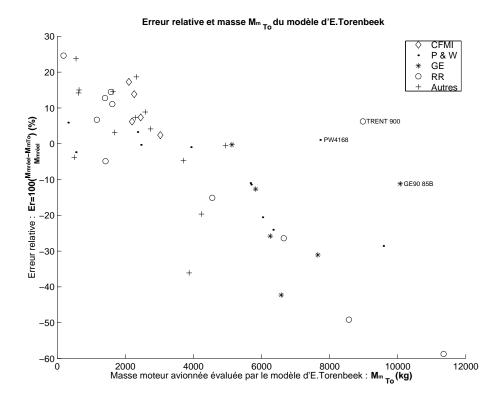


Fig. 4.17 – Relation entre l'Erreur et la masse moteur estimée par le modèle d'E. Torenbeek

Remarque 4.12 Il est à noter que le modèle d'E. Torenbeek prédit des masses moteur plus faibles qu'en réalité, pour les petits moteurs (erreur relative positive). Ceci est relativement logique. En effet, nous avons quelques difficultés à concevoir de petits moteurs. La taille des pièces par rapport à la taille du moteur, est plus importante que celles de gros moteurs (difficultés à réaliser de petites pièces qui résistent aux contraintes mécaniques et thermiques). Nous l'évoquions aussi précédemment, le rendement est meilleur pour les gros moteurs.

Effectivement, il semblerait bien que ce soit lié. Notre intuition s'avère payante car ceci va nous permettre d'effectuer une correction sur le modèle proposé par le professeur Torenbeek. Nous nous dirigeons donc dans cette voie.

#### Correction du modèle Torenbeek

Nous venons de constater que l'erreur et la masse estimée par le modèle d'E. Torenbeek était liées. Nous allons donc chercher une loi de correction fonction de cette masse  $M_{mTo}$ .

### Correction non linéaire en masse : $Er_{\%} = aM_{mTo} + b$

Le graphique précédent (Figure 4.17, p. 151), semble montrer une dépendance linéaire de l'erreur relative et de la masse estimée par le modèle d'E.Torenbeek. Nous pouvons d'abord penser adopter une loi de correction linéaire de la forme :

$$Er_{\%} = aM_{mTo} + b$$

Correction sur l'ensemble de nos moteurs : Nous pouvons alors connaître les paramètres qui répondent le mieux à nos données moteurs. Nous filtrerons encore les moteurs TRENT 900 et PW 4168 ainsi que le GE90 85B dont les données semblent ne pas être conformes aux autres moteurs. Nous filtrons aussi les tous petits moteurs (de poussées inférieures à 40 000 N) qui répondent à des lois de masse différentes. Nous obtenons alors les valeurs suivantes :  $a = -6.87 \, 10^{-3}$  et b = 21.6. Nous avons tracé

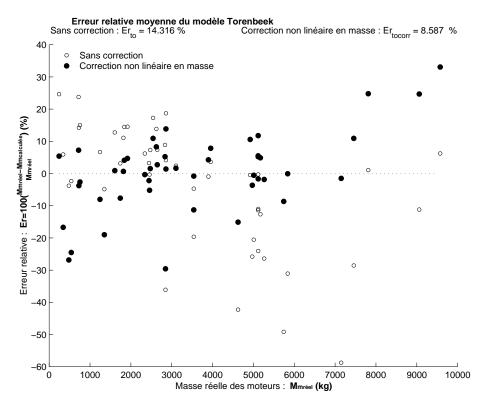


FIG. 4.18 – Loi de correction de la masse moteur évaluée par le modèle d'E. Torenbeek (Table 4.6, p. 131), non linéaire en masse effectuée sur l'ensemble des moteurs exceptés les tous petits moteurs (de poussées inférieures à 40 000 N), et les moteurs trop récents dont les données semblent étranges : le TRENT 900, le PW 4168 ainsi que le GE90 85B (Remarque 4.4, p. 135). Erreur :  $Er_{\%} = -6.87 \, 10^{-3} M_{mTo} + 21.6$ 

la ligne d'erreur nulle pour mieux se repérer dans le graphique (Figure 4.18, p. 152). Les moteurs étant à l'origine au-dessus de cette droite, doivent descendre (C'est-à-dire que la correction doit logiquement abaisser leur erreur) alors qu'au contraire, les moteurs ayant à l'origine une erreur négative, c'est-à-dire au-dessous de cette droite, doivent monter. Nous retrouvons alors que les estimations de masse des moteurs que nous avons filtrés, sont aggravées. Mais nous avons un gain d'estimation assez important sur l'ensemble des moteurs puisque nous passons d'une erreur moyenne de 14% à 8.6%.

Correction sur les moteurs Rolls-Royce: Si nous observons plus attentivement le graphique des erreurs en fonction de la masse moteur (Figure 4.17, p. 151), nous pouvons nous apercevoir que selon les constructeurs, la relation linéaire entre l'erreur relative et la

masse estimées par le modèle d'E. Torenbeek n'est pas toujours aussi distincte. En effet, les moteurs de General Electric semblent être dispersés par d'autres facteurs que la masse. Au contraire ceux de Rolls-Royce sont incroyablement bien alignés (excepté le TRENT 900 pour les raisons évoquées précédemment (Remarque 4.4, p. 135)). Ils répondent vraiment à un critère d'erreur selon la masse moteur. Nous allons donc préférer établir la loi de correction sur ces moteurs. Nous obtenons alors les valeurs suivantes :  $a=-7.26\,10^{-3}$  et

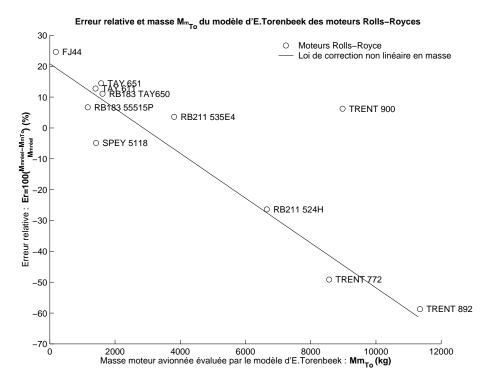


FIG. 4.19 – Loi de correction de la masse moteur évaluée par le modèle d'E. Torenbeek (Table 4.6, p. 131), non linéaire en masse optimisée sur les moteurs Rolls-Royce (excepté le TRENT 900 (Remarque 4.4, p. 135)). Erreur relative :  $Er_{\%} = -7.26 \cdot 10^{-3} M_{mTo} + 20.8$ 

b=20.8. Le gain sur l'ensemble des moteurs est aussi du même ordre 9%. Une correction basée sur les moteurs Rolls-Royce semble alors plus pertinente pour une correction non linéaire en masse.

Quelle forme de correction obtient-on sur la masse? Intéressons-nous alors à la forme de correction que cela entraîne sur l'expression de la masse corrigée.

$$Er_{\%} = 100 \left( \frac{M_{mR\acute{e}el} - M_{mTo}}{M_{mR\acute{e}el}} \right)$$
$$= aM_{mTo} + b$$

On désire une erreur nulle, soit  $M_{mR\acute{e}el}=M_{mToE}$ . Alors on obtient (Table 4.18, p. 154).

Cette relation n'est pas très attrayante d'un point de vue analytique. Ce serait appréciable si la correction de la masse moteur était linéaire par rapport à celle évaluée par le modèle

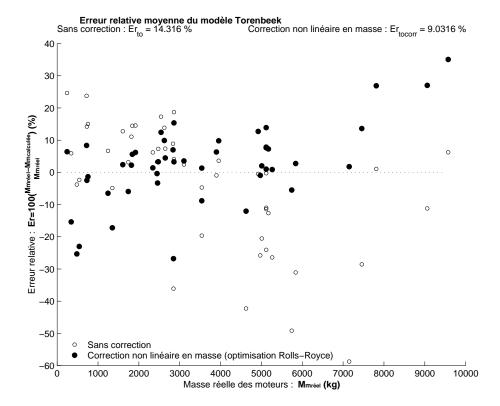


FIG. 4.20 – Loi de correction de la masse moteur évaluée par le modèle d'E. Torenbeek (Table 4.6, p. 131), non linéaire en masse optimisée sur les moteurs Rolls-Royce excepté le TRENT 900 (Remarque 4.4, p. 135). Erreur relative :  $Er_{\%} = -7.26 \ 10^{-3} M_{mTo} + 20.8$ 

$$M_{mToE} = \frac{M_{mTo}}{1 - \frac{a}{100} M_{mTo} - \frac{b}{100}}$$

$$a = -7.26 \cdot 10^{-3}$$

$$b = 20.8$$

Tab. 4.18 – Loi de correction non linéaire en masse

du professeur Torenbeek. Regardons alors si ce type de correction conviendrait.

### Correction linéaire en masse : $M_m = \alpha M_{mTo} + \beta$

D'un point de vue analytique, il est plus intéressant d'avoir une correction donnant une relation linéaire entre la masse estimée par le modèle du professeur Torenbeek et la masse corrigée. Nous allons alors vérifier si une correction de ce type, ne conviendrait pas :

$$M_{mToM} = \alpha M_{mTo} + \beta$$

#### Quelle forme de correction obtient-on sur l'erreur?

Une correction linéaire en masse  $M_{mToM} = \alpha M_{mTo} + \beta$  entraı̂ne une correction du type  $1 - \frac{x}{ax+b}$  en erreur :

$$Er_{\%} = 100 \left( \frac{M_{mR\acute{e}el} - M_{mTo}}{M_{mR\acute{e}el}} \right)$$
$$= 100 \left( 1 - \frac{M_{mTo}}{\alpha M_{mTo} + \beta} \right)$$

Une optimisation sur l'ensemble de nos moteurs donne les résultats suivants :  $\alpha = 759 \ 10^{-3}$  et  $\beta = 558$ .

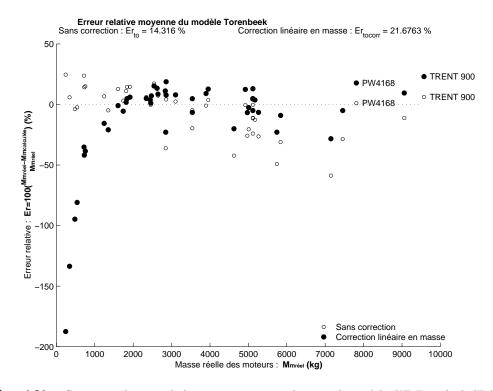


Fig. 4.21 – Correction linéaire de la masse moteur évaluée par le modèle d'E. Torenbeek (Table 4.6, p. 131), en masse  $M_{mToM} = 75910^{-3} M_{mTo} + 558$ . Optimisation sur l'ensemble des moteurs

Remarque 4.13 Cette correction linéaire en masse, contrairement à ce que faisait le modèle d'E. Torenbeek, surestime les masses des petits moteurs (erreur relative négative, donc la masse moteur corrigée est plus forte que la masse réelle). Le moteur le plus léger de notre base de donnée : FJ44 a une erreur d'estimation proche des -200%! Concrètement, il a une masse réelle de 242 kg et notre modèle corrigé lui prédit une masse de près de 700 kg! Cela est dû à notre forme de correction. En effet, une correction en  $1-\frac{x}{ax+b}$  a une grande répercussion sur les petites valeurs de masses moteurs.

À ce stade nous pourrions nous décourager puisque cette correction aggrave l'erreur pour certains moteurs, jusqu'à près de 200%! De ce fait, notre correction n'est pas très bonne pour l'ensemble des moteurs : l'erreur moyenne est à plus de 21.7% (soit plus mauvaise que

le modèle de correction non linéaire en masse et plus mauvais que le modèle d'origine d'E. Torenbeek!). Mais regardons plus attentivement. Ce sont uniquement les moteurs de faibles masses qui sont aggravés. Les moteurs ayant ce comportement sont ceux de masses inférieures à 1 500 kg ce qui correspond à des poussées au sol et à l'arrêt de l'ordre de  $F_0 = 60\ 000\ N$ . Ces valeurs de poussée moteur sont assez faibles devant celles des moteurs implantés sur les avions de transports commerciaux actuels. Nous verrons alors que ce modèle est cependant bien adapté pour les gros moteurs implantés sur des avions de ligne (Section 4.3, p. 158).

#### 4.2.3 Conclusion : Modèles adaptés à tous les moteurs

Dans cette section, nous avons élaboré des modèles de devis de masse moteur avionné. Nous retenons alors deux modèles pour une étude sur l'ensemble des moteurs (c'est-à-dire pour des moteurs couvrant le domaine actuel des poussées moteurs  $F_0$ ).

Pour une estimation statistique, uniquement fonction de la poussée au sol et à l'arrêt, nous conseillons d'utiliser le modèle de masse spécifique linéaire par morceaux (Table 4.19, p. 156).

# Modèle de masse moteur linéaire par morceaux :

$$M_m = k_{\rm av/br} M_{mbrut}$$

$$M_{mbrut} = 22.2 \, 10^{-3} \, F_0$$
  $F_0 < 80 \, kN$   
=  $14.1 \, 10^{-3} \, F_0 + 648$   $F_0 \ge 80 \, kN$ 

**Mode d'obtention :** Identification par les moindres carrés sur l'ensemble des données expérimentales moteurs à disposition (Appendix H, p. 275), (Remarque 4.4, p. 135). Coupure choisie graphiquement à  $F_0 = 80~000~N$ .

Domaine de définition: Tous les réacteurs simple ou double flux.

**Précision :** 7.2% par rapport à l'ensemble des données expérimentales moteurs (Appendix H, p. 275), (Remarque 4.4, p. 135), et 6.45% par rapport aux moteurs civils (implantés sur Airbus, Boeing, McDonnell Douglas, Fokker, . . . ).

# Variables :

Symboles : Désignation	Unités
$M_m$ : Masse moteur avionné (avec nacelle, mât,	kg
équipements	
$M_{mbrut}$ : Masse moteur brut	kg
$F_0$ : Poussée au point fixe (poussée maximale au	N
sol et à l'arrêt) d'un seul moteur.	
$k_{ m av/br}$ : Proportion (Remarque 4.1, p. 124) entre la	
masse moteur avionné et la masse moteur brut	
$(k_{ m av/br}pprox 1.2)$	

TAB. 4.19 – Modèle statistique de devis de masse moteur retenus pour l'ensemble des moteurs : Masse Spécifique moteur Linéaire Par Morceaux (Table 4.16, p. 140)

Pour une estimation fonction de paramètres moteur, nous conseillons d'utiliser la loi de correction de la masse estimée par le Modèle d'E.Torenbeek (Table 4.6, p. 131), non linéaire en masse (Table 4.20, p. 157).

Loi de correction du modèle d'E.Torenbeek:

$$M_{mToE} = \frac{M_{mTo}}{1 + \frac{7.26 \cdot 10^{-3}}{100} M_{mTo} - \frac{20.8}{100}}$$

Mode d'obtention : Correction linéaire de l'erreur d'estimation du modèle d'E.Torenbeek en fonction de la masse moteur estimée.

 $\bf Précision: 9\%$  sur l'ensemble des moteurs au lieu des 14% du modèle d'origine d'E.Torenbeek.

Domaine de définition : Tous les moteurs.

Variables et Unités :

 $M_{mToE}$ : Masse moteur avionné kg $M_{mTo}$ : Masse moteur avionnée déterminée par le mo- kg

dèle d'E.Torenbeek (Equation 4.5, p. 130)

$$\frac{M_{m\,To}}{F_0} = k_{\rm av/br} \, \left( \frac{10\varepsilon_c^{\frac{1}{4}}}{340.43\sqrt{5\eta_n(1+\eta_{tf}\lambda)G_0}} + 0.0122 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1+0.75\lambda}} \right) \right)$$

Tab. 4.20 – Modèle de masse moteur d'E. Torenbeek avec correction linéaire en erreur relative

# 4.3 Modèles adaptés aux gros moteurs civils

Nous cherchons dans cette partie à établir des modèles adaptés aux moteurs implantés sur des avions de lignes. Ces moteurs sont ceux qui conviennent pour notre étude puisque nous nous occupons des avions de transport civils, il est donc intéressant d'établir un modèle (loi statistique et loi Torenbeek) de masse adapté pour ces moteurs. Pour cela, nous allons procéder de la même manière que la section précédente mais en considérant uniquement les gros moteurs civils pour optimiser les modèles. Nous avons donc sélectionné dans notre base de données moteur, les moteurs implantés sur des avions de ligne de type Airbus, Boeing ou Mac Donnell Douglas. Ceci revient alors à filtrer les petits moteurs ainsi que les moteurs des gros porteurs militaires.

REMARQUE 4.14 Nous avons pu constater au cours des sections précédentes, que les petits moteurs (c'est-à-dire de poussées  $F_0 < 80~kN$ , donc de masses de l'ordre de  $M_m = 2~000~kg$ ) se distinguaient des autres moteurs. Ils semblaient répondre à une loi de masse différente. Or ce ne sont généralement pas des moteurs implantés sur des avions de lignes. En effet, le rapport poussée sur poids total de l'avion  $\frac{F_0}{M_{MTOW}g}$  est souvent du même ordre de grandeur sur les avions. J-L.Boiffier [Boi01], nous propose  $\frac{F_0}{M_{MTOW}g} = 0.31$  pour un bimoteur. Soit alors un petit avion bimoteur dont les moteurs délivrent chacun au sol et à l'arrêt, une poussée  $F_0 = 80~kN$ . La masse totale de cet avion sera alors de  $M_{MTOW} = \frac{F_0}{0.31g} = \frac{2(80000)}{0.31(9.81)} = 52.6$  tonnes. Or si nous considérons le plus petit avion de ligne de la famille Airbus, l'A318, sa masse maximale au décollage  $M_{MTOW}$  est de 59 tonnes. En ne sélectionnant que les moteurs implantés sur des avions de ligne (de type Airbus, Boeing ou Mac Donnell Douglas), ces moteurs ne sont effectivement pas pris en compte, à l'exception du TAY 651 qui équipe le Boeing 727-100.

REMARQUE 4.15 Nous avons préféré filtrer nos moteurs sur le critère des avions de ligne (moteurs implantés sur des avions de ligne de type Airbus, Boeing ou Mac Donnell Douglas), plutôt que sur une valeur minimale de poussée  $F_0$  pour éliminer les moteurs des gros porteurs militaires. En effet, ces moteurs font parfois appel à des technologies différentes. Nous ne voulions pas perturber nos modèles de ce fait.

Nous allons alors voir que la loi statistique de masse linéaire par morceaux est encore meilleure pour les gros moteurs civils que pour l'ensemble des moteurs. Nous verrons qu'une correction linéaire en masse du modèle d'E.Torenbeek n'est cette fois-ci pas absurde et qu'une correction supplémentaire sur la contribution des masses du fan et du générateur semble nécessaire.

#### 4.3.1 Lois statistiques

Nous avons vu que la loi de masse spécifique par morceaux était vraiment le meilleur modèle pour tous les moteurs (Table 4.19, p. 156). Cette loi est encore meilleure pour les gros moteurs civils (Table 4.21, p. 159) puisque l'erreur moyenne n'est que de 6.45% (Remarque 4.4, p. 135).

REMARQUE 4.16 Pour information : le modèle de masse spécifique prédit une masse de  $M_{mS}^{\star}=5~873~kg$  avec une erreur de 24.8% pour le PW 4168 pesant en réalité 7 810 kg et une masse de  $M_{mS}^{\star}=6~510~kg$  avec une erreur de 32% pour le TRENT 900 pesant en réalité 9 573 kg. Rappelons que nous avons préféré ne pas tenir compte de ces deux moteurs (Remarque 4.4, p. 135).

Nous décidons donc de conserver cette loi de masse spécifique linéaire par morceaux pour les gros moteurs civils.

			$M_{sp}$	eLPM
Modèle	$F_0$	$M_m$	$M_{mS}^{\star}$	$E_{SLPM}$
	(N)	(kg)	(kg)	(%)
TAY 651	68503	1840	1822	1
BR715 55	88444	2474	2270	8
JT8D 217	90000	2444	2296	6
CFM56 7B20	91633	2849	2324	18
JT8D 219	96526	2458	2406	2
V2522 A5	97861	2859	2429	15
CFM56 3C1	104533	2341	2542	-9
CFM56 2A2	106757	2623	2579	2
V2500 A1	111206	2836	2654	6
V2525 D5	111206	2859	2654	7
CFM56 5A1	113500	2645	2693	-2
$CFM56\ 5C2$	138785	3103	3119	-1
V2533 A5	146791	2847	3255	-14
PW2037	170144	3897	3649	6
RB211 535E4	191718	3954	4013	-1
PW4152	231308	5117	4680	9
PW4052	232197	5117	4696	8
CF6 80C2B2	233532	5116	4718	8
PW4056	252437	5117	5037	2
CF6 80C2B1F	257997	5170	5131	1
PW4358	258000	5008	5131	-2
CF6 80A2	266893	4624	5281	-14
RB211 524H	269562	5263	5326	-1
CF6 80C2A5	272676	4972	5378	-8
CF6 80E1A2	300255	5838	5844	0
TRENT 772	316269	5742	6114	-6
PW4084	373651	7457	7082	5
GE90 85B	400340	9060	7532	17
TRENT 892	406123	7148	7630	-7
Erreur relative moyenne (%)				6.45

TAB. 4.21 – Loi statistique de masse moteur. Masse spécifique linéaire par morceaux  $M_{mS}^{\star}$  (Table 4.16, p. 140). Les TRENT 900 et PW 6148 ont été eliminés (Remarque 4.4, p. 135)

#### 4.3.2 Loi Torenbeek

Nous avons vu (Equation 4.1, p. 127) que la masse moteur  $M_{To}$  est la somme de la masse du fan  $m_f$  et de la masse du générateur  $m_g$ . Le professeur Torenbeek estimait alors la masse du fan comme proportionnelle à la poussée du fan  $m_f = C_2 F_f$  et la masse du générateur comme proportionnelle à son propre débit massique  $m_g = C_1 D_{mg}$ .

$$M_{To} = m_g + m_f$$
$$= C_1 D_{mg} + C_2 F_f$$

E.Torenbeek proposait alors, des valeurs statistiques pour les constantes  $C_1$  et  $C_2$ . La question légitime que nous pouvons nous poser, est la suivante : ces valeurs statistiques des coefficients  $C_1$  et  $C_2$ , sont-elles toujours adaptées aux moteurs actuels? L'industrie a-t-elle fait les mêmes gains, au fil des années, sur masse spécifique du générateur et sur celle du fan? Ce serait étonnant. Ceci nous amène à de nouveaux coefficients  $C_1$  et  $C_2$ . Nous n'allons donc plus nous contenter d'établir une correction après évaluation de la masse par le modèle d'E.Torenbeek, mais agir directement sur ce modèle. Pour cela, nous jouerons sur les valeurs des constantes  $C_1$  et  $C_2$ , tout en effectuant une correction sur la masse. Nous verrons alors que le modèle d'origine d'E.Torenbeek semble sous-estimer la masse du fan.

Pondération proportionnelle :  $M_{mTo} = k_{\mathbf{av/br}} \ (k_1 m_g + k_2 m_f)$ Modifier les constantes  $C_1$  et  $C_2$  du modèle Torenbeek, revient à considérer :

$$\begin{array}{lcl} M_{mTo} & = & k_{\mathrm{av/br}} \, M_{To} \\ & = & k_{\mathrm{av/br}} \, \left( k_1 m_g + k_2 m_f \right) \end{array}$$

Le facteur  $k_{\rm av/br}$  servait à obtenir une masse moteur avionné (Remarque 4.1, p. 124). Rappelons que nous avions les expressions de la masse du générateur  $m_g$  et de la masse du fan  $m_f$  suivantes :

$$m_g = \left(\frac{10\varepsilon_c^{\frac{1}{4}}}{340.43\sqrt{5\eta_n(1+\eta_{tf}\lambda)G_0}}\right)F_0$$
  
 $m_f = \left(0.0122\left(1-\frac{1}{\sqrt{1+0.75\lambda}}\right)\right)F_0$ 

Ainsi si nous prenons  $k_1=1$  et  $k_2=1$ , nous retrouvons le modèle d'origine d'E.Torenbeek (Table 4.6, p. 131). Déterminons les valeurs optimales de ces constantes, à l'aide de MATLAB (en utilisant la fonction "leastsq" qui permet une optimisation sur plusieurs paramètres), pour les gros moteurs civils de notre banque de données moteurs (Remarque 4.4, p. 135). Nous obtenons les valeurs suivantes :  $k_1=0.06$  et  $k_2=2.36$ . L'erreur relative sur l'ensemble des gros moteurs civils était de 16.3%. Avec ce type de pondération proportionnelle, nous obtenons 15.1%. Sans les 2 moteurs dont les données nous semblent étranges (Remarque 4.4, p. 135), ces erreurs sont de 17.2% pour le modèle d'origine d'E.Torenbeek et de 14.6% avec la pondération proportionnelle.

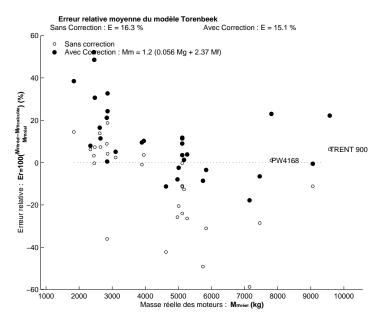


Fig. 4.22 – Pondération proportionnelle des masses du fan et du générateur du modèle d'E. Torenbeek (Equation 4.9, p. 160)

REMARQUE 4.17 Les valeurs des coefficients de la pondération proportionnelle des masses du fan et du générateur (Equation 4.9, p. 160) semblent montrer que la masse du fan était sous-estimée.

Nous retrouvons (Figure 4.22, p. 160) l'effet de masse étudié précédemment (Remarque 4.12, p. 151). C'est-à-dire que l'erreur relative semble liée linéairement à la masse moteur. Ainsi, le simple fait d'adapter les constantes  $C_1$  et  $C_2$  du modèle d'E.Torenbeek ne suffisent pas à recaler le modèle par rapport aux moteurs existants. L'effet de masse étant toujours présent, il faut envisager une correction supplémentaire.

# Pondération en puissance : $M_{mTo} = k_{\mathbf{av/br}} \left( m_g^{\ \alpha} + m_f^{\ \beta} \right)$

Nous avons alors pensé affecter les masses du fan  $m_f$  et du générateur  $m_g$  d'une puissance; tout comme les modèles statistiques existants (Table 4.6, p. 131) le faisaient avec la poussée au sol et à l'arrêt  $F_0$  pour traduire cet effet de masse. Soit la correction suivante :

$$M_{mTo} = k_{\text{av/br}} \left( m_g^{\alpha} + m_f^{\beta} \right) \tag{4.9}$$

L'optimisation des constantes  $\alpha$  et  $\beta$  se faisant toujours sur les gros moteurs civils (Remarque 4.4, p. 135), nous obtenons :  $\alpha = 0.9$  et  $\beta = 1.06$ .

REMARQUE 4.18 Les valeurs des coefficients de la pondération en puissance des masses du fan et du générateur (Equation 4.9, p. 161) semblent montrer que la masse du fan était aussi sous-estimée.

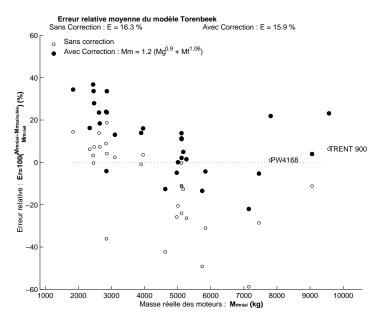


FIG. 4.23 — Pondération en puissance des masses du fan et du générateur du modèle d'E. Torenbeek (Equation 4.9, p. 161)

Cette correction permet d'obtenir une erreur relative moyenne de 15.9% sur l'ensemble des gros moteurs civils au lieu des 16.3% du modèle Torenbeek et 15.4% sans les deux moteurs étranges, au lieu de 17.2%. Soit une légère amélioration par rapport à la correction précédente : (pondération proportionnelle). Cela dit, l'effet de masse reste encore bien

présent. Nous allons donc tenter de faire une correction de masse, comme nous l'avions envisagé pour l'ensemble des moteurs (Section 4.2.2, p. 151), tout en pondérant aussi la masse du fan et du générateur.

#### Pondération linéaire

Nous avions étudié (Section 4.2.2, p. 151) deux types de corrections. L'une linéaire et l'autre pas, par rapport à la masse moteur. Nous avions vu que la correction linéaire en masse n'était pas bonne pour les petits moteurs ce qui entachait ses estimations sur l'ensemble des moteurs. Cependant les gros moteurs semblaient bien réagir à ce type de correction. Nous tenterons donc un type de correction linéaire en masse. Nous pondérerons aussi les masses du fan  $m_f$  et du générateur  $m_q$ . Soit la correction suivante :

$$M_{mTo} = \alpha \left( k_1 m_g + k_2 m_f \right) + \beta \tag{4.10}$$

Correction linéaire en masse :  $k_1 = k_2 = 1$  Posons les coefficients  $k_1$  et  $k_2$  égaux à 1. Cela revient à effectuer une correction linéaire en masse. L'étude effectuée sur l'ensemble des moteurs (Section 4.2.2, p. 151) laissait croire qu'une correction linéaire en masse serait meilleure qu'une correction non linéaire. Vérifions-le. Après optimisation sur les gros moteurs civils (Remarque 4.4, p. 135), nous obtenons :

$$M_{mToM} = 632 \, 10^{-3} M_{mTo} + 1136$$

 $M_{mToM}$ : Masse moteur avionné kg  $F_0$ : Poussée d'un moteur au sol et à l'arrêt N

Tab. 4.22 – Loi statistique de correction linéaire en masse

Nous obtenons alors une nette amélioration. Soit une erreur de seulement 8.9% pour les gros moteurs civils alors que nous avions 21.7% pour l'ensemble des moteurs! Cette correction s'avère effectivement, adaptée aux gros moteurs civils. Comparons alors cette loi de correction linéaire en masse adaptée aux gros moteurs civils avec la loi de correction non linéaire dont on disposait (et qui était meilleure sur l'ensemble des moteurs).

Correction Torenbeek non linéaire en masse	$1 - \frac{-7.2610}{100} M_{mTo} - \frac{20.8}{100}$
Correction Torenbeek linéaire en masse	$M_{mToM} = 632  10^{-3} M_{mTo} + 1136$

TAB. 4.23 – Correction du modèle d'E.Torenbeek.  $M_{mTo}$  représente la masse estimée par le modèle du professeur Torenbeek (Table 4.6, p. 131)

La correction non linéaire et celle linéaire en masse donnent des estimations avec le même ordre de précision (Table 4.24, p. 163). Nous retiendrons donc le type de correction linéaire en masse pour les gros moteurs civils, et qui a l'avantage de donner une forme analytique simple. Nous pouvons donc poursuivre dans cette voie en améliorant davantage cette correction par une pondération supplémentaire sur les masses du fan  $m_f$  et du générateur  $m_g$ .

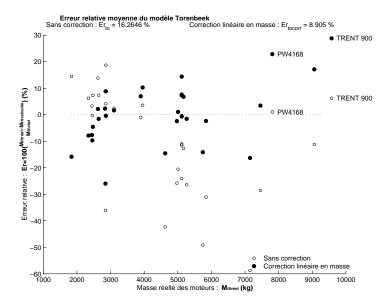


Fig. 4.24 – Correction linéaire en masse du modèle d'E. Torenbeek (Table 4.6, p. 131)  $M_{m\,To\,M}=$  $632\ 10^{-3} M_{mTo} + 1136$ . Optimisation faite sur les gros moteurs civils (Remarque 4.4, p. 135). Erreur relative calculée sur tous les gros moteurs civils.

Modèle de M.Torenbeek								
			Sans Correction   Avec Correction en masse			sse		
					non linéaire		linéaire	
Modèle	$F_0$	$M_{mR\acute{e}el}$	$M_{mTo}$	$E_{To}$	$M_{mToE}$	$E_{ToE}$	$M_{mToM}$	$E_{ToM}$
	(N)	(kg)	(kg)	(%)	(kg)	(%)	(kg)	(%)
CFM56 3C1	104533	2341	2196	6	2349	0	2525	-8
CFM56 5A1	113500	2645	2451	7	2573	3	2686	-2
CFM56 5C2	138785	3103	3028	2	3052	2	3051	2
CFM56 7B20	91633	2849	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
V2500 A1	111206	2836	2584	9	2687	5	2770	2
V2522 A5	97861	2859	2324	19	2463	14	2606	9
V2533 A5	146791	2847	3874	-36	3689	-30	3586	-26
V2525 D5	111206	2859	2741	4	2819	1	2869	0
CF6 80A2	266893	4624	6579	-42	5322	-15	5297	-15
CF6 80C2A5	272676	4972	6255	-26	5153	-4	5092	-2
CF6 80C2B1F	257997	5170	5825	-13	4919	5	4820	7
CF6 80C2B2	233532	5116	5130	0	4514	12	4381	14
CF6 80E1A2	300255	5838	7653	-31	5842	0	5976	-2
GE90 85B	400340	9060	10073	-11	6823	25	7507	17
JT8D 219	96526	2458	2465	0	2586	-5	2695	-10
PW2037	170144	3897	3934	-1	3732	4	3624	7
PW4052	232197	5117	5701	-11	4848	5	4741	7
PW4056	252437	5117	6346	-24	5201	-2	5150	-1
PW4152	231308	5117	5679	-11	4836	5	4727	8
PW4084	373651	7457	9587	-29	6644	11	7199	3
RB211 524H	269562	5263	6654	-26	5360	-2	5344	-2
RB211 535E4	191718	3954	3812	4	3644	8	3547	10
TRENT 772	316269	5742	8565	-49	6240	-9	6553	-14
TRENT 892	406123	7148	11348	-59	7256	-2	8313	-16
TAY 651	68503	1840	1574	14	1764	4	2131	-16
BR715 55	88444	2474	2293	7	2436	2	2587	-5
JT8D 217	90000	2444	2365	3	2498	-2	2632	-8
PW4358	258000	5008	6036	-21	5035	-1	4954	1
CFM56 2A2	106757	2623	2260	14	2406	8	2565	2
Erreur relat	ive moyer	nne (%)		17		7		8

TAB. 4.24 – Devis de Masse moteur par les modèles de M.Torenbeek corrigés (Table 4.23, p. 162) pour les Gros moteurs civils moteurs

Pondération linéaire sur tous les coefficients :  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $k_1$  et  $k_2$ 

$$M_{mTo} = \alpha (k_1 m_g + k_2 m_f) + \beta$$
$$= \alpha k_1 m_g + \alpha k_2 m_f + \beta$$

Nous utilisons la fonction "leastsq" de MATLAB pour effectuer l'optimisation sur les gros moteurs civils (Remarque 4.4, p. 135). Nous obtenons :  $\alpha k_1 = -0.03$ ,  $\alpha k_2 = 2.03$ ,  $\beta = 887 \ kg$ . Nous avons alors une erreur relative moyenne qui bat tous les records en

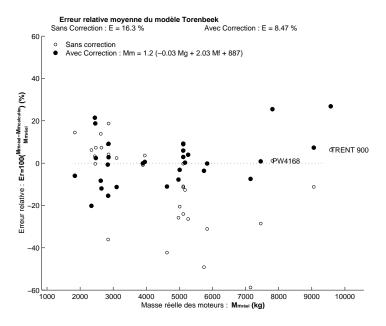


Fig. 4.25 – Pondération linéaire sur tous les coefficients :  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $k_1$  et  $k_2$ .

terme de correction du modèle Torenbeek puisque nous avons 8.47% sur l'ensemble des gros moteurs civils (au lieu des 16.3% du modèle Torenbeek) et 7.2% sans les deux moteurs dont les données semblent étranges (Remarque 4.4, p. 135). Cela dit, ne crions pas victoire trop vite! Cette correction est en fait dénuée de tout sens physique puisqu'elle considère une masse de générateur négative. Exploiter un tel modèle serait alors absurde.

Nous pouvons alors penser imposer une valeur positive aux coefficients de pondération des masses de fan et générateur. Pour cela nous utilisons la fonction "Isqnonlin" (fonction qui va à long terme remplacer "leastsq". Cette fonction permet de réaliser les mêmes optimisations que la fonction précédente, tout en utilisant des options. Nous exploitons l'une de ces options pour imposer une contribution positive des masses du fan et du générateur. Ce qui revient à imposer une valeur minimale nulle de la pondération). Ceci nous donne :  $\alpha$   $k_1 = 0$ ,  $\alpha$   $k_1 = 1.97$ ,  $\beta = 884$  kg. Nous avons une erreur relative moyenne de 8.38% sur l'ensemble des gros moteurs civils (au lieu des 16.3% du modèle Torenbeek) et 7.1% sans les 2 moteurs étranges (Remarque 4.4, p. 135).

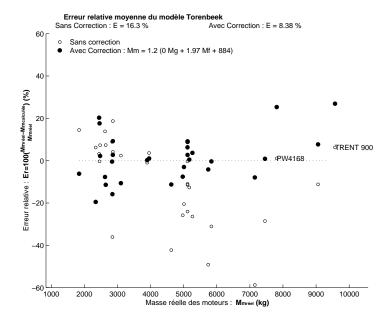


FIG. 4.26 – Pondération linéaire sur tous les coefficients :  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $k_1$  et  $k_2$ . Avec contrainte de pondération positive

Remarque 4.19 Cela peut paraître curieux d'obtenir une meilleure erreur relative avec une masse générateur nulle. La fonction "lsqnonlin" sans la contrainte positive donne bien le même résultat que "leastsq". Cela est dû au fait que les fonctions "lsqnonlin" et "leastsq" optimisent sur un autre type d'erreur que celle que nous avons choisie d'adopter (erreur relative (Equation 4.6, p. 131) et (Equation 4.7, p. 131)).

#### Pondération manuelle puis correction linéaire en masse

Nous venons de voir qu'une optimisation sur une pondération et correction linéaire en masse donnait des valeurs de coefficients absurdes (masse générateur  $m_g$  négative). Néanmoins, il est clair que la masse du fan  $m_f$  semble sous-estimée par le modèle d'E.Torenbeek. Nous pensons alors pondérer manuellement et optimiser la correction linéaire en masse. C'est-à-dire augmenter un peu la masse du fan au détriment de la masse du générateur en effectuant une correction linéaire en masse. Mais si nous augmentons la masse du fan, il faut rester cohérent et abaisser celle du générateur en conséquence. Avec  $M_{To}$  la masse moteur sec  $(M_{mTo} = k_{\rm av/br} M_{To})$ , nous avons statistiquement :

$$m_f = \frac{30}{100} M_{To}$$
 et  $m_g = \frac{70}{100} M_{To}$ 

D'où

$$M_{To} = k_1 m_g + k_2 m_f$$

$$= k_1 \frac{70}{100} M_{To} + k_2 \frac{30}{100} M_{To}$$

$$100 = 70k_1 + 30k_2$$

$$k_1 = (1 + \frac{3}{7}) - \frac{3}{7}k_2$$

$$(4.11)$$

Après plusieurs essais, nous observons que plus nous considérons une masse de fan importante, au dépend de la masse du générateur, meilleure est l'estimation. Nous retrouvons le fait que la pondération linéaire sur tous les coefficients, mène à une masse générateur la plus faible possible. Nous avons choisi d'augmenter la masse de fan  $m_f$  de 50%. C'est une valeur arbitraire mais qui nous semble raisonnable. Le modèle d'E.Torenbeek considérait en général, une masse de fan de 30% de la masse totale du moteur. Ce choix d'augmentation de 50%, revient à considérer la masse du fan  $m_f$  comme 45% de la masse totale, ce qui reste raisonnable.

$$M_{mTo} = \alpha \left( \left( \left( 1 + \frac{3}{7} \right) - \frac{3}{7} k_2 \right) m_g + k_2 m_f \right) + \beta \tag{4.12}$$

 $\alpha=0.63,\,\beta=1094\;kg,\,k_1=0.79$ imposée par  $k_2,\,k_2=1.5$  choisie. Nous obtenons alors

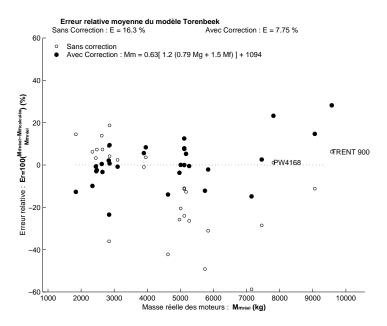


Fig. 4.27 – Pondération manuelle puis correction linéaire en masse (Equation 4.12, p. 166)

une erreur relative moyenne de 7.75% pour l'ensemble des gros moteurs civils et 6.46% sans les 2 moteurs étranges (Remarque 4.4, p. 135).

### 4.3.3 Conclusion : Modèles adaptés aux gros moteurs civils

Dans cette section (Section 4.3, p. 158), nous avons étudié des modèles de devis de masse moteur avionnés, adaptés aux gros moteurs civils. Nous retenons alors deux modèles pour une étude de ces moteurs (c'est-à-dire pour des moteurs à implanter sur des avions de ligne).

Pour une estimation statistique, uniquement fonction de la poussée au sol et à l'arrêt  $F_0$ , nous conseillons d'utiliser le modèle de masse spécifique linéaire par morceaux (Table 4.25, p. 167).

#### Modèle de masse moteur linéaire par morceaux :

$$M_m = k_{\rm av/br} M_{mbrut}$$

$$M_{mbrut} = 22.2 \, 10^{-3} \, F_0$$
  $F_0 < 80 \, kN$   
=  $14.1 \, 10^{-3} \, F_0 + 648$   $F_0 \ge 80 \, kN$ 

**Mode d'obtention :** Identification par les moindres carrés sur l'ensemble des données expérimentales moteurs à disposition (Appendix H, p. 275), (Remarque 4.4, p. 135). Coupure choisie graphiquement à  $F_0=80\ 000\ N$ .

Domaine de définition: Tous réacteurs simple ou double flux.

**Précision :** 7.2% par rapport à l'ensemble des données expérimentales moteurs (Appendix H, p. 275), (Remarque 4.4, p. 135), et 6.45% par rapport aux moteurs civils (implantés sur Airbus, Boeing, McDonnell Douglas, Fokker, . . . ).

#### Variables:

Symboles : Désignation	${f Unit\'es}$
$M_m$ : Masse moteur avionné (avec nacelle, mât,	kg
équipements	
$M_{mbrut}$ : Masse moteur brut	kg
$F_0$ : Poussée au point fixe (poussée maximale au	N
sol et à l'arrêt) d'un seul moteur.	
$k_{ m av/br}$ : Proportion (Remarque 4.1, p. 124) entre la	
masse moteur avionné et la masse moteur brut	
$(k_{ m av/br}pprox 1.2)$	

TAB. 4.25 – Modèle statistique de devis de masse moteur retenus les gros moteurs civils : Masse Spécifique moteur Linéaire Par Morceaux (Table 4.16, p. 140)

Pour une estimation fonction de paramètres moteur, nous conseillons d'utiliser la loi de pondération manuelle puis correction linéaire en masse (Table 4.26, p. 168) de la masse estimée par le Modèle d'E.Torenbeek (Table 4.6, p. 131).

Nous avons vu que l'optimisation sur une pondération des masses de fan  $m_f$  et de générateur  $m_g$  tendait vers un modèle de masse moteur qui ne dépendait que de la masse du fan. Autrement dit, un modèle qui ne dépend que du taux de dilution  $\lambda$  et de la poussée au sol et à l'arrêt  $F_0$ . Nous pourrions alors nous en contenter puisque finalement, nous

Loi de pondération manuelle et correction linéaire en masse :

$$M_{mTo} = k_{\text{av/br}} \alpha \left( k_1 m_g + k_2 m_f \right) + \beta$$

$$\alpha = 0.63 \qquad \beta = 1094 \, kg \qquad k_1 = \left( 1 + \frac{3}{7} \right) - \frac{3}{7} k_2 = 0.79 \qquad k_2 = 1.5$$

Variables et Unités :

 $(k_{\rm av/br} \approx 1.2)$ 

$$m_g = \left(\frac{10\varepsilon_c^{\frac{1}{4}}}{340.43\sqrt{5\eta_n(1+\eta_{tf}\lambda)G_0}}\right)F_0$$

$$m_f = 0.0123\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+0.75\lambda}}\right)F_0$$

**Mode d'obtention :** Optimisé sur les gros moteurs civils (Remarque 4.4, p. 135).

**Précision :** 7.75% sur l'ensemble des gros moteurs civils (c'est-à-dire des moteurs implantés sur des avions de ligne de type Airbus, Boeing ou Mac Donnell Douglas) au lieu des 16.3% du modèle d'origine d'E.Torenbeek (Equation 4.5, p. 130).

**Domaine de définition :** Gros moteurs civils ayant un taux de dilution  $\lambda$  compris entre 4.3 et 6.4.

Tab. 4.26 – Modèle Torenbeek corrigé retenu pour les gros moteurs civils : loi de correction linéaire en masse (Table 4.22, p. 162)

cherchons depuis le début à trouver un modèle de masse moteur qui dépende du taux de dilution  $\lambda$ . Le facteur correctif que nous définissons permettrait alors de donner la masse du moteur entier et pas uniquement celle du fan. Ainsi, les autres paramètres moteurs seraient déjà pris en compte, de manière indirecte, dans ces facteurs correctifs  $\alpha k_2$  et  $\beta$  (Table 4.26, p. 168), la poussée au sol et à l'arrêt  $F_0$  et le taux de dilution  $\lambda$  (Rappelons que comprimer davantage l'air, c'est à dire prendre un taux de compression élevé  $\varepsilon_c$ , permet d'obtenir une meilleure poussée  $F_0$  mais fait augmenter la température  $T_4$ . On est alors vite limité par la  $T_4$ . Meilleure est la  $T_4$ , meilleure est donc la poussée aussi . . . En somme, on sent bien que tous ces paramètres sont liés entre eux). Mais ne nous emballons pas si vite! Et faisons très attention à ce que nous tentons de mettre au point : un modèle qui dépend du taux de dilution pour les gros moteurs civils. Or, si nous examinons de près notre banque de données moteurs, les gros moteurs civils ont pratiquement tous, un

taux de dilution voisin de 5 (à l'exception de 4 moteurs<sup>3</sup> : le TRENT 900 ( $\lambda = 7.1$ ), le GE 90 85B ( $\lambda = 8.4$ ), JT8D 217 et 219 ( $\lambda = 1.73$  et  $\lambda = 1.77$ )). Ceci explique en partie pourquoi, l'optimum annulait la masse du générateur. En effet, si nous remplaçons le taux de dilution par  $(\lambda = 5)$  dans l'expression de la masse du fan et que nous considérons l'optimisation donnant une contribution nulle à la masse du générateur, nous retrouvons un modèle de masse spécifique linéaire par morceaux. Ainsi, nous tendions à obtenir le modèle statistique de masse linéaire par morceaux que nous avons mis au point et qui prédisait la masse moteur avec la plus belle précision. Alors de deux choses l'une : soit notre banque de données moteurs n'est pas représentative des gros moteurs civils actuels, c'est-à-dire qu'il nous manque des moteurs de taux de dilution différents de 5. Soit elle est vraiment représentative : auquel cas on peut se demander pourquoi, les motoristes construisent tous leurs gros moteurs civils avec un taux de dilution proche de 5? Est-ce déjà un optimum? Vis-à-vis de quoi? C'est ce que nous tenterons de mettre en évidence par la suite. Nous étudierons s'il existe un optimum du taux de dilution  $\lambda$  vis-à-vis des performances (distance franchissable :  $D_{RM}$ ). C'est pourquoi, nous mettrons au point des modèles de consommation spécifique (Section 2, p. 17) et éventuellement la traînée de la nacelle, en fonction du taux de dilution.

Nous avons donc choisi de faire une pondération manuelle (Section 4.3.2, p. 165) pour ne pas exagérer la correction, au point de devenir absurde physiquement. De cette façon nous gardons la propriété du modèle d'E. Torenbeek qui couvre un domaine large de moteur (en particulier avec un domaine large sur le taux de dilution  $\lambda$ ), tout en effectuant un ajustement autour des moteurs civils existants.

# 4.4 Modèles retenus pour notre étude

Dans le cadre de notre étude de l'altitude optimale de croisière des avions de transport civils, l'estimation de masse moteur est primordiale. C'est pourquoi nous avons consacré ce chapitre aux modèles de devis de masse moteur avionné. Nous aurions très bien pu nous servir des modèles existants (Table 4.6, p. 131). Pour une meilleure évaluation de la masse moteur, nous avons mis au point des modèles adaptés à tous les moteurs puis aux gros moteurs civils. Ces modèles "gros moteurs civils" (Table 4.25, p. 167) et (Table 4.26, p. 168) donnant des erreurs d'estimations plus faibles, et ces modèles étant adaptés à notre cas d'étude (avions de transport civils), nous les retiendrons donc pour notre étude.

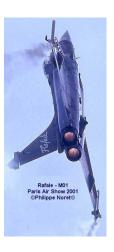
 $<sup>^3</sup>$ Non seulement, nous n'avions que 4 moteurs ayant un taux de dilution  $\lambda$  très différent de 5 mais rappelons que le TRENT 900 ne nous a pas servi dans nos optimisations (Remarque 4.4, p. 135), que le GE 90 85B a des données étranges, et que les deux Pratt & Whitney JT8D 217 et 219 sont semblables : ils sont montés sur la queue du fuselage du MD80

# Deuxième partie

# Modèles Moteurs à faible taux de dilution

# Chapitre 5

# Poussée maximale $F_{max}$



 $Fig.\ 5.1-{\it Rafale\ M01\ avec\ la\ post-combustion\ allum\'ee}.$ 

### Sommaire

Joinna	.10	
5.	.1 Mod	dèles analytiques existants
	5.1.1	Modèle de J-C. Wanner
	5.1.2	Modèle de Clément Toussaint
	5.1.3	Modèle de J.Mattingly
5.	.2 Don	mées de poussée $F_{max}$ des moteurs d'avions de combat 181
5.	.3 Ana	dyse des modèles existants
	5.3.1	Loi de Mach $M$ et d'altitude $H$
	5.3.2	Régulation de température et post-combustion 186
	5.3.3	2 Types de comportement moteur
	5.3.4	Validation du Modèle de C.Toussaint 191
5.	.4 Ider	ntification sur le modèle C.Toussaint 191
	5.4.1	Méthode d'identification
	5.4.2	Poussée maximale $F_{max}$ à sec
	5.4.3	Gain de poussée avec Post-Combustion 200

Que ce soit pour l'étude de performances au décollage, du taux de montée, taux de virage, de la marge de manœuvre, de la croisière, ... un modèle de poussée maximale  $F_{max}$ que peut délivrer le moteur est nécessaire. Les modèles de poussée moteur existants sont soit très complexes, basés sur l'analyse aérodynamique et thermodynamique du cycle moteur et nécessitant généralement une mise en œuvre numérique [TF97, Mat96], soit très simplistes, adaptés à un moteur donné dans des cas de vol particuliers [MHD87, Wan84]. Or pour les études de type d'avant-projet, il est utile d'avoir un modèle intermédiaire, c'est-à-dire un modèle moteur simple analytiquement tout en étant fonction des paramètres influents. Ce chapitre présente l'élaboration de tels modèles de poussée, ou plus précisément le rapport  $\frac{\overline{F}_{max}}{F_0}$  de poussée maximale en vol sur la poussée au point fixe, pour des moteurs à très faible taux de dilution  $\lambda < 1$  avec ou sans post-combustion (ce sont les moteurs des avions de combat). Nos modèles sont donc simples analytiquement pour une mise en œuvre aisée de type avant-projet, et dans la mesure du possible, permettent l'étude analytique de performances avion. Ils dépendent également des paramètres influents opérationnels (Mach de vol M, altitude de vol h, position de la manette des gaz  $\delta_x$ ) et conceptuels (taux de dilution  $\lambda$ , taux de compression  $\varepsilon_c$ , température d'entrée turbine  $T_4$ , température de réchauffe  $T_{PC}$ ), ce qui permet d'envisager l'étude de performances opérationnelles (comment piloter l'avion pour améliorer ses performances) et conceptuelles (comment concevoir l'avion pour améliorer ses performances).

Pour ce faire, le bilan des modèles analytiques (Section 5.1, p. 174) et expérimentaux (Section 5.2, p. 181) existants a d'abord été fait. Puis, l'analyse de ces derniers (Section 5.3, p. 181) a permis déterminer les paramètres influents et la structure analytique de nos modèles. Ensuite, nos modèles sont identifiés (Section 5.4, p. 191) sur celui de C. Toussaint qui est l'un des modèles analytiques existants le plus complet, basé sur l'étude thermodynamique et aérodynamique du cycle moteur. Les données expérimentales à disposition (Section 5.2, p. 181) étant trop incomplètes, aucun recalage de nos modèles n'a été effectués : nous ne disposons généralement que de la poussée au point fixe  $F_0$  et rarement d'une poussée en vol.

La précision de nos modèles par rapport au modèle de C.Toussaint, est de 1.6% pour le modèle de poussée maximale à sec (Section 5.4.2, p. 198) et de 1% pour le modèle de gain de poussée avec post-combustion (Section 5.4.3, p. 200).

# 5.1 Modèles analytiques existants

Dans cette partie, les rares modèles analytiques existants de poussée maximale  $F_{max}$  sont répertoriés. Ce sont des modèles soit complexe, nécessitant une mise en œuvre numérique, soit simpliste, ne tenant pas compte des paramètres conceptuels du moteur (taux de compression  $\varepsilon_c$ , taux de dilution  $\lambda$ , température d'entrée turbine  $T_4, \ldots$ ). Le modèle que nous mettrons au point sera intermédiaire à ces deux types de modèle : simple analytiquement mais générique.

#### 5.1.1 Modèle de J-C. Wanner

Un modèle simple et couramment utilisé, proposé par Jean-Claude Wanner [Wan84], définit la poussée de la manière suivante :

$$F = k_f \rho V^{\lambda_f} \delta_x \tag{5.1}$$

" L'exposant de la vitesse aérodynamique V,  $\lambda_f$  dépend du type de moteur. La poussée est proportionnelle à la masse volumique de l'air  $\rho$ . Ainsi, toutes

choses égales par ailleurs, la poussée est divisée par trois à 10 km d'altitude. Le coefficient  $k_f$  est une constante et  $\delta_x$  représente la position de la manette des "gaz", comprise entre 0 et 1."

 $\lambda_f \approx -1$  pour les propulsions à hélices  $\lambda_f \approx 0$  pour les réacteurs simple flux  $\lambda_f \approx 1$  pour les réacteurs simple flux avec post combustion  $\lambda_f \approx 2$  pour les stato-réacteurs

F: Poussée moteur N: Constante

ho : Masse volumique de l'air en vol  $kg.m^{-3}$  V : Vitesse aérodynamique  $m.s^{-1}$ 

 $\lambda_f$  : Coefficient dépendant du type de moteur  $\delta_x$  : Position de la manette des "gaz"  $0 \le \delta_x \le 1$ 

Ainsi pour connaître la poussée maximale  $F_{max}$ , il suffit de considérer que la manette des "gaz"  $\delta_x$  est au maximum, soit égale à  $1:\delta_x=1$ .

#### 5.1.2 Modèle de Clément Toussaint

# Modèle basé sur l'analyse aérodynamique et thermodynamique du cycle moteur

L'ONÉRA a développé un modèle de moteur double flux, double corps, à flux séparés [TF97] basé sur l'étude du cycle moteur, selon les lois de la thermodynamique et de l'aérodynamique.

Par une résolution itérative d'un système non linéaire, de 35 équations, ce modèle permet de déterminer le comportement d'un turbofan à n'importe quel point de vol, pourvu que les caractéristiques d'un seul cycle soit connues (ce sont généralement celles du point fixe qui sont utilisées). Clément Toussaint, qui avait participé activement à ce projet, a eu la gentillesse de reprendre ces travaux pour adapter ce modèle aux moteurs militaires avec et sans post-combustion. Il nous est alors possible de simuler (Figure 5.2, p. 176) le comportement de moteurs tels que le M88-2 (moteur du Rafale), le M53-P2 (moteur du Mirage 2000), le Larzac04C20 (moteur de l'AlphaJet) ou encore l'Olympus 593/610 (moteur du Concorde).

### Efficacité de la prise d'air $\eta_r$ :

Sur un avion, l'entrée d'air a pour but de ralentir l'écoulement d'air arrivant au moteur de manière à ce que le Mach à l'entrée du compresseur soit subsonique. Or, en vol supersonique, les ondes de choc provoquées par ce ralentissement provoque des pertes qui sont liées au Mach de vol M et également à la conception même de l'entrée d'air (sa géométrie). La conception de l'entrée d'air peut être très différente d'un avion à l'autre.

"In the intake the air is decelerated to a very low velocity before it flows the compressor. Because, at least in principle, there is no heat transfer, the total temperature remains constant as the flow velocity reduces from the flight speed ahead of the intake to the low velocity at the compressor inlet. In the case of subsonic intakes, viscous effects result in a reduction of total pressure, whilst for supersonic intakes a further cause for total pressure loss is the occurrence

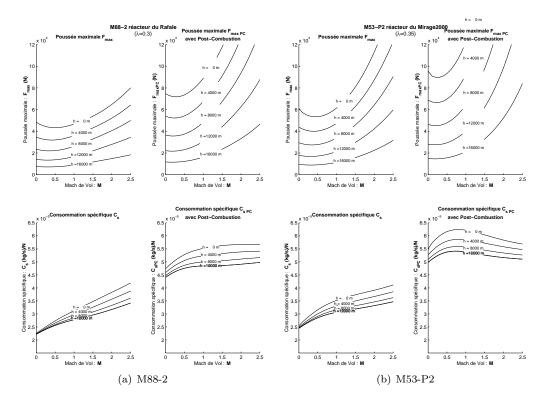


FIG. 5.2 – Modèle de C. Toussaint : Évolution de la poussée et de la consommation spécifique selon le Mach de vol pour des iso-altitudes, avec et sans post-combustion.

of shock waves. To describe the efficiency of the intake, the ratio of total pressure at the compressor inlet to the freestream total pressure may be used."

- G.Ruijgrok |Rui96| -

Le modèle de Clément Toussaint ne tient pas compte de ces pertes. Pour l'étude de performances avion, il est néanmoins nécessaire de considérer ces pertes. Pour cela il faut, soit évaluer l'efficacité de la prise d'air de l'avion de combat considéré, soit utiliser un modèle classique tel que la MIL-E-5008B (Figure 5.4, p. 178).

La pression totale d'entrée du moteur  $P_1$  (c'est-à-dire la pression totale devant le premier étage compresseur) est différente de celle, à l'extérieur, de l'atmosphère P. Le rapport  $\eta_r$  de ces deux pressions totales définit l'efficacité de la prise d'air (ou intake pressure recovery factor) :

$$\eta_r = \frac{P_1}{P}$$

"Installed Engine Thrust Corrections: The manufacturer's uninstalled engine thrust is based upon an assumed inlet pressure-recovery. For a subsonic engine, it is typically assumed that the inlet has perfect recovery i.e. 1. Supersonic military aircraft engines are usually defined using an inlet pressure-recovery of 1 at subsonic speeds and the inlet recovery of (Equation 5.2, p. 177) MIL-E-5008B model at supersonic speeds. The external compression inlets are



FIG. 5.3 – Le concorde : Les entrées d'air mises au point pour les quatres turbo-réacteurs Olympus 593/610 (Rolls-Royce/Snecma), les tuyères modulables à la sortie, permettent au Concorde, au delà de Mach M=1.7, de voler sans post-combustion. L'Olympus est le premier moteur civil à avoir été homologué pour utilisation continue à Mach 2. (Photo : Philippe Noret, dessin : www.concordejet.com)

of movable ramp design with a perfectly optimized schedule of ramp angles as a function of Mach number. To determine the pressure recovery of a fixed or less-than-perfect inlet, the shock tables should be used."

- D.Raymer |Ray99| -

Plusieurs évolutions de  $\eta_r$  avec le Mach M sont proposées dans [Ray99] (Figure 5.4, p. 178) selon les types d'entrée d'air (forme, nombres de chocs, ...). Un modèle classique<sup>1</sup> de cette perte  $\eta_r$  est proposée par la MIL-E-5008B :

$$\eta_r = \begin{cases}
1 & M \le 1 \\
1 - 0.075 (M - 1)^{1.35} & 1 \le M \le 5 \\
\frac{800}{M^4 + 935} & 5 \le M
\end{cases}$$
(5.2)

Cette perte de pression agit sur le débit moteur et donc directement sur la poussée F du moteur. La température d'arrêt est par contre, toujours égale à la température

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Cette expression analytique est couramment utilisée dans la littérature. J.Mattingly [Mat96] l'utilise et en précise la source : Model Specification for Engines, Aircraft, Turbojet, Military Specification MIL-E-5008B, Department of Defense, January 1959



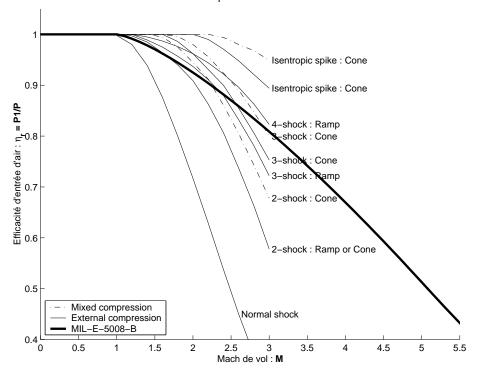


FIG. 5.4 – Modèles, proposés par D.Raymer [Ray99], de l'efficacité de la prise d'air  $\eta_r$  selon le type d'entrée d'air.

totale de l'atmosphère T. Ainsi, la poussée avionnée se déduit de la poussée du modèle de Clément Toussaint en multipliant celle-ci par l'efficacité de prise d'air  $\eta_r$ . Alors il suffit de considérer :

$$\left(\frac{F_{max}}{F_0}\right)_{\rm avionn\acute{e}e} = \frac{\eta_r}{\eta_{r0}} \, \left(\frac{F_{max}}{F_0}\right)_{\rm Mod\`{e}le~C.Toussaint}$$

Avec la perte au point fixe  $\eta_{r0} = \eta_r(M=0) \approx 1$ .

Remarque 5.1 A.Carrère [Car94] justifie ce résultat de la poussée proportionnelle à l'efficacité de prise d'air  $\eta_r$ . C'est la même chose pour la relation qui lie la consommation de carburant C réelle et celle de C.Toussaint. Ce qui fait que la consommation spécifique  $C_{SR} = \frac{C}{F}$  reste inchangée.

## 5.1.3 Modèle de J.Mattingly

Tout comme pour les moteurs d'avion civil, J.Mattingly propose [MHD87] un modèle de poussée maximale  $F_{max}$  pour les moteurs militaires avec et sans post-combustion.

"The variation of installed engine thrust with Mach number, altitude, and afterburner operation can be estimated by developing a simple algebraic equation that has been fit to either existing data of company-published performance curves or predicted data based on the output of off-design cycle analysis with estimates made for installation losses. The following algebraic equations for installed engine thrust lapse are based on the expected performance of advanced engines in the 1990 era and beyond:"

- J.Mattingly [MHD87] -

# Low bypass ratio mixed turbofan engine with afterburner:

military power:

$$\frac{F_{max}}{F_0} = 0.72 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{0.7} \left(0.88 + 0.245 \left|M - 0.6\right|^{1.4}\right)$$

maximal power:

$$\frac{F_{maxPC}}{F_{0PC}} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{0.7} \left(0.94 + 0.38 \left| M - 0.4 \right|^2\right)$$

#### Advanced turbojet with afterburning:

military power:

$$\frac{F_{max}}{F_0} = 0.76 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{0.7} \left(0.907 + 0.262 \left|M - 0.5\right|^{1.5}\right)$$

maximal power:

$$\frac{F_{maxPC}}{F_{0PC}} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{0.7} \left(0.952 + 0.3 \left| M - 0.4 \right|^{1.5}\right)$$
 (5.3)

La poussée à sec correspond à "military power" et celle avec réchauffe, c'est-à-dire avec la post-combustion allumée correspond à "maximal power".

: Poussée maximale à sec  $F_{max}$ NN: Poussée maximale avec post-combustion  $F_{max\,PC}$ N $F_0$ : Poussée maximale au point fixe à sec  $F_{0PC}$ : Poussée maximale au point fixe avec post-combustion NM: Mach de vol h: Altitude de vol : Masse volumique de l'air en vol ρ : Masse volumique au sol  $\rho_0 = \rho(h=0) = 1.225 kg.m^{-3}$  $\rho_0$ 

Nous verrons par la suite (Remarque 5.4, p. 185), que la modélisation en  $\rho^{0.7}$  de l'effet de l'altitude sur la poussée maximale n'est pas adaptée, tout comme celle en  $\rho^{0.6}$  ne l'est pas pour les moteurs d'avions de transport civils [ONE]. Cet exposant semble là pour rattraper les estimations, en vol supersonique (Mach  $M \approx 1.5$ , altitude  $h \approx 11 \, km$ ),

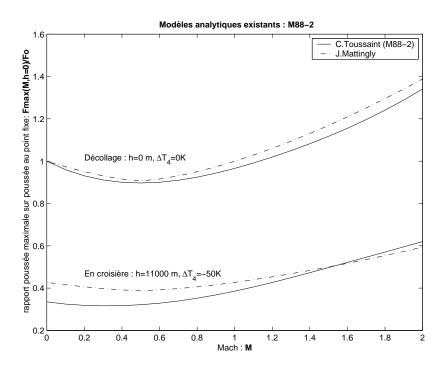


FIG. 5.5 – La variation de poussée maximale à sec (sans post-combustion) fonction du Mach du Modèle de J.Mattingly (Equation 5.3, p. 179) semble adaptée aux performances au décollage du M88-2. Ce n'est, par contre, pas le cas en croisière. L'exposant de la masse volumique  $\rho^{0.7}$  semble recaler le modèle de J.Mattingly sur une valeur de croisière de h=11 km et M=0.5. Nous confirmerons par la suite qu'une modélisation en  $\rho^{0.7}$  n'est pas adaptée (Remarque 5.4, p. 185), (Figure 5.7, p. 183). Nous garderons de cette figure un ordre de grandeur de l'évolution de la poussée maximale : rien qu'en prenant de la vitesse pour décoller, un avion de combat va perdre ( $M\approx0.3$ ) presque 10% de sa poussée au point fixe  $F_0$ . En croisière à h=11 km, il perd 65% de  $F_0$  à M=0.8, et 40% de  $F_0$  à M=2.

d'une modélisation de la poussée fonction du Mach adaptée aux faibles altitudes (Figure 5.5, p. 180).

J.Mattingly propose également [Mat96] un modèle similaire à celui de Clément Toussaint, basé sur l'étude du cycle moteur, dont la mise en œuvre est numérique.

# 5.2 Données de poussée $F_{max}$ des moteurs d'avions de combat

Afin de tester la véracité des prédictions des modèles analytiques, il est nécessaire de les confronter à des modèles expérimentaux. Pour cela, a été constituée une banque de données moteurs d'avion de combat dont les données expérimentales sont répertoriées dans cette partie.

Modèle	λ	$T_4$	$\varepsilon_c$	$F_0$	(N)	Implanté sur
Moteur		K		sec	PC	
ATAR 9K50	0	1208	6.15	49200	70600	Mirage F1
Olympus 593/610	0	1440	14.5	143000	169000	Concorde
F199PW100	0.2	NaN	NaN	98000	156000	F22 Raptor
PW1120	0.2	1523	26.8	61300	91700	F4, LAVI
M88-2	0.3	1850	24.5	50000	75000	Rafale B,C,M
F404 GE 402	0.31	NaN	26	NaN	78200	F18 C,D
M53-P2	0.35	1533	9.8	64000	95000	Mirage 2000
F414	0.37	NaN	30	64900	97700	F18 E,F
EJ200	0.4	1750	26	60000	90000	EF-2000
F100 PW 229	0.4	NaN	32	79178	128998	F15, F16
F125	0.491	1645	18.45	28000	41100	Ching Kuo (IDF)
RD-33	0.55	1680	21.7	49500	81400	Mig-29
AL-31F	0.57	1600	NaN	78000	122600	Su-27
F100 PW 100/200	0.63	1553	23.3	65250	106000	F15, F16
Adour Mk811	0.75	1413	11.5	24550	37360	Hawk, T45A sans PC, et
						Jaguar, T-2, F-1 avec PC
F110 GE 129	0.76	NaN	NaN	NaN	129000	F-16
F110 GE 400	0.87	1643	30.3	75600	124500	F-14
LARZAC 04-C20	1.04	1433	11.1	14100	NaN	Alphajet
RB199 Mk103	1.06	1598	23.5	40700	71500	Tornado
LARZAC 04-C6	1.13	1403	10.5	13200	NaN	Alphajet

Modèle	M	h	$F_{max}$	· (N)	Constructeur
Moteur		(m)	sec	PC	
ATAR 9K50	2	11000	NaN	75000	SNECMA
Olympus 593/610	2	16130	44600	NaN	Rolls-Royce/SNECMA
M53-P2	2.2	16800	35900	NaN	SNECMA
LARZAC 04-C20	0.8	0	12150	NaN	SNECMA
RB199 Mk103	0.9	0	35000	91000	TU
LARZAC 04-C6	0.8	0	10900	NaN	SNECMA

Les "NaN" désignent les données qui font défaut (Not-a-Number). Malheureusement ces données sont trop incomplètes pour valider nos modèles car ceux-ci étudient le rapport de poussée en vol sur la poussée au point fixe<sup>2</sup>:  $\frac{F_{max}}{F_0}$  ou  $\frac{F_{maxPC}}{F_{0PC}}$ . Il faudrait donc au minimum 2 données de poussée maximale, ce dont nous ne disposons pas.

REMARQUE 5.2 C'est assez curieux. Pour les moteurs d'avions de transport civils, la connaissance d'une autre donnée de poussée maximale en vol (généralement en croisière) est généralement courante, mais une donnée telle que la température d'entrée turbine  $T_4$  reste souvent confidentielle. Alors que pour les moteurs d'avions de combat, cela semble le contraire.

# 5.3 Analyse des modèles existants

## 5.3.1 Loi de Mach M et d'altitude H

Contrairement au moteurs d'avions de ligne dont la poussée maximale de tout le domaine de vol était celle au point fixe  $F_0 = F_{max}(M=0,h=0,\Delta T_4=0)$ , les moteurs

 $<sup>^2\</sup>mathrm{Except\acute{e}}$  le modèle de C. Toussaint qui est capable de fournir la poussée au point fixe, mais dont la connaissance de paramètres moteurs supplémentaires au point fixe est nécessaire : débit d'air, rendement de divers composants, . . .

d'avions de combat qui ont de très faibles taux de dilution  $\lambda$ , ont une poussée en vol qui est souvent supérieure à  $F_0$ . Tous les modèles existants s'accordent pour affirmer que la poussée des moteurs d'avion de combat diminue faiblement pour les faibles Mach, puis croît fortement avec l'augmentation du Mach de vol (Figure 5.7, p. 183). Les avions de combat volent à des vitesses très différentes pouvant aller jusqu'à Mach 2 (rarement au delà). Cette croissance est d'autant plus marquée avec la post-combustion.

CE QU'IL FAUT RETENIR 5.1 La poussée maximale  $F_{max}$  est une fonction croissante du Mach  $M \geq 0.5$ . Pour les faibles Mach, notamment au décollage, la poussée peut décroître faiblement (perte de moins de 10% de  $F_0$ ) lorsque le Mach augmente (phénomène moins flagrant avec PC).

La décroissance pour les faibles Mach peut éventuellement être pénalisante pour les performances au décollage. Elle est d'autant plus marquée que le taux de dilution  $\lambda$  est élevé. Le Larzac qui a un taux de dilution de  $\lambda=1.04$  a une décroissance plus prononcée que les M53-P2 ou M88-2 qui ont des taux de dilution plus faibles (respectivement  $\lambda=0.35$  et  $\lambda=0.25$ ). En effet (Figure 5.8, p. 184), pour un Mach de M=0.3 et au sol  $h=0\,m$ , le Larzac perd pratiquement 20% de sa poussée au point fixe  $F_0$  alors que pour les M53-P2 et M88-2, cette perte est de l'ordre de 10%.

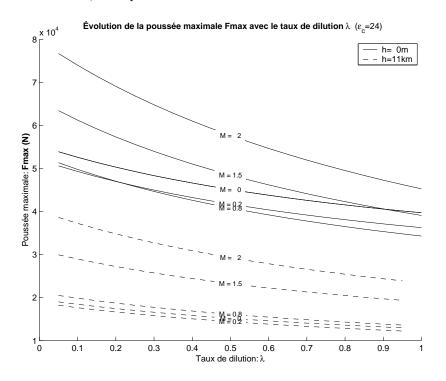


Fig. 5.6 – Plus le taux de dilution  $\lambda$  est élevé, plus la poussée maximale est faible.

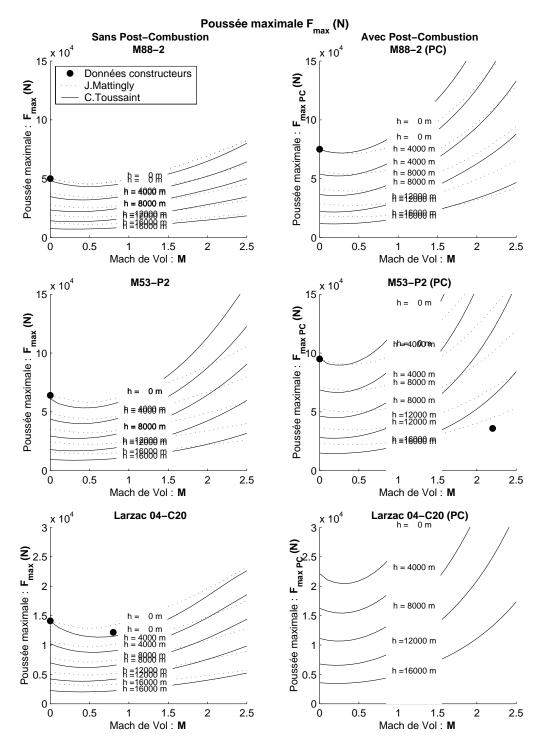


FIG. 5.7 – Le Modèle de J.Mattingly (Equation 5.3, p. 179) a besoin pour être tracé de la donnée au point fixe  $F_0$  ou  $F_{0PC}$ , contrairement à celui de C.Toussaint qui prédit d'ailleurs bien ces données expérimentales. (NB : La post-combustion du Larzac est donnée à titre indicatif puisque ce moteur ne possède pas de réchauffe en réalité.)

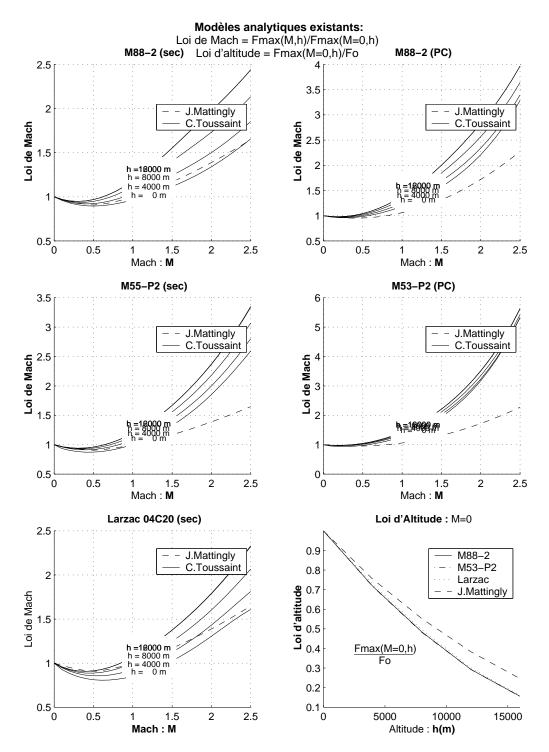


FIG. 5.8 – La Loi de Mach  $\boxed{\mathbf{M}} = \frac{F_{max}(M,h)}{F_{max}(M=0,h)}$  du modèle de J.Mattingly (Equation 5.3, p. 179) semble adaptée aux performances à faible altitude du M88. La loi d'altitude  $\boxed{\mathbf{H}} = \frac{F_{max}(M=0,h)}{F_0}$  de J.Mattingly en  $\rho^{0.7}$  est par contre inadaptée et, comme nous l'avions vu précedemment (Figure 5.5, p. 180), sert à recaler les prédictions du modèle en vol supersonique ( $M \approx 1.5$ ,  $h \approx 11 \, \mathrm{km}$ ).

Par ailleurs, les simulations du modèle de C. Toussaint (Figure 5.6, p. 182) montrent que, tout autres paramètres restant in changés, la poussée maximale  $F_{max}$  décroît lorsque le taux de dilution  $\lambda$  augmente.

CE QU'IL FAUT RETENIR 5.2 Le taux de dilution des moteurs d'avions de combat sont généralement très faibles :  $\lambda < 1$ . Tout comme pour les moteurs civils [ONE], la poussée des réacteurs militaires décroît lorsque le Mach (Mach faible M < 0.5) augmente et ceci d'autant plus que le taux de dilution  $\lambda$  est élevé. La particularité des moteurs de combat est que la poussée augmente avec la Mach (M > 0.5) d'autant plus que le taux de dilution est faible. La poussée maximale est une fonction décroissante du taux de dilution de conception  $\lambda$ .

CE QU'IL FAUT RETENIR 5.3 Pour les altitudes élevées  $11 \le h \le 20 \ km$  la Loi de Mach M, c'est-à-dire le rapport  $\frac{F_{max}(M,h)}{F_{max}(0,h)}$  de la poussée maximale de vol sur la poussée maximale à même altitude mais à Mach nul, est indépendante de l'altitude. Autrement dit, l'évolution de ce rapport en fonction du Mach est la même quelle que soit l'altitude  $h \ge 11 \ km$ . Pour la Troposphère  $h \le 11 \ km$ , ce rapport dépend de l'altitude : il est d'autant plus grand que l'altitude est élevée.

Par contre, la poussée décroît très fortement lorsque l'altitude de vol h augmente. Autrement dit, plus on vole haut, moins on a de poussée. Les avions de combat atteignent des altitudes plus élevées que les avions civils, au-dessus de la Troposphère. C'est pourquoi, nos modèles couvriront les altitudes jusqu'à  $h=20\,km$ . Cette perte de poussée avec l'altitude est proportionnelle à la masse volumique de l'air  $\rho$  (qui décroît avec l'altitude : modèle d'atmosphère standard) pour des altitudes  $11\,km \le h \le 20\,km$ . Pour la Troposphère  $h \le 11\,km$ , cette décroissance peut-être modèlisée par un polynôme d'ordre 2 en  $\rho$ .

Le Modèle de J.Mattingly (Equation 5.3, p. 179) est sous la forme d'un produit de deux fonctions : l'une dépendant du Mach de vol, l'autre dépendant de l'altitude en  $\rho^{0.7}$ . Ainsi le modèle J.Mattingly présente une variation de poussée avec le Mach, indépendante de l'altitude, et qui semble adaptée aux performances au décollage (Figure 5.5, p. 180). Or, nous avons vu que la variation de la poussée avec le Mach de vol dépendait de l'altitude dans la Troposphère (Figure 5.8, p. 184). C'est pourquoi le Modèle J.Mattingly s'avère inadapté pour décrire la variation de poussée avec le Mach pour les altitudes de croisière. L'exposant 0.7 de la masse volumique n'est pas adaptée non plus pour décrire la perte de poussée avec l'altitude (Figure 5.8, p. 184) mais semble choisi pour rattraper les estimations de poussée en vol supersonique : Mach M=1.5, altitude  $h=11 \ km$ . Le modèle de J-C. Wanner (Equation 5.1, p. 174), considère par contre, un exposant 1 de la masse volumique  $\rho$  et une variation de la poussée avec le Mach dépendante de l'altitude :

$$F = k_f \rho V^{\lambda_f} \delta x = k_f \rho \left( \sqrt{\gamma r T} M \right)^{\lambda_f} \delta x$$

CE QU'IL FAUT RETENIR 5.4 La poussée maximale  $F_{max}$  est une fonction décroissante de l'altitude h. Au delà de la Troposphère,  $h \geq 11 : km$ , la poussée est proportionnelle à la masse volumique de l'air  $\rho$  (et ce, quelque soit le Mach, le moteur et son régime<sup>a</sup>). Pour des altitudes  $h \leq 11 \ km$ , un polynôme d'ordre 2 en  $\rho$  suffit pour décrire la décroissance de poussée avec l'augmentation d'altitude.

Le fait que la poussée soit proportionnelle à la masse volumique au-delà de h=11km, est une propriété intéressante que l'on peut exploiter. En effet, au lieu de considérer directement la poussée maximale de vol rapportée à la poussée au point fixe  $\frac{F_{max}}{F_0}$ , il est pratique de décomposer ce rapport en deux :

 $<sup>^</sup>a\mathrm{Le}$  modèle de C. Toussaint permet d'étudier les moteurs régulés en température d'entrée Turbine. Ce la est peut-être différent pour les moteurs régulés en rotation de l'arbre  $\dots$  ?

La Loi de Mach : 
$$\mathbf{M} = \frac{F_{max}(M,h,\Delta T_4)}{F_{max}(M=0,h,\Delta T_4)}$$
  
La Loi d'Altitude :  $\mathbf{H} = \frac{F_{max}(M=0,h,\Delta T_4)}{F_0}$ 

Ainsi la Loi d'altitude  $\boxed{\mathbf{H}}$  est proportionnelle à la masse volumique  $\rho$  après  $11\,km$ , et la Loi de Mach  $\boxed{\mathbf{M}}$  qui à Mach nul M=0 est égale à 1, présente une variation identique (pour un moteur donné) selon le Mach pour des altitudes  $h\geq 11\,km$ : c'est le "Paquet de 11 km".

#### 5.3.2 Régulation de température et post-combustion

#### La Température d'entrée Turbine

La température d'entrée turbine est de l'ordre de  $T_4 = 1600 K$  mais les moteurs récents ont tendance à avoir des températures plus élevées (M88-2 :  $T_4 = 1850 K$ ).

Les motoristes définissent une température d'entrée turbine maximale de décollage, de montée et maximale continue de croisière. Au décollage la température d'entrée turbine  $T_4$  est maximale mais ne peut pas être maintenue pendant toute la durée du vol, sous peine d'endommager le moteur. On définit alors la régulation de température  $\Delta T_4$  qui est la différence de température opérationnelle (en vol) et conceptuelle (celle maximale au décollage) :

$$\Delta T_4 = T_{\text{4opérationnelle}} - T_{\text{4conceptuelle}}$$

Nous n'avons pas accès à cette donnée et n'avons pas suffisamment de données expérimentales pour l'évaluer. Cela dit, E.Torenbeek [Tor86], propose quelques ordres de grandeur pour les réacteurs à faible taux de dilution  $\lambda: \Delta T_4 = -150$  à -200~K. Ce paramètre est très influent sur la poussée : plus la température d'entrée turbine opérationnelle sera faible, moins la poussée sera importante. Le pilote peut, par l'intermédiaire de la "manette des gaz", réduire la température d'entrée turbine opérationnelle afin d'ajuster la poussée de ses moteurs selon ses besoins. Par conséquent, ce n'est plus une température d'entrée turbine maximale admissible, et donc le moteur créera une poussée non maximale  $F \leq F_{max}$ . Donc, il est nécessaire de considérer une  $\Delta T_4$  qui impose la température d'entrée turbine opérationnelle maximale admissible (définie par le motoriste selon les cas de vol : décollage, montée, croisière), donc qui limite la poussée maximale  $F_{max}$ . Mais considérer une valeur de  $\Delta T_4$  trop restrictive revient à considérer une poussée  $F \leq F_{max}$ .

Nous aurions pu penser à tort que seule la température d'entrée turbine opérationnelle (de vol) était importante pour la poussée et que la température conceptuelle avait peu d'importante. En fait, ce n'est pas le cas. Pour une même température opérationnelle d'entrée turbine  $T_{\text{4-opérationnelle}}$ , un même Mach, altitude de vol (les autres paramètres conceptuels moteur étant identiques :  $\varepsilon_c$ ,  $\lambda$ ), des moteurs ayant des températures conceptuelles d'entrée turbine  $T_{\text{4-conceptuelle}}$  différentes (donc des régulations  $\Delta T_4$  différentes), ne délivrent pas la même poussée (Figure 5.9, p. 187). L'écart pouvant parfois atteindre près de 10%. Un modèle de Poussée moteur doit alors tenir compte à la fois de la température d'entrée turbine conceptuelle  $T_4$  et de la régulation  $\Delta T_4$ .

#### Température de réchauffe

"La post-combustion de carburant est possible en raison de la présence dans les gaz ayant traversé la turbine d'une forte proportion d'oxygène résiduel. En effet, comme il est nécessaire de limiter la température des gaz dans la

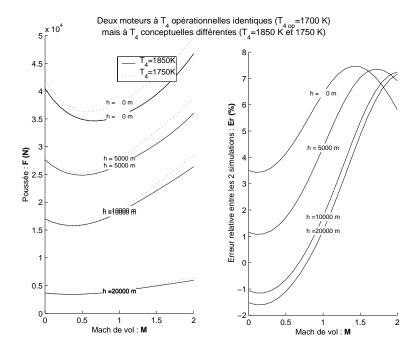


Fig. 5.9 — La température d'entrée Turbine conceptuelle  $T_4$  est influente : Pour une même température opérationnelle, le Modèle de C. Toussaint montre que, tout autres paramètres restant égaux par ailleurs, des moteurs de température d'entrée turbine conceptuelle différentes fournissent une poussée différente.

chambre de combustion en raison de la tenue mécanique des aubes de turbine, le mélange air-carburant réalisé n'a pas la richesse maximale (il y a un excédent d'air). D'où l'oxygène disponible. Le canal de post-combustion ne comportant pas de pièces mobiles, le niveau des températures possibles est beaucoup plus élevé que dans la turbine : de l'ordre de 1700 à 1800 °C (1973 à 2073 K) dans l'état actuel de nos connaissances métallurgiques."

- Snecma [Sne80] -

La température de réchauffe est de l'ordre de  $T_{PC} = 2050 \, K$ .

Le pilote de combat a, selon les avions, une manette qui lui permet de régler la postcombustion, c'est-à-dire de d'abaisser la température de réchauffe opérationnelle. Nous ne savons pas si les motoristes imposent des températures de réchauffe opérationnelles maximales selon les cas de vol (comme pour les températures d'entrée turbines opérationnelles).

$$\Delta T_{PC} = T_{PC \text{ opérationnelle}} - T_{PC \text{ conceptuelle}}$$

Dans le doute, notre modèle en tiendra compte d'autant plus que c'est un paramètre influent. Au pire, cela permettra au futur modèle de post-combustion de tenir compte de la régulation de post-combustion : Poussée de post-combustion non maximale.

#### 5.3.3 2 Types de comportement moteur

0.5

1

Mach de vol : M

1.5

0

Afin de valider la cohérence du modèle de C. Toussaint, nous avons comparé ses simulations aux diverses courbes moteurs disponibles dans la littérature [Mat96, MHD87, dl99]. C'est ainsi que deux types de comportement moteur nous sont apparus : soit la poussée moteur croît très fortement avec le Mach de vol, soit la poussée présente une croissance beaucoup plus faible avec le Mach et parfois même un changement de convexité pour les Mach supersoniques (Figure 5.10, p. 188). Plus la vitesse de vol augmente, plus l'air ayant

Modèle C.Toussaint :

# Loi de Mach: Fmax(M,h)/Fmax(M=0,h) de Mach: Fmax(M,h)/Fmax(M=0,h) 1.8 8.0 0.8 Ē 0 1.5 0 0.5 1.5 Mach de vol : M Mach de vol : M $\lambda$ =0.2, $\epsilon_c$ =26.5179, $T_4$ =1900K, $\Delta T_4$ =-200K $\lambda$ =0.2, ε<sub>c</sub>=26.5179, T<sub>4</sub>=1500K, $\Delta$ T<sub>4</sub>=-200K Loi de Mach: Fmax(M,h)/Fmax(M=0,h) Loi de Mach: Fmax(M,h)/Fmax(M=0,h) 2 1.8 1.6

Fig. 5.10 - Deux types de comportement moteur : l'un avec un taux de compression faible a des caractéristiques qui se rapprochent du stato-réacteur (la poussée croît très fortement avec le Mach), l'autre ayant un fort taux de compression a des gaz déjà très chaud en entrée de chambre de combustion (d'autant plus que le Mach est élevé : pression dynamique). Ainsi sa combustion est limitée sous peine de dépasser la température d'entrée turbine opérationnelle admissible par le moteur.

0.5

1

Mach de vol : M

2

2

une pression  $p_1$  est comprimé avant d'arriver au compresseur avec une pression  $p_1$ : c'est la pression dynamique.

$$\frac{p_1}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$\frac{T_1}{T} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right)$$

188 6 juillet 2006 Ceci, avec une combustion adéquate, permet de créer une poussée importante. Le comportement moteur se rapproche de celui d'un stato-réacteur : une très forte croissance de poussée avec l'augmentation de Mach.

Mais cela ne se passe pas toujours aussi bien. En effet, à la traversée du compresseur, la pression augmente évidemment (c'est le but!) de la pression d'entrée compresseur  $p_1$  à la pression de sortie compresseur  $p_3$  mais la température aussi (de  $T_1$  à  $T_3$ ).

$$\varepsilon_c = \frac{p_3}{p_1} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

L'air arrive donc en chambre de combustion avec une température  $T_3$  qui peut être élevée. Puis la combustion se fait augmentant la température à  $T_4$ . Or, l'efficacité de la combustion est directement liée à cet écart de température de chambre de combustion.

$$C P c_{eff} = D_m C p \left( T_4 - T_3 \right)$$

Avec C la consommation de carburant,  $Pc_{eff}$  le pouvoir calorifique effectif du kérosène,  $D_m$  le débit d'air du moteur, Cp la capacité calorifique (cf. [Car94]).

Et comme la température d'entrée turbine  $T_4$  est limitée pour des raisons de tenue mécanique des aubes [AJ96], la combustion est d'autant plus limitée que le taux de compression moteur  $\varepsilon_c$  et et le Mach M sont élevés. Cette limitation de combustion se traduit directement par une limitation de poussée. Pour les moteurs à fort taux de dilution  $\varepsilon_c$  et faible température d'entrée turbine opérationnelle, plus la vitesse augmente, plus la température en entrée de chambre de combustion sera élevée, et donc moins de carburant sera injectée de manière à respecter la  $T_4$  opérationnelle maximale admissible en limitant la combustion, donc en limitant la poussée  $F_{max}$ . Ainsi, pour ces moteurs, la poussée aura une croissance très faible, voir quasi-nulle avec le Mach. Il peut même y avoir un changement de convexité, généralement en supersonique M. La température de vol T diminuant lorsque l'altitude h augmente, ce changement de convexité se fait pour un Mach plus élevé quand l'altitude est plus haute. Les évolutions de la poussée maximale  $F_{max}$  a sec en fonction du Mach de vol M présentée par [dl99] vont même jusqu'à décroître pour des Mach trop élevés. Nous n'avons pas retrouvé ce comportement avec le modèle de C. Toussaint, ni dans les simulations présentées par J. Mattingly [Mat96, MHD87]. Cette chute de poussée avec l'augmentation de Mach nous semble liée à une limitation moteur, mais laquelle? Nous avions d'abord pensé à une limite de variation de section d'éjection du moteur. En effet, la section au col d'éjection d'un moteur s'adapte au fonctionnement du moteur en se rétrécissant avec la vitesse de vol et surtout en s'élargissant pour la post-combustion. Phénomène qu'il est possible de voir lors de démonstration aérienne d'avion de combat : la section d'éjection se referme ou s'ouvre telle un objectif d'appareil photo. Le modèle de C.Toussaint suppose que cette section s'adapte correctement au fonctionnement du moteur. Mais il est licite de se demander si la variation de section souhaitée est réalisable en pratique. La section pourrait se refermer avec la vitesse, jusqu'à une certaine limite technologique. À partir de ce Mach de vol, la section d'éjection ne serait plus adaptée, trop grande surtout à sec : ce qui expliquerait la limitation observée [dl99] uniquement à sec...? Le modèle de C.Toussaint ne tient pas compte de cette éventuelle limitation mais les variations de section observée, du moins pour le M88-2 restent tout à fait plausible et réalisable. Une autre limitation entre probablement en jeu pour le moteur présenté par [dl99] mais nous ne savons pas laquelle : l'entrée d'air? limite en rotation arbre? compresseur? . . .

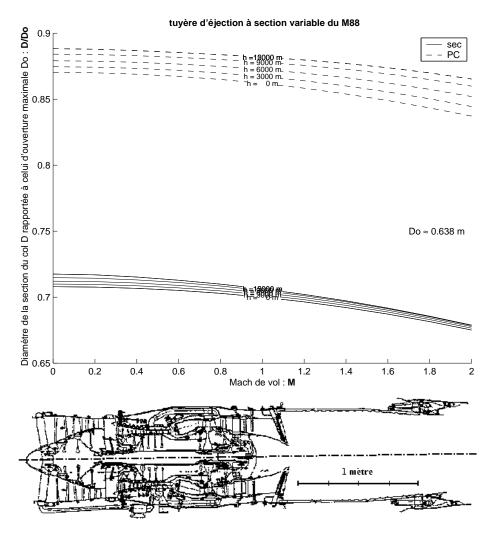


FIG. 5.11 – Tuyère d'éjection à section variable du M88-2. L'augmentation de température due à la réchauffe accroît le volume des gaz. La section d'éjection est alors augmentée par commande simultanée de vérins pour en faciliter leur évacuation. Le Modèle C. Toussaint ne fait pas de test sur la faisabilité technologique de la plage d'adaptation de l'ouverture/fermeture de la section du col. Cependant ces variations de sections restent tout à fait plausibles et réalisables sur le M88-2.

CE QU'IL FAUT RETENIR 5.5 On notera deux types de comportements moteur : Les moteurs à faibles taux de compression  $\varepsilon_c$ , forte température d'entrée turbine opérationnelle, qui ont un comportement se rapprochant des stato-réacteurs : forte croissance de poussée l'augmentation du Mach de vol M. Et les moteurs à fort taux de compression et faible température d'entrée turbine opérationnelle, dont la combustion est limité d'autant plus que le Mach est élevé : la poussée croît plus faiblement avec le Mach M.

#### 5.3.4 Validation du Modèle de C. Toussaint

Le modèle de Clément Toussaint a déjà été validé par des équipes de l'office pour divers moteurs : que ce soit des moteurs civils tels que le CFM56 ou des moteurs d'avion d'affaire ou militaire (Larzac). Les résultats étaient de 1.3% pour les moteurs de la famille des CFM56, de 2.6% pour les moteurs d'avions d'affaire (PW308A et PW535) et de 5% pour le Larzac 04C20. Il ne l'a néanmoins pas été pour ses prédictions avec post-combustion. Pour simuler des moteurs, la connaissance de paramètres conceptuels est nécessaire mais malheureusement pas toujours à notre disposition.

	A sec			Avec PC		
	$F_0$ (N)			$F_{0PC}$ (N)		
Moteur	donnée	calcul	$Er_{\%}$	donnée	calcul	$Er_{\%}$
M88-2	50000	48346	3.31	75000	74786	0.29
M53-P2	64000	61292	4.23	95000	94982	0.02
LARZAC 04-C20	14100	14535	-3.09	NaN	25285	NaN

	$oldsymbol{ ilde{A}~sec}{C_{SR}~10^5~({ m kg/s/N})}$					
Moteur	donnée	calcul	$Er_{\%}$	donnée	calcul	$Er_{\%}$
M88-2	2.22	2.26	-1.59	5	4.74	5.23
M53-P2	2.5	2.61	-4.51	5.83	5.55	4.82
LARZAC 04-C20	2.11	2.15	-1.96	NaN	5.89	NaN

### 5.4 Identification sur le modèle C. Toussaint

#### 5.4.1 Méthode d'identification

#### Moteurs simulés pour l'identification

Afin de bien dissocier l'influence des différents paramètres moteurs, nous avons décidé de simuler, grâce au modèle de Clément Toussaint, plusieurs "Faux moteurs" dont nous changerons les paramètres conceptuels. Nous avons travaillé à partir d'un moteur représentatif du M88-2 qui équipe l'avion de combat Rafale. Nous avions vu que la simulation nécessite la connaissance de paramètres conceptuels. Nous avons alors pris des paramètres proches de ceux au point fixe du M88-2. Les paramètres conceptuels communs de nos "Faux moteurs" sont alors :

- Le Nombre de Mach : M=0
- L'Altitude : h = 0m
- Le Débit total du moteur :  $D_m = 64 \, kg/s$
- Les Prélèvement de puissance sur l'arbre Haute Pression : 0 %
- Rendement du fan: 0.87
- Rendement du compresseur Basse Pression: 0.87
  Rendement du compresseur Haute Pression: 0.87
  Rendement de la turbine Haute Pression: 0.86
  Rendement de la turbine Basse Pression: 0.86
- Perte entrée d'air : 0.98
- Perte dans la chambre de combustion : 0.95
- Perte mélange du flux primaire : 0.98
- Perte canal + mélange du flux secondaire : 0.95
- Prélèvement de débit pour refroidissement : 0.97
- Prélèvement de débit pour usage externe : 1 (c'est-à-dire pas de prélèvement)
- Perte de puissance sur l'arbre Haute Pression : 0.999
- Perte de puissance sur l'arbre Basse Pression : 0.999

- Perte canal + mélange du flux mélangés : 0.95

Ensuite nous ferons varier les paramètres conceptuels suivants :

- Le taux de dilution  $\lambda$  (0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1)
- Le taux de compression  $\varepsilon_c$  (10.5, 15.8, 21.2 et 26.5)
- La température d'entrée turbine  $T_4$  (1500, 1700 et 1900 K)
- La température de réchauffe  $T_{PC}$  (1950, 2050 et 2150 K)

À partir de ces cycles conceptuels, nous avons simulé les performances opérationnelles de ces "Faux moteurs" aux points de vol désirés. Nous avons alors envisagé plusieurs altitudes h (de 0 à  $h=20\,km$ ), plusieurs Mach M (de 0 à M=2), plusieurs températures d'entrée turbine opérationnelles :  $\Delta T_4=0\,K$  (typique du décollage),  $\Delta T_4=-100\,K$  et  $\Delta T_4=-200\,K$  (typique de la croisière), et plusieurs Température de réchauffe opérationnelles  $\Delta T_{PC}=0\,K$ ,  $\Delta T_{PC}=-25\,K$  et  $\Delta T_{PC}=-50\,K$ . Cela revient à simuler 180 moteurs à trois  $\Delta T_4$  et trois  $\Delta T_{PC}$  différentes, soit 1620 simulations pour la postcombustion, et donc 540 simulations à sec.

REMARQUE 5.3 Nous n'avons pas cherché à prendre un maillage plus fin par considérations de temps de calcul. Mais au moins trois valeurs pour chaque variable afin de voir si le comportement est linéaire ou non. Nous avons aussi fait le choix de garder les autres paramètres conceptuels du M88-2. Cette méthode n'a pas la prétention de simuler des moteurs qui pourraient fonctionner de la sorte, mais de donner une idée de l'influence des différents paramètres moteur. D'ailleurs, le programme n'a pas convergé pour certains des moteurs. Les motoristes pourraient alors discuter ces choix et nous expliquer les différents couplages qu'il existe pour les moteurs réels, entre ces paramètres conceptuels (notamment sur le débit d'air  $D_m$ ).

#### 5.4.2 Poussée maximale $F_{max}$ à sec

# Loi de Mach: Compromis entre précision et structure attrayante pour l'étude analytique de performances avion

En vue d'études analytiques de performances avion, une étude récemment faite au département [DD02] à montré qu'une structure analytique de la Loi de Mach  $\boxed{\mathbf{M}}$  de la forme suivante était souhaitable :

```
a\,M^2+\frac{b}{M^2}+c \qquad \qquad \rightarrow \quad \text{Vitesse verticale}\,\,V_z\,\,\text{et pente}\,\,\gamma\,\,\text{analytiques} a\,M^2+\frac{b}{M^2}+c+\frac{d}{M} \qquad \rightarrow \quad \text{Vitesse verticale}\,\,V_z\,\,\text{analytique} a\,M^2+\frac{b}{M^2}+c+d\,\log M \qquad \rightarrow \quad \text{Pente}\,\,\gamma\,\,\text{analytique}
```

Ces structures analytiques ne sont pas déterminées à l'arrêt M=0, mais ont l'avantage de permettre l'étude analytique de performance en montée. Une autre structure adaptée aux performances au décollage devra être choisie pour les faibles Mach M<0.3.

L'étude s'intéressant aux avions de combat, les Mach étudiés vont jusqu'à M=2. Malheureusement, les structures analytiques proposées ci-dessus ne peuvent pas couvrir la plage étendue de Mach  $0.2 \le M \le 2$  avec suffisamment de précision : l'erreur relative moyenne du modèle final serait au mieux de 3% à sec et au mieux de 3.5% avec post-combustion. Ces piètres prédictions amène à séparer la plage de définition de Mach en deux parties : le vol subsonique  $0.2 \le M \le 1$ , et le vol supersonique  $1 \le M \le 2$ . La coupure à M=1 n'est pas gênante car les avions ne restent pas à voler à cette vitesse pendant très longtemps. L'étude des performances se fait généralement pour des vitesses avant ou après le mur du son :virage, montée, croisière, ... Le modèle ne sera donc pas forcément continu en M=1. La structure analytique  $a M^2 + \frac{b}{M^2} + c$ , est particulièrement intéressante car elle permet à la fois la détermination analytique de la vitesse verticale optimale  $V_{zopt}$ , et de la pente optimale  $\gamma_{opt}$ . En identifiant les coefficients

a, b, c pour chacune des simulations du modèle de C.Toussaint, on obtient la meilleure erreur relative  $Er_{\%meilleure}$  que l'on puisse espérer d'une telle structure. En effet, il reste encore à modéliser ces coefficients a, b, c en fonction des paramètres moteurs (taux de dilution  $\lambda$ , taux de compression  $\varepsilon_c$ , température d'entrée Turbine  $T_4, \ldots$ ) et de l'altitude h, ce qui dégradera l'erreur relative moyenne du modèle.

En identifiant les coefficients a, b, c sur l'ensemble des simulations, on obtient un modèle grossier qui ne tient pas compte ni de l'altitude, ni des paramètres moteurs (tel que le modèle de J.Mattingly) qui pourra forcément être amélioré par la modélisation de  $a(h, \lambda, \varepsilon_c, T_4, \ldots)$ ,  $b(h, \lambda, \varepsilon_c, T_4, \ldots)$ , et  $c(h, \lambda, \varepsilon_c, T_4, \ldots)$ . On obtient alors la précision la plus mauvaise  $Er_{\%pire}$  qu'un modèle de loi de Mach  $\boxed{\mathbf{M}}$  de la forme  $aM^2 + \frac{b}{M^2} + c$  puisse donner.

Ainsi, cela abouti à un encadrement de la précision du futur modèle :

$$\begin{array}{ccccc} Er_{\%meilleure} \, \leq \, Er_{\%} \, \leq \, Er_{\%pire} \\ \\ 0.3 \leq \, M \, \leq 1 & \rightarrow & 0.6 \, \leq \, Er_{\%} \, \leq 6.15 \, \% \\ 0.5 \leq \, M \, \leq 1 & \rightarrow & 0.42 \leq \, Er_{\%} \, \leq 6.72 \, \% \\ 1 \, \leq \, M \, \leq 2 & \rightarrow & 0.17 \leq \, Er_{\%} \, \leq 14.9 \, \% \end{array}$$

Pour espérer des précisions correctes du futur modèle il faudrait restreindre le domaine de vol subsonique à plus de Mach M>0.5, ce qui est assez gênant. D'autre part, par expérience, on sait qu'une structure analytique qui ne laisse espérer au mieux une erreur relative moyenne de 0.6% aura un final une précision qui dépassera largement le pour-cent (une fois tous les coefficients modélisés en fonction des paramètres moteur et altitude). Sans compter que cette erreur de Loi de Mach  $|\mathbf{M}|$  s'ajoutera à celle de la Loi d'altitude H. Ainsi, le modèle final risque de ne pas être très précis, tout en étant morcelé en trois morceaux (décollage, subsonique, supersonique), ce qui veut dire 3 fois plus de travail de modélisation. Il faut alors faire un compromis entre précision, domaine de validité et applications du futur modèle de poussée maximale. Une structure analytique de la forme  $a M^2 + \frac{b}{M^2} + c$ , aurait été intéressante point de vue étude analytique de performances avion, mais malheureusement n'est pas très bien adaptée au comportement moteur. Une séparation subsonique/supersonique permet d'améliorer le modèle mais les prédictions ne sont pas encore très précises. Cette structure analytique pourra être envisagée pour un domaine de Mach encore plus restreint ou pour un type de moteur donnée, selon l'étude de performance envisagée.

Nous avons donc décidé d'abandonner cette structure attrayante pour l'étude analytique de performances avion, au profit d'une autre structure simple (dépendant des paramètres influents mais dont la mise en œuvre est plus aisée que le modèle de C.Toussaint), néanmoins précise, et couvrant l'ensemble du domaine de Mach.

Nous avons décidé d'adopter la 4ème structure analytique proposée qui ne comporte que 4 coefficients à modéliser et dont la précision espérée reste envisageable. Il sera toujours possible d'identifier la structure analytique attrayante sur notre futur modèle (pour un

domaine de définition plus restreint) : cela restera plus aisé que de mettre en œuvre le modèle de C.Toussaint.

$$\boxed{\mathbf{M}} = 1 + e^{A(M - Mo)} \left( B M^2 + C M \right)$$

$$A = A_{11km} + (h - 11000) \begin{pmatrix} -7.42 \, 10^{-11} \, T_4 \, \varepsilon_c & -8.6 \, 10^{-8} \, \varepsilon_c \\ +7.79 \, 10^{-9} \, T_4 & -6.67 \, 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$Mo = Mo_{11km} + 8.82 \, 10^{-5} (h - 11000)$$

$$B = B_{11km} + (h - 11000) (6.51 \, 10^{-7} \, \varepsilon_c + -6.76 \, 10^{-6})$$

$$C = C_{11km} + (h - 11000) (6.16 \, 10^{-6} \, \lambda + 1.16 \, 10^{-5})$$

$$A_{11km} = \left(3.01 \, 10^{-6} \, \varepsilon_c^2 - 5.92 \, 10^{-4}\right) \, \Delta T_4 - 1.57 \, 10^{-2} \, \varepsilon_c + 9.88 \, 10^{-2}$$

$$- 5.92 \, 10^{-4} \, \Delta T_4 - 6.2 \, 10^{-3} \, \varepsilon_c \, \lambda + 6.45 \, 10^{-2} \, \lambda$$

$$Mo_{11km} = -2.36 \, 10^{-4} \, \varepsilon_c^2 + 5.36 \, 10^{-2} \, \varepsilon_c - 4.49 \, 10^{-2} + 9.52 \, 10^{-5} \, T_4$$

$$B_{11km} = 4.41 \, 10^{-7} \, \Delta T_4^2 + 7.94 \, 10^{-4} \, \Delta T_4 + 2.3 \, 10^{-2}$$

$$- 1.81 \, 10^{-3} \, \lambda \, \varepsilon_c - 3.93 \, 10^{-3} \, \varepsilon_c - 1.42 \, 10^{-2} \, \lambda + 3.08 \, 10^{-4} \, T_4$$

$$C_{11km} = -7.42 \, 10^{-5} \, T_4 - 4.3 \, 10^{-2} \, \lambda - 8.07 \, 10^{-2}$$

Précision : 1.55% d'erreur relative moyenne par rapport aux simulations du modèle de Clément Toussaint (erreur maximale 16%).

## Loi d'altitude $\boxed{\mathbf{H}}$ : proportionnelle à $\rho$ pour $h \geq 11 \ km$

Dans cette partie, la loi d'altitude  $\boxed{\mathbf{H}}$  sera modélisée pour les avions de combat à sec :

$$\boxed{\mathbf{H}} = \frac{F_{max}(M = 0, h, \Delta T_4)}{F_{max}(M = 0, h = 0, \Delta T_4 = 0)} = \frac{F_{max}(M = 0, h, \Delta T_4)}{F_0}$$

Nous avions vu que la poussée moteur était proportionnelle à la masse volumique de l'air  $\rho$  au delà de 11 km d'altitude (Remarque 5.4, p. 185). Autrement dit, en posant  $\boxed{\mathbf{H}_{11km}}$  la valeur de la loi d'altitude à  $h=11\,km$ , nous pouvons écrire :

$$\boxed{\mathbf{H}} = \boxed{\mathbf{H}_{11km}} \frac{\rho}{\rho_{11}} \qquad \qquad h \ge 11 \, km$$

Il reste maintenant à trouver un modèle de la loi d'altitude pour la Troposphère soit pour une altitude comprise entre  $0 \le h \le 11 \ km$ . Plusieurs modélisations très différentes peuvent se trouver dans la littérature : en  $\rho$ , en  $\rho^n$ , en  $\rho \left( \gamma r T \right)^{\frac{\lambda_f}{2}}$  ou encore en  $\delta = \frac{P}{P_0}$  ...

"The affect of altitude on engine performance is dependant on many factors. An approximation for the thrust lapse with altitude is occasionally found in the literature, for example:

$$\frac{Thrust \ at \ altitude}{Thrust \ at \ sea \ level} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n \quad (n < 1)$$

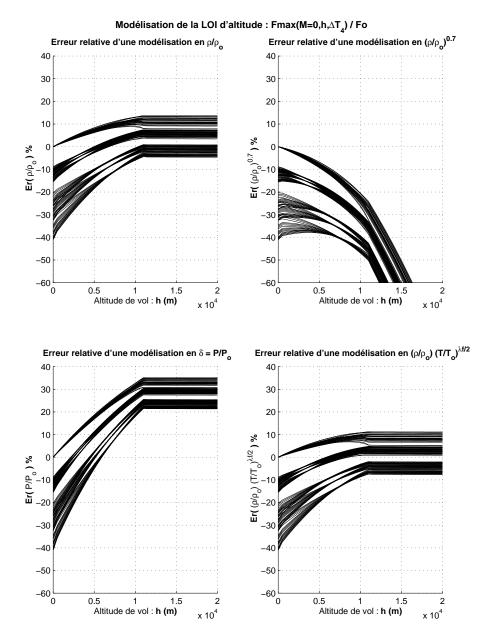


FIG. 5.12 – Les simulations du modèles C. Toussaint montrent que la loi d'altitude est belle et bien proportionnelle à la masse volumique de l'air  $\rho$  après 11 km d'altitude (ou proportionnelle à la pression P puisque  $P = \rho r T$  et que la température est constante après 11 km). Le modèle de Wanner (Equation 5.1, p. 174) suggérait une valeur de  $\lambda_f$  de 0 pour les simple flux à sec et 1 avec réchauffe, et de -1 pour les propulsions à hélices. Ici,  $\lambda_f$  a été pris à -0.2 : un réacteur double flux étant l'intermédiaire entre simple flux et moteur à hélice. Pour rendre l'erreur relative indépendante de l'altitude, ce modèle de Wanner devrait considérer des valeurs proches de -1, ce qui est contradictoire puisque les moteurs d'avions de combat ont des taux de dilution très faibles  $\lambda < 1$ .

where both values of the thrust have been defined at the same Mach number and engine rating. This should be considered as an interpolation method for calculing engine performance at altitudes where the engine manufacturer has not specified the thrust, rather than as a prediction method."

La diversité et les différences de toutes ces modélisations montrent qu'il n'y a pas "la" solution mais diverses tentatives pour décrire le comportement moteur dans la Troposphère. Ces diverses modèles ont été essayées sur les simulations du modèle de C. Toussaint afin de déterminer quel est celui qui est le mieux adapté. Par exemple pour la forme en  $k \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n$ , en optimisant les coefficients k et n pour chacune des simulations, nous obtenons la meilleure erreur relative moyenne qu'une telle modélisation laisse espérer. Celle-ci est de 0.95%, ce qui n'est pas extraordinaire en soi, et qui de plus, présente une erreur fonction de l'altitude avec un maxima aux altitudes moyennes  $h \approx 6 \ km$ . Ce n'est pas tant la piètre précision espérée, mais le fait que le gradient de loi d'altitude  $\mathbf{H}$  avec l'altitude de vol soit affecté qui est gênant. Même avec une correction de type sin comme cela avait été envisagé pour les moteurs civils [ONE], le résultat n'est pas probant. Cette modélisation n'a donc pas été retenue.

Par contre, un polynôme d'ordre 2 en masse volumique  $\rho$  laisse présager un bonne précision : au mieux de 0.06% dans la Troposphère avec au mieux 0.48% pour  $h \ge 11 km$ .

$$\mathbf{H} = a \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^2 + b \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) + c$$

Nous avons donc opté pour cette structure analytique de loi d'altitude  $\boxed{\mathbf{H}}$  dans la Troposphère  $(h \leq 11 \ km)$ . Pour les altitudes plus élevées  $(11 \ km \leq h \leq 20 \ km)$ , nous gardons la proportionnalité à  $\rho$  définie précédemment, avec :

$$\boxed{\mathbf{H}_{11km}} = \left(a\left(\frac{\rho_{11}}{\rho_0}\right)^2 + b\left(\frac{\rho_{11}}{\rho_0}\right) + c\right)\left(\frac{\rho}{\rho_{11}}\right)$$

Par définition de la loi d'altitude  $\boxed{\mathbf{H}}$ , pour  $h=0\,m,\,\Delta T_4=0\,K,$  la loi d'altitude doit être égale à  $\frac{F_0}{F_0}=1$ . Ainsi, cela impose une condition sur les coefficients  $a,\,b,\,c$ :

$$a(\Delta T_4 = 0) + b(\Delta T_4 = 0) + c(\Delta T_4 = 0) = 1$$

Ce qui peut se modéliser de la manière suivante :

$$a+b+c=1+\Delta T_4 f$$

Ainsi il suffit de modéliser deux coefficients parmi a, b, c et f. Les coefficients a et b se sont avérés plus facile à modéliser que c. Ainsi :

$$c = 1 + \Delta T_4 f - (a+b)$$

En identifiant les coefficients sur les simulations du modèle C. Toussaint, par rapport à des expressions analytiques qui nous ont parues appropriées après plusieurs tentatives,

nous obtenons:

$$a = \begin{pmatrix} (-9.83 \, 10^{-8} \, \Delta T_4 & -2.15 \, 10^{-7} \, T_4 & -1.88 \, 10^{-5} \, \lambda & +3.68 \, 10^{-4} &) \, \varepsilon_c^2 \\ + (2.26 \, 10^{-5} \, \Delta T_4 & +8.46 \, 10^{-6} \, T_4 & +1.03 \, 10^{-3} \, \lambda & -1.86 \, 10^{-2} &) \, \varepsilon_c \\ + (-1.57 \, 10^{-4} \, \Delta T_4 & -5.1 \, 10^{-5} \, T_4 & +9.58 \, 10^{-3} \, \lambda & -5.9 \, 10^{-2} &) \end{pmatrix}$$

$$b = (-7.76 \, 10^{-7} \, T_4 + 2.37 \, 10^{-3}) \, \Delta T_4 + (5.89 \, 10^{-3} \, \varepsilon_c + 1.117)$$

$$f = f_1 \, T_4 + f_2$$

$$f_1 = (6.16 \, 10^{-11} \, \Delta T_4 + 6.65 \, 10^{-9}) \, \varepsilon_c + (-9.52 \, 10^{-10} \, \Delta T_4 - 8.88 \, 10^{-7})$$

$$f_2 = (-1.22 \, 10^{-7} \, \Delta T_4 - 7.28 \, 10^{-7}) \, \varepsilon_c + (1.4 \, 10^{-6} \, \Delta T_4 - 7.47 \, 10^{-5} \, \lambda + 2.39 \, 10^{-3})$$

Précision : 0.38% d'erreur relative moyenne par rapport aux simulations du modèle de Clément Toussaint (erreur maximale 2%). L'erreur relative moyenne entre 11 et 20 km est de 0.5%.

#### Modèle de poussée max $F_{max}$ à sec

#### Modèle de Poussée Maximale à sec $F_{max}$ :

$$\begin{array}{cccc} \frac{F_{max}}{F_0} & = & \boxed{\mathbf{H}} \boxed{\mathbf{M}} \\ \text{Loi d'altitude} & \boxed{\mathbf{H}} & = & \frac{F_{max}(M=0,h,\Delta T_4)}{F_0} \\ \text{Loi de Mach} & \boxed{\mathbf{M}} & = & \frac{F_{max}(M,h,\Delta T_4)}{F_{max}(M=0,h,\Delta T_4)} \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \mathbf{H} & = & \begin{cases} a \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^2 + b \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) + 1 + \Delta T_4 f - (a+b) & h \leq 11 \ km \\ \hline \hline \mathbf{H}_{11km} & \frac{\rho}{\rho_{11}} & h > 11 \ km \end{cases}$$

 $a = (-9.83 \, 10^{-8} \, \Delta T_4 - 2.15 \, 10^{-7} \, T_4 - 1.88 \, 10^{-5} \, \lambda + 3.68 \, 10^{-4}) \, \varepsilon_c^2$   $+ (2.26 \, 10^{-5} \, \Delta T_4 + 8.46 \, 10^{-6} \, T_4 + 1.03 \, 10^{-3} \, \lambda - 1.86 \, 10^{-2}) \, \varepsilon_c$   $+ (-1.57 \, 10^{-4} \, \Delta T_4 - 5.1 \, 10^{-5} \, T_4 + 9.58 \, 10^{-3} \, \lambda - 5.9 \, 10^{-2})$ 

 $b = (-7.76 \cdot 10^{-7} \cdot T_4 + 2.37 \cdot 10^{-3}) \Delta T_4 + (5.89 \cdot 10^{-3} \cdot \varepsilon_c + 1.117)$ 

 $f = ((6.16 \, 10^{-11} \, \Delta T_4 + 6.65 \, 10^{-9}) \, \varepsilon_c - 9.52 \, 10^{-10} \, \Delta T_4 - 8.88 \, 10^{-7}) \, T_4$  $- (1.22 \, 10^{-7} \, \Delta T_4 + 7.28 \, 10^{-7}) \, \varepsilon_c + 1.4 \, 10^{-6} \, \Delta T_4 - 7.47 \, 10^{-5} \, \lambda + 2.39 \, 10^{-3}$ 

$$\mathbf{M} = 1 + e^{A(M-Mo)} (B M^2 + C M)$$

$$A = A_{11km} + (h - 11000) (7.79 \, 10^{-9} T_4 - 7.42 \, 10^{-11} T_4 \, \varepsilon_c - 8.6 \, 10^{-8} \varepsilon_c - 6.67 \, 10^{-6}$$

$$A_{11km} = (3.01 \, 10^{-6} \, \varepsilon_c^2 - 5.92 \, 10^{-4}) \, \Delta T_4 - 1.57 \, 10^{-2} \, \varepsilon_c + 9.88 \, 10^{-2}$$

 $- 5.92 \cdot 10^{-4} \Delta T_4 - 6.2 \cdot 10^{-3} \varepsilon_c \lambda + 6.45 \cdot 10^{-2} \lambda$ 

 $Mo = Mo_{11km} + 8.82 \, 10^{-5} (h - 11000)$ 

 $Mo_{11km} \ \ = \ \ -2.36 \ 10^{-4} \ \varepsilon_c^2 + 5.36 \ 10^{-2} \ \varepsilon_c - 4.49 \ 10^{-2} + 9.52 \ 10^{-5} \ T_4$ 

 $B = B_{11km} + (h - 11000) (6.51 \cdot 10^{-7} \varepsilon_c + -6.76 \cdot 10^{-6})$ 

 $B_{11km} = 4.41 \, 10^{-7} \, \Delta T_4^2 + 7.94 \, 10^{-4} \, \Delta T_4 + 2.3 \, 10^{-2}$ 

-  $1.81 \, 10^{-3} \, \lambda \, \varepsilon_c - 3.93 \, 10^{-3} \, \varepsilon_c - 1.42 \, 10^{-2} \, \lambda + 3.08 \, 10^{-4} \, T_4$ 

 $C = C_{11km} + (h - 11000) (6.16 \cdot 10^{-6} \lambda + 1.16 \cdot 10^{-5})$ 

 $C_{11km} = -7.42 \, 10^{-5} \, T_4 - 4.3 \, 10^{-2} \, \lambda - 8.07 \, 10^{-2}$ 

Variables et Unités : cf. (Table 5.2, p. 199)

**Mode d'obtention :** Identifié sur le modèle C. Toussaint par simulation de moteurs ( $\lambda \le 1$ , 1500  $\le T_4 \le 1900 K$ ,  $10 \le \varepsilon_c \le 27$ ,  $-200 \le \Delta T_4 \le 0 K$ )

**Précision :** 1.63% d'erreur relative moyenne par rapport au Modèle C.Toussaint (Loi d'altitude 0.38%, Loi de Mach 1.55%).

**Domaine de définition :** Mach M < 2, altitude  $h \le 20km$ , dilution  $\lambda < 1$ 

Tab. 5.1 – Modèle de Poussée maximale des moteurs d'avion de combat  $F_{max}$ 

$$\begin{array}{lll} F_{max} & : \text{Pouss\'ee moteur maximale \`a} \sec F_{max} = F_{max}(h,M,\Delta T_4) & N \\ F_0 & : \text{Pouss\'ee moteur maximale au point fixe } F_0 = F_{max}(M=0,h=0,\Delta T_4=0) & N \\ h & : \text{Altitude de vol } h \leq 20 \ km & m \\ \hline \textbf{H_{11km}} & : \text{Loi d'altitude \`a} \ h = 11 \ km \\ \hline \textbf{H_{11km}} & = \left(a \left(\frac{\rho_{11}}{\rho_0}\right)^2 + b \left(\frac{\rho_{11}}{\rho_0}\right) + c\right) \left(\frac{\rho}{\rho_{11}}\right) \\ M & : \text{Mach de vol } M < 2 \\ T_4 & : \text{Temp\'erature d'entr\'ee turbine conceptuelle} & K \\ \Delta T_4 & : \text{Diff\'erence entre la temp\'erature d'entr\'ee turbine op\'erationnelle et conceptuelle} & K \\ \varepsilon_c & : \text{Rapport conceptuel de pression sortie/entr\'ee du compresseur.} \\ \lambda & : \text{Taux de dilution conceptuel } \lambda < 1 \\ \rho & : \text{Masse volumique de l'air correspondant \`a l'altitude } h \ \text{selon l'atmosph\`ere} \ kg/m^3 \\ \text{standard (Appendix F.1, p. 269)} \\ \rho_0 & : \text{Masse volumique de l'air au sol } \rho_0 = \rho(h=0) = 1.225 \ kg/m^3 \ kg/m^3 \\ \rho_{11} & : \text{Masse volumique de l'air \`a} \ h = 11 \ km \ \rho_{11} = \rho(h=11000) = 0.364 \ kg/m^3 \ kg/m^3 \end{array}$$

TAB. 5.2 – Variables et unités du modèle de poussée maximale à sec  $F_{max}$  (Table 5.1, p. 198)

Pour un moteur d'avion de combat moyen de type M88-2 ( $\varepsilon_c=24.5,\ \lambda=0.3,\ T_4=1850\,K$ ), le modèle revient à l'expression suivante :

Performances au décollage à sec :  $\Delta T_4 = 0 K$ 

$$\frac{F_{max}}{F_0} = \left(-0.237 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^2 + 1.26 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) - 0.0244\right) \left(1 + e^{-0.337(M - 0.332)} \left(0.337 M^2 - 0.378 M\right)\right)$$

Performances en croisière à sec :  $\Delta T_4 = -100 \, K, \, h \geq 11 \, km$ 

$$\frac{F_{max}}{F_0} = 0.32 \frac{\rho}{\rho_{11}} \left( 1 + e^{-0.374(M-1.3)} \left( 0.403 \; M^2 - 0.231 \; M \right) \right)$$

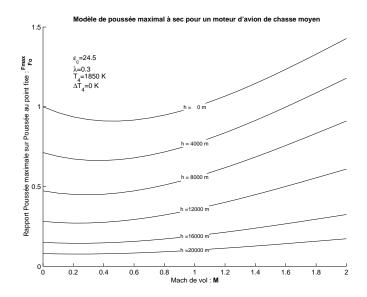


FIG. 5.13 – Le modèle obtenu : Évolution du rapport de la poussée maximale en vol  $F_{max}$  à sec, rapportée à la poussée au point fixe  $F_0$  pour un moteur d'avion de combat moyen.

#### 5.4.3 Gain de poussée avec Post-Combustion

Nous venons de mettre au point un modèle de poussée maximale  $F_{max}$  des moteurs d'avions de combat à sec, ce qui permet déjà diverses applications d'études de performances. Cependant, les avions de combat ont parfois recourt à la post-combustion pour certain cas de vol qui nécessitent un apport de poussée supplémentaire. Ce qui peut-être le cas lors du décollage, ou encore lors de virage... Il existe un réel besoin de modèle de poussée maximale avec réchauffe notamment pour les études de performances telles que la marge de manœuvre, le taux de virage maximal, le rayon de virage minimal. C'est pourquoi, cette partie présente l'élaboration d'un modèle de poussée maximale avec post-combustion  $F_{maxPC}$ , plus précisément un modèle du gain de poussée entre PC et sec. Ce modèle est identifié par rapport au modèle de C. Toussaint avec une précision de 1.28% par rapport à ce dernier.

Pourquoi modéliser 
$$\frac{\left(\frac{F_{maxPC}}{F_{0PC}}\right)}{\left(\frac{F_{max}}{F_{0}}\right)}$$
 ?

Un modèle permettant de déterminer la poussée maximale en vol avec post-combustion était nécessaire. Nous avions alors la possibilité de modéliser le rapport de poussée maxi-

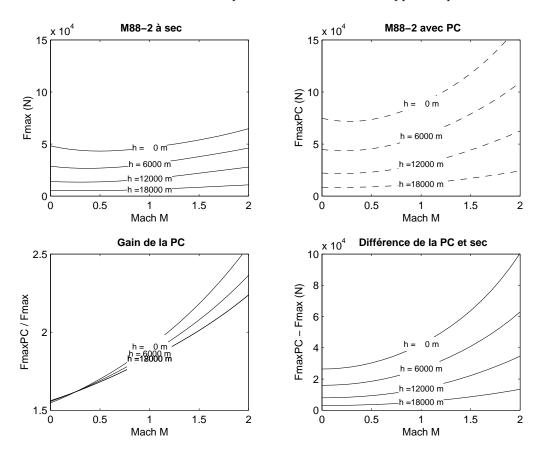


Fig. 5.14 - L'étude du gain de la post-combustion, c'est-à-dire le rapport de poussée maximale avec PC et à sec semble le plus simple à modéliser : à partir de 11 km, ce rapport ne dépend plus de l'altitude h.

male avec réchauffe rapporté à la poussée au point fixe avec réchauffe  $\frac{F_{maxPC}}{F_{0PC}}$ . Ce serait la même étude que celle précédemment effectuée pour le moteur à sec mais avec deux variables supplémentaires : les deux paramètres moteur de post-combustion à savoir la température de réchauffe conceptuelle  $T_{PC}$  et celle opérationnelle ce qui revient à considérer la régulation de post-combustion  $\Delta T_{PC}$  (Section 5.3.2, p. 186). Il aurait fallu dans ce cas refaire un modèle de loi de Mach  $\boxed{\mathbf{M}}$  et d'altitude  $\boxed{\mathbf{H}}$  avec post-combustion. Disposant désormais d'un modèle de post-combustion à sec, nous avons préféré étudier l'apport de la post-combustion par rapport au moteur à sec.

La poussée (à sec ou avec PC) étant proportionnelle à la masse volumique  $\rho$  après 11 km d'altitude, le rapport de poussée à sec/PC  $\frac{F_{maxPC}}{F_{max}}$  (contrairement à la différence :  $F_{maxPC} - F_{max}$ ), garde les propriétés étudiées précédemment à savoir que ce rapport ne dépend plus de l'altitude après 11 km. Les lois d'altitude à sec et PC étant similaires, cela revient à étudier une sorte de gain de loi de Mach.

Normalement, la poussée au point fixe à sec  $F_0$  et avec post-combustion  $F_{0PC}$  sont des données motoristes qualifiant le moteur. C'est pourquoi notre modèle de gain de poussée max avec post-combustion, les suppose connues.

$$\frac{\left(\frac{F_{maxPC}}{F_{0PC}}\right)}{\left(\frac{F_{max}}{F_{0}}\right)} = \frac{F_{maxPC}}{F_{max}} \frac{F_{0}}{F_{0PC}}$$

Cependant il n'est pas inutile d'avoir en tête quelques ordres de grandeur.

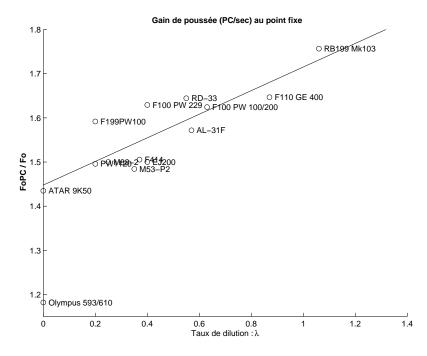


FIG. 5.15 – Le rapport de poussée au point fixe avec et sans post-combustion des moteurs réels d'avion de combat, semble liée au taux de dilution  $\lambda$ . Mise à part le moteur du concorde, l'Olympus, qui se dissocie des autres moteurs d'avion de combat, une regression linéaire permet de donner un ordre de grandeur (avec une corrélation de 0.85) de ce rapport :  $\frac{F_0PC}{F_0} \approx 0.267\lambda + 1.45$ .

La poussée au point fixe avec post-combustion  $F_{0PC}$  des avions de combat représente près de 1.57 fois la poussée au point fixe à sec  $F_0$ .

$$\frac{F_{0PC}}{F_0} \approx 1.57$$

Ce rapport peut néanmoins varier selon les moteurs. Les données expérimentales semblent indiquer que ce rapport dépende du taux de dilution  $\lambda$  (Figure 5.15, p. 201).

#### La structure analytique choisie

Le gain de poussée avec la post-combustion est une fonction croissante du Mach de vol (Figure 5.14, p. 200). Une modélisation linéaire de cette croissance n'est pas suffisante (Erreur relative serait d'au mieux 2.11%), par contre un polynôme d'ordre 2 en Mach convient (l'erreur du futur modèle sera au mieux de 0.28%).

$$\frac{\left(\frac{F_{max\,PC}}{F_{0\,PC}}\right)}{\left(\frac{F_{max}}{F_0}\right)} = \alpha M^2 + \beta M + \gamma$$

Encore faut-il modéliser les coefficients  $\alpha$   $\beta$  et  $\gamma$  en fonction des paramètres moteurs et de l'altitude ( $h \leq 11 \; km$ ). Par identification sur les simulations du modèle C. Toussaint, ce gain de poussée avec post-combustion a d'abord été modélisé pour des altitudes  $h \geq 11 \; km$ . Ceci a l'avantage de mettre en évidence l'influence des paramètres moteurs sur la croissance du gain de poussée avec l'augmentation du Mach de vol, indépendamment de l'altitude.

$$\begin{array}{lll} \alpha_{11km} & = & \left(\alpha_{11km1} \, \lambda + \alpha_{11km2} \, \varepsilon_c + \alpha_{11km3}\right) \, T_{4ops}^2 \\ & + & \left(\alpha_{11km4} \, \lambda + \alpha_{11km5} \, \varepsilon_c + \alpha_{11km6}\right) \, T_{4ops} \\ & + & \left(\alpha_{11km7} \, \lambda + \alpha_{11km8} \, \varepsilon_c + \alpha_{11km9}\right) \\ \beta_{11km} & = & \beta_{11km1} \, \lambda + \beta_{11km2} \, T_{4ops} + \beta_{11km3} \\ \gamma_{11km} & = & \gamma_{11km1} \, \Delta T_4 + \gamma_{11km2} \, T_4 + \gamma_{11km3} \, \Delta T_{PC} + \gamma_{11km4} \, T_{PC} + \gamma_{11km5} \end{array}$$

L'effet de l'altitude dans la Troposphère  $h \leq 11 \, km$ , a ensuite été envisagée. Une modélisation linéaire en masse volumique suffit à décrire la décroissance du gain de poussée PC avec l'altitude de vol.

$$\alpha = \alpha_{11km} + \left(\frac{\rho}{\rho_{11}} - 1\right) \alpha_h$$

$$\beta = \beta_{11km} + \left(\frac{\rho}{\rho_{11}} - 1\right) \beta_h$$

$$\gamma = \gamma_{11km} + \left(\frac{\rho}{\rho_{11}} - 1\right) \gamma_h$$

$$\begin{array}{lll} \alpha_{h} & = & (\alpha_{h1} \, \lambda + \alpha_{h2} \, \varepsilon_{c} + \alpha_{h3}) \, T_{4ops}^{2} \\ & + & (\alpha_{h4} \, \lambda + \alpha_{h5} \, \varepsilon_{c} + \alpha_{h6}) \, T_{4ops} \\ & + & (\alpha_{h7} \, \lambda + \alpha_{h8} \, \varepsilon_{c} + \alpha_{h9}) \\ \beta_{h} & = & (\beta_{h1} \, T_{4} + \beta_{h2} \, \Delta T_{4} + \beta_{h3} \, \lambda + \beta_{h4}) \, \varepsilon_{c}^{2} \\ & + & (\beta_{h5} \, T_{4} + \beta_{h6} \, \Delta T_{4} + \beta_{h7}) \, \varepsilon_{c} \\ & + & (\beta_{h8} \, T_{4} + \beta_{h9} \, \Delta T_{4} + \beta_{h10}) \\ \gamma_{h} & = & 0 \\ \forall \, h & \geq & 11 \, km, \quad \alpha_{h} = \beta_{h} = 0 \end{array}$$

Avec la température d'entrée opérationnelle définie par :

$$T_{4ops} = T_4 + \Delta T_4$$

Une identification sur l'ensemble des simulations du modèle C.Toussaint a permise de déterminer les valeurs numériques de ces coefficients.

$\alpha_{11km1} = -1.20  10^{-7}$	$\alpha_{11km2} = 3.7510^{-9}$	$\alpha_{11km3} = 3.97  10^{-8}$
$\alpha_{11km4} = 1.97  10^{-4}$	$\alpha_{11km5} = -2.00  10^{-5}$	$\alpha_{11km6} = -8.69  10^{-5}$
$\alpha_{11km7} = 3.99  10^{-2}$	$\alpha_{11km8} = 2.44  10^{-2}$	$\alpha_{11km9} = 3.64  10^{-2}$
$\beta_{11km_1} = 1.17  10^{-1}$	$\beta_{11km2} = -3.9910^{-5}$	$\beta_{11km_3} = 1.19  10^{-1}$
$\gamma_{11km_1} = -5.03  10^{-4}$	$\gamma_{11km_2} = -1.05  10^{-4}$	$\gamma_{11km3} = 4.94  10^{-4}$
$\gamma_{11km4} = 7.58  10^{-5}$	$\gamma_{11km_5} = 1.02$	•

$\alpha_{h1} = -2.88  10^{-8}$	$\alpha_{h2} = 6.48  10^{-9}$	$\alpha_{h3} = 2.53  10^{-8}$
$\alpha_{h4} = 3.65  10^{-5}$	$\alpha_{h5} = -2.4  10^{-5}$	$\alpha_{h6} = -6.3  10^{-5}$
$\alpha_{h7} = 2.83  10^{-2}$	$\alpha_{h8} = 2.35  10^{-2}$	$\alpha_{h9} = 2.44  10^{-2}$
$\beta_{h_1} = -8.47  10^{-9}$	$\beta_{h_2} = -3.38  10^{-7}$	$\beta_{h_3} = 5.31  10^{-5}$
$\beta_{h4} = -4.95  10^{-5}$	$\beta_{h_5} = -7.82  10^{-7}$	$\beta_{h_6} = 8.74  10^{-6}$
$\beta_{h7} = 1.01  10^{-3}$	$\beta_{h8} = 5.71  10^{-6}$	$\beta_{h9} = -9.02  10^{-5}$
$\beta_{h10} = 3.31  10^{-3}$		

#### Modèle du gain de la post-combustion

#### Modèle du gain de la Post-Combustion :

$$\frac{\left(\frac{F_{max\,PC}}{F_{0\,PC}}\right)}{\left(\frac{F_{max}}{F_{0}}\right)} = \alpha M^{2} + \beta M + \gamma$$

$$\alpha = (\alpha_{11km_{1}} \lambda + \alpha_{11km_{2}} \varepsilon_{c} + \alpha_{11km_{3}}) (\Delta T_{4} + T_{4})^{2}$$

$$+ (\alpha_{11km_{4}} \lambda + \alpha_{11km_{5}} \varepsilon_{c} + \alpha_{11km_{6}}) (\Delta T_{4} + T_{4})$$

$$+ (\alpha_{11km_{7}} \lambda + \alpha_{11km_{8}} \varepsilon_{c} + \alpha_{11km_{9}}) + \left(\frac{\rho}{\rho_{11}} - 1\right) \alpha_{h}$$

$$\beta = \beta_{11km_{1}} \lambda + \beta_{11km_{2}} (\Delta T_{4} + T_{4}) + \beta_{11km_{3}} + \left(\frac{\rho}{\rho_{11}} - 1\right) \beta_{h}$$

$$\gamma = \gamma_{11km_{1}} \Delta T_{4} + \gamma_{11km_{2}} T_{4} + \gamma_{11km_{3}} \Delta T_{PC} + \gamma_{11km_{4}} T_{PC} + \gamma_{11km_{5}}$$

$$\alpha_{h} = (\alpha_{h1} \lambda + \alpha_{h2} \varepsilon_{c} + \alpha_{h3}) (\Delta T_{4} + T_{4})^{2}$$

$$+ (\alpha_{h4} \lambda + \alpha_{h5} \varepsilon_{c} + \alpha_{h6}) (\Delta T_{4} + T_{4}) + (\alpha_{h7} \lambda + \alpha_{h8} \varepsilon_{c} + \alpha_{h9})$$

$$\beta_{h} = (\beta_{h_{1}} T_{4} + \beta_{h_{2}} \Delta T_{4} + \beta_{h_{3}} \lambda + \beta_{h_{4}}) \varepsilon_{c}^{2}$$

$$+ (\beta_{h_{5}} T_{4} + \beta_{h_{6}} \Delta T_{4} + \beta_{h_{7}}) \varepsilon_{c} + (\beta_{h_{8}} T_{4} + \beta_{h_{9}} \Delta T_{4} + \beta_{h_{10}})$$

$$\forall h \geq 11 km, \quad \alpha_{h} = \beta_{h} = 0$$

7	. 0	. 0
$\alpha_{11km1} = -1.2010^{-7}$	$\alpha_{11km2} = 3.7510^{-9}$	$\alpha_{11km3} = 3.97  10^{-8}$
$\alpha_{11km4} = 1.9710^{-4}$	$\alpha_{11km5} = -2.0010^{-5}$	$\alpha_{11km6} = -8.69  10^{-5}$
$\alpha_{11km7} = 3.99  10^{-2}$	$\alpha_{11km8} = 2.4410^{-2}$	$\alpha_{11km9} = 3.64  10^{-2}$
$\beta_{11km_1} = 1.17  10^{-1}$	$\beta_{11km2} = -3.9910^{-5}$	$\beta_{11km_3} = 1.19  10^{-1}$
$\gamma_{11km_1} = -5.03  10^{-4}$	$\gamma_{11km_2} = -1.05  10^{-4}$	$\gamma_{11km_3} = 4.94  10^{-4}$
$\gamma_{11km_4} = 7.58  10^{-5}$	$\gamma_{11km_5} = 1.02$	
$\alpha_{h_1} = -2.88  10^{-8}$	$\alpha_{h_2} = 6.48  10^{-9}$	$\alpha_{h_3} = 2.53  10^{-8}$
$\alpha_{h4} = 3.65  10^{-5}$	$\alpha_{h5} = -2.4  10^{-5}$	$\alpha_{h6} = -6.3  10^{-5}$
$\alpha_{h7} = 2.83  10^{-2}$	$\alpha_{h8} = 2.35  10^{-2}$	$\alpha_{h9} = 2.44  10^{-2}$
$\beta_{h_1} = -8.47  10^{-9}$	$\beta_{h_2} = -3.38  10^{-7}$	$\beta_{h_3} = 5.31  10^{-5}$
$\beta_{h_4} = -4.95  10^{-5}$	$\beta_{h_5} = -7.82  10^{-7}$	$\beta_{h_6} = 8.74  10^{-6}$
$\beta_{h_7} = 1.01  10^{-3}$	$\beta_{h_8} = 5.71  10^{-6}$	$\beta_{h_9} = -9.02  10^{-5}$
$\beta_{h_{10}} = 3.31  10^{-3}$		

Variables et Unités : cf. (Table 5.4, p. 205)

**Mode d'obtention :** Identifié sur le modèle C. Toussaint par simulation de moteurs ( $\lambda \le 1$ ,  $10 \le \varepsilon_c \le 27$ ,  $1500 \le T_4 \le 1900 K$ ,  $-200 \le \Delta T_4 \le 0 K$ ,  $1950 \le T_{PC} \le 2150 K$ ,  $-50 \le \Delta T_{PC} \le 0 K$ )

**Précision :** 1.28% d'erreur relative moyenne par rapport aux simulations numériques issues du modèle Onéra (1.1% pour  $h \ge 11 \ km)$ .

**Domaine de définition :** Mach M < 2, altitude  $h \le 20 \ km$ , dilution  $\lambda < 1$ 

Tab. 5.3 – Modèle de gain de Poussée (PC/sec) des moteurs d'avion de combat

$F_{max}$	: Poussée moteur maximale à sec (Table 5.1, p. 198)	N
$F_0$	: Poussée maximale à sec (sans post-combustion) au point fixe	N
	$F_0 = F_{max}(M = 0, h = 0, \Delta T_4 = 0)$	
$F_{maxPO}$	g: Poussée moteur maximale avec post-combustion PC	N
$F_{0PC}$	: Poussée maximale avec post-combustion PC au point fixe	N
	$F_{0PC} = F_{maxPC}(M = 0, h = 0, \Delta T_4 = 0, \Delta T_{PC} = 0)$	
h	: Altitude de vol $h \leq 20 \ km$	m
M	: Mach de vol $M < 2$	
$T_4$	: Température d'entrée turbine conceptuelle	K
$\Delta T_4$	: Différence entre la température d'entrée turbine opérationnelle et	K
	conceptuelle (Remarque 3.3, p. 93) : $\Delta T_4 = T_{4ops} - T_4 \leq 0$	
$T_{PC}$	: Température de réchauffe conceptuelle	K
$\Delta T_{PC}$	: Différence entre la température de réchauffe opérationnelle et concep-	K
	tuelle	
$\varepsilon_c$	: Rapport de pression sortie/entrée du compresseur conceptuel.	
$\lambda$	: Taux de dilution conceptuel $\lambda < 1$	
ho	: Masse volumique de l'air correspondant à l'altitude $h$ selon l'atmo-	$kg/m^3$
	sphère standard (Appendix F.1, p. 269)	
$ ho_{11}$	: Masse volumique de l'air, selon l'atmosphère standard (Appendix F.1,	$kg/m^3$
	p. 269), à $h = 11  km$ : $\rho_{11} = \rho(h = 11000) = 0.364  kg/m^3$	

Table 5.4 – Variables du modèle de poussée avec post combustion (Table 5.3, p. 204)

Pour un moteur d'avion de combat moyen de type M88-2 ( $\varepsilon_c=24.5,\ \lambda=0.3,\ T_4=1850\ K,\ T_{PC}=2061\ K)$ , le modèle revient à l'expression suivante : Gain de la post-combustion :  $\Delta T_4=0\ K,\ \Delta T_{PC}=0\ K,\ h\le 11\ km$ 

$$\frac{\left(\frac{F_{maxPC}}{F_{0PC}}\right)}{\left(\frac{F_{max}}{F_{0}}\right)} = \left(1.71 + 2.4\left(\frac{\rho}{\rho_{11}} - 1\right)\right) 10^{-2} M^{2} + \left(8.04 - 2.64\left(\frac{\rho}{\rho_{11}} - 1\right)\right) 10^{-2} M + 0.982$$

Gain de la post-combustion :  $\Delta T_4 = 0 K$ ,  $\Delta T_{PC} = 0 K$ , h > 11 km

$$\frac{\left(\frac{F_{max\,PC}}{F_{0\,PC}}\right)}{\left(\frac{F_{max}}{F_0}\right)} = 0.0171\,M^2 + 0.0804\,M + 0.982$$

# Chapitre 6

# Consommation spécifique $C_{SR}$



 $Fig.\ 6.1-\mathit{F18}\ en\ procédure\ de\ ravitaillement\ en\ vol$ 

# Sommaire

6.1 Mod	dèles analytiques existants	
6.1.1	Modèle d'E.Torenbeek	
6.1.2	Modèle de J.Mattingly	
6.1.3	Modèle d'A.Carrère	
6.1.4	Modèle de C.Toussaint	

## 6.1 Modèles analytiques existants

#### 6.1.1 Modèle d'E.Torenbeek

E.Torenbeek propose un modèle de consommation spécifique  $C_{SR}$  dans [Tor86] fondé sur l'analyse du fonctionnement du moteur. Il est adapté aux réacteurs simple et double flux, n'envisage pas la post-combustion et son domaine de validité est restreint aux Mach subsoniques M < 1. L'expression en unités du système international, pour un turbo-fan est donnée par :

$$C_{SR} = 2.01 \ 10^{-5} \frac{\left(\phi - \mu - \frac{K}{\eta_c}\right)\sqrt{\theta}}{\sqrt{5\eta_n(1 + \eta_{tf}\lambda)}\sqrt{G + 0.2M^2 \frac{\eta_d}{\eta_{tf}}\lambda} - (1 + \lambda)M}$$
(6.1)

Avec la fonction G du générateur :

$$G = \left(\phi - \frac{K}{\eta_c}\right) \left(1 - \frac{1.01}{\eta_i^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} (K + \mu)(1 - \frac{K}{\phi \eta_c \eta_t})}\right)$$

$$K = \mu(\varepsilon_c^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1)$$

$$\mu = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2$$

Les rendements moteurs: E.Torenbeek [Tor86] propose des ordres de grandeur des

G: Gas generator power function

 $G_0$ : Gas generator power function (static, sea level) K: Temperature function of compression process

M: Flight Mach number

 $T_4$  : Turbine Entry total Temperature K  $T_0$  : Ambient temperature at sea level K : Température de vol K

Tab. 6.1 – Nomenclature des variables de performances moteurs

rendements moteurs (Table 6.2, p. 208).

Rendement compresseur :  $0.84 \le \eta_c \le 0.86$ 

Rendement fan :  $0.85 \le \eta_f \le 0.87$  Take-off

 $0.82 \le \eta_f \le 0.85$  Cruise

Rendement tuyère (nozzle) :  $0.96 \le \eta_n \le 0.98$ Rendement turbine :  $0.87 \le \eta_t \le 0.89$ 

Tab. 6.2 – Valeurs courantes de rendements moteur

Des valeurs moyennes ont été adoptées. Afin d'assurer la continuité dans tout le domaine de Mach M, une loi linéaire en Mach a été considérée pour le rendement du fan  $\eta_f$  (Seule une valeur au décollage et une en croisière est donnée (Table 6.2, p. 208)). Le rendement de la tuyère (nozzle)  $0 \le \eta_n \le 1$  a été borné de manière à retrouver un taux de pression à

l'entrée du générateur  $\eta_i = 1$  pour un Mach nul M = 0 (Résultat donné par E.Torenbeek [Tor68]). En effet ce rendement peut poser problème pour des nombres de Mach proche de zéro.

```
: Is
entropic compressor efficiency \eta_c=0.85
\eta_c
             : Isentropic
                                                                              efficiency
\eta_d

\eta_d = 1 - 1.3 \left(\frac{0.05}{Re^{\frac{1}{5}}}\right)^2 \left(\frac{0.5}{M}\right)^2 \frac{L}{D}

             : Duct length
L:
                                                                                             m
D:
             : Inlet diameter
                                                                                             m
Re:
             : nombre de Reynolds à l'entrée de la tuyère
             : Isentropic fan efficiency \eta_f = 0.86 - 3.13 \ 10^{-2} M
\eta_f
                      Generator
                                       intake stagnation
                                                                    pressure
\eta_i
             : Isentropic efficiency of expansion process in nozzle
\eta_n
               \eta_n = 0.97
             : Isentropic turbine efficiency \eta_t = 0.88
\eta_t
             : \eta_{tf} = \eta_t \, \eta_f
\eta_{tf}
                      Tab. 6.3 – Nomenclature des rendements moteurs
             : Overall Pressure Ratio (compressor)
\varepsilon_c :
             : Ratio of specific heats \gamma = 1.4
\lambda
             : Bypass ratio
             : Ratio of stagnation to static temperature of ambient air
\mu
               \mu = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2
             : Nondimensional Turbine Entry Temperature \phi = \frac{T_4}{T}
\phi
```

Tab. 6.4 – Nomenclature des variables grecques

#### 6.1.2 Modèle de J.Mattingly

Jack D. Mattingly propose un modèle de consommation spécifique [Mat96].

"The values of  $C_{SR}$  depends on the engine cycle, altitude, and Mach number. For preliminary analysis, the following equations can be used to estimate  $C_{SR}$  in units of (lbm/hr)/lbf and  $\theta$  is the dimensionless temperature ratio  $\theta = \frac{T}{T_0}$ .

- High-bypass-ratio turbofan :  $C_{SR} = (0.4 + 0.45M)\sqrt{\theta}$ 

```
- Low-bypass-ratio, mixed-flow turbofan:

Military and lower power setting C_{SR} = (1.0 + 0.35M)\sqrt{\theta}

Maximum power setting C_{SR} = (1.8 + 0.30M)\sqrt{\theta}

- Turbojet:

Military and lower power setting C_{SR} = (1.3 + 0.35M)\sqrt{\theta}

Maximum power setting C_{SR} = (1.3 + 0.35M)\sqrt{\theta}

Maximum power setting C_{SR} = (1.7 + 0.26M)\sqrt{\theta}

- Turboprop: C_{SR} = (0.2 + 0.9M)\sqrt{\theta}
```

: Relative Ambient Temperature  $\theta = \frac{T}{T_0}$ 

- Jack Mattingly [Mat96] -

Puisque l'étude courante concerne les réacteurs équipant les avions de combat, nous retiendrons le modèle correspondant au "Low-bypass-ratio, mixed-flow turbofan" qui exprimé en unités du système international devient :

 $\hat{\mathbf{A}}$  sec :

$$C_{SR} = (2.83 \ 10^{-5} + 0.99 \ 10^{-5} M) \sqrt{\theta}$$
 (6.2)

Avec Post-combustion:

$$C_{SRPC} = (5.1 \ 10^{-5} + 0.85 \ 10^{-5} M) \sqrt{\theta}$$
 (6.3)

 $C_{SR}$ : Consommation Spécifique Réacteur à sec (kg/s)/N  $C_{SRPC}$ : Consommation Spécifique Réacteur avec PC (kg/s)/NM: Mach de vol

 $\theta$ : Rapport des températures en vol et au sol  $\theta = \frac{T}{T_0}$ T: Température en vol

T: Température en vol K $T_0$ : Température au sol K

#### 6.1.3 Modèle d'A.Carrère

Dans [CB00], Alain Carrère propose un modèle de consommation spécifique pour les turboréacteurs simple flux sec, de la forme :

$$C_{SR} = \frac{a}{b - \sqrt{\gamma rT}M}$$

a et b : Constantes adaptées au moteur

 $\gamma$ : Constante des gaz parfaits  $\gamma=1.4$ 

 $r: r = \frac{R}{\mathcal{M}_{air}} = 287.1 \ J/(kg \ K)$   $J/(kg \ K)$   $J/(mol \ K)$   $J/(mol \ K)$   $J/(mol \ K)$ 

Avec : R : Constante de Joules  $R = 8.314 \ J/(mol \ K)$   $J/(mol \ K)$   $\mathcal{M}_{air}$  : Masse volumique de l'air  $\mathcal{M}_{air} = 0.02896 \ kg/mol$  kg/mol

 $a_{ir}$ : Masse volumique de l'air  $\mathcal{M}_{air} = 0.02890 \, kg/mol$  kg/mol T: Température de vol K

M: Mach de vol

#### 6.1.4 Modèle de C.Toussaint

C.Toussaint a développé un modèle moteur permettant de simuler le comportement des réacteurs d'avion de combat à sec et avec post-combustion. Tout comme, nous nous servions de ce modèle pour obtenir la poussée maximale (Section 5.1.2, p. 175), nous l'utiliserons pour déterminer la consommation spécifique.

Remarque 6.1 Le modèle de C. Toussaint ne considère pas l'efficacité de l'entrée d'air  $\eta_r$  (Section 5.1.2, p. 175). Il est donc licite de se demander comment évolue la consommation spécifique réelle avec ces pertes, par rapport à la consommation spécifique donnée par le modèle de C. Toussaint (surtout en supersonique). En fait, il semblerait qu'il n'y ait pas de différence entre les deux [Car94] : la poussée F est affectée par ces pertes, la consommation C aussi, mais la consommation spécifique reste in changée.

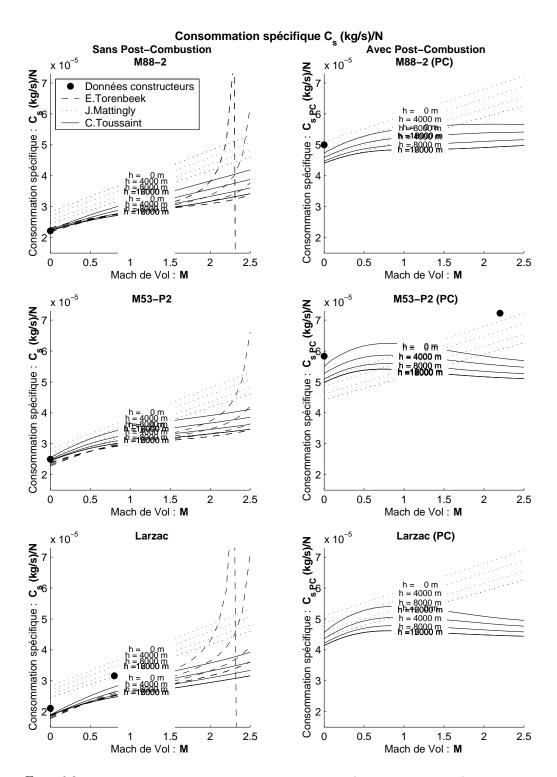


Fig. 6.2 – Modèles de consommation spécifique  $C_{SR}$  (à sec et avec PC). Le Modèle d'E. Torenbeek est adapté au subsonique.

Troisième partie

Les annexes

# Annexe A

# Modèles de consommation spécifique $C_{SR}$

Dans le cas où quelqu'un désirerait poursuivre notre travail sur l'élaboration d'un modèle simple de consommation spécifique  $C_{SR}$ , et pour laisser le choix du modèle au lecteur (même si nous recommandons les deux modèles proposés dans le document principal (Section 2, p. 17)), nous laissons accès à l'ensemble du travail que nous avons effectué.

C'est pourquoi, nous répertorions d'abord dans ce chapitre en annexe, les différents modèles sur lesquels nous avons travaillé et qui nous ont conduit à vous proposer les deux modèles que nous avons sélectionnés (Section 2, p. 17). Ces modèles sont mis au point par identification sur le modèle d'E. Torenbeek par la méthode décrite précédemment (Section 2.4.2, p. 47) et n'ont subi aucun recalage par rapport à des données expérimentales (moteurs réels). Pour chaque modèle, nous donnerons la forme analytique exploitée, ensuite la valeur optimale des coefficients, puis les résultats de ce modèle par rapport à celui d'E. Torenbeek et pour finir les résultats vis-à-vis des données expérimentales.

Nous présenterons ensuite, la confrontation de nos modèles recalés (Modèle Simple et modèle Plan) avec les autres modèles analytiques existants pour trois moteurs dont nous disposons de données précises.

## A.1 Modèle Simple

Le modèle Simple est l'un des deux modèles que nous vous proposons (Equation 2.11, p. 47). Nous ne rappelons ici que sa forme analytique.

$$C_{SR} = ((a_1(h)\lambda + a_2(h))M + (b_1(h)\lambda + b_2(h)))\sqrt{\theta} + c(\varepsilon_c - 30)$$

 $C_{SR}$ : Consommation Spécifique Réacteur (kg/s)/N: Mach de vol Mh: Altitude de vol m: Rapport des températures en vol et au sol  $\theta = \frac{T}{T_0}$  $\theta$ T: Température en vol (Section F.1, p. 269) K $T_0$ : Température au sol (Section F.1, p. 269) K: Rapport de pression entrée/sortie du compresseur : Taux de dilution  $\lambda \geq 3$  $a_1(h), a_2(h), :$  Fonctions linéaires par morceaux de l'altitude  $b_1(h), b_2(h)$ : Constante

# A.2 Modèle Simple sans le terme en $\sqrt{\theta}$

$$C_{SR} = (a_1(h)\lambda + a_2(h))M + (b_1(h)\lambda + b_2(h)) + c(\varepsilon_c - 30)$$
(A.1)

Avec:

 $C_{SR}$ : Consommation Spécifique Réacteur (kg/s)/N

M : Mach de vol h : Altitude de vol m

 $\varepsilon_c$ : Rapport de pression entrée/sortie du compresseur

 $\lambda$ : Taux de dilution  $\lambda \geq 3$ 

 $a_1(h), a_2(h), :$  Fonctions linéaires par morceaux de l'altitude

 $b_1(h), b_2(h)$ 

c : Constante

L'optimisation des fonctions  $a_1(h)$ ,  $a_2(h)$ ,  $b_1(h)$  et  $b_2(h)$  et c par maillage complet selon la méthode décrite précédemment (Section 2.4.2, p. 47), donne les fonctions linéaires par morceaux suivantes :

	Au sol	Troposphère	Stratosphère (basse)
	h = 0 m	$0 < h \le 11 \ km$	$11 < h \le 20  km$
$a_1$	$6.54  10^{-7}$	$-1.0910^{-12}h + 6.5410^{-7}$	$6.42 \ 10^{-7}$
$a_2$	$1.18  10^{-5}$	$-4.0910^{-10}h + 1.1810^{-5}$	$7.34  10^{-6}$
$b_1$	$-6.5810^{-7}$	$-2.6610^{-11}h - 6.5810^{-7}$	$-9.5110^{-7}$
$b_2$	$1.19  10^{-5}$	$2.26  10^{-10} h + 1.19  10^{-5}$	$1.43  10^{-5}$
c	$-1.0410^{-7}$	$-1.0410^{-7}$	$-1.0410^{-7}$

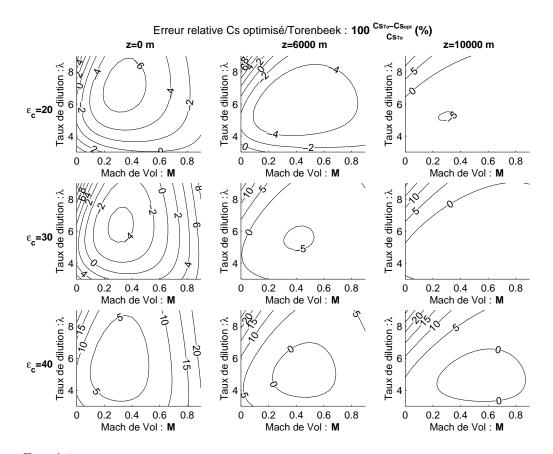


FIG. A.1 – Erreur relative d'estimation de la consommation spécifique  $C_{SR}$  du modèle Simple sans le terme en  $\sqrt{\theta}$  (Equation A.1, p. 216) identifiée sur le modèle d'E. Torenbeek (Equation 2.9, p. 24).

	1	Au s	ol et à l'arrê	t	E	n croisière	
Modèle	λ	$10^5 C_{SR0}$	$10^5 C_{SRopt}$	$Er_{\%}$	$10^5 C_{SRcr}$	$10^5 C_{SRopt}$	$Er_{\%}$
		(kg/s)/N	$(kg/s)/\hat{N}$		(kg/s)/N	$(kg/s)/\hat{N}$	
SPEY 5118	0.64	NaN	1.26	NaN	2.27	2.08	8.43
RB183 55515P	0.71	1.59	1.29	18.74	2.27	2.13	6.16
JT8D 217	1.73	NaN	1.19	NaN	NaN	NaN	NaN
JT8D 219	1.77	1.47	1.18	19.68	2.09	2.03	2.92
D30KU II	2.42	NaN	NaN	NaN	1.98	NaN	NaN
TAY 611	3.04	1.22	1.13	7.02	1.95	2.04	-4.47
TAY 651	3.07	1.27	1.12	11.96	1.95	2.03	-3.98
RB183 TAY650	3.1	NaN	1.12	NaN	NaN	NaN	NaN
TFE731 5	3.15	NaN	1.09	NaN	NaN	NaN	NaN
FJ44	3.28	1.29	1.15	11.14	2.12	1.99	6.34
JT15D	3.3	1.59	1.14	27.86	1.53	2.05	-34
BR710	4	1.1	0.97	12.5	1.81	1.9	-4.71
RB211 524H	4.3	1.59	0.87	45.37	1.61	1.86	-15.25
RB211 535E4	4.3	1.72	0.95	44.99	1.69	1.88	-11.24
PS90	4.4	NaN	0.84	NaN	NaN	NaN	NaN
PW305B	4.5	1.11	0.96	13.17	1.91	1.9	0.77
V2533 A5	4.6	1.05	0.85	19.15	1.63	1.79	-10.25
PS 90A	4.6	NaN	0.83	NaN	1.69	1.76	-4.62
PS90 Soloviev	4.6	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80A2	4.66	0.99	0.91	8.55	1.76	1.85	-5.02
BR715 55	4.7	1.05	0.85	18.49	1.76	1.8	-2.6
V2525 D5	4.8	1.02	0.89	12.4	1.63	1.84	-13.36
PW4052	4.85	0.99	0.89	10.28	NaN	1.84	NaN
PW4056	4.85	1.02	0.87	14.52	NaN	1.82	NaN
PW4152	4.85	0.99	0.89	9.51	NaN	NaN	NaN
TRENT 772 D 436T1	4.89 4.95	NaN NaN	0.79 0.91	NaN NaN	1.6 1.73	1.77 1.8	-10.33 -4.3
	4.95						
V2522 A5 CF6 80C2A5	5.05	0.96 0.96	0.91 0.84	5.6 13.05	1.63 1.64	1.86 1.79	-14.62 -9.52
PW4168	5.1	NaN	0.83	NaN	NaN	1.79	-9.52 NaN
CF6 80C2B1F	5.15	0.91	0.85	6.51	1.6	1.79	-13
PW4358	5.13	NaN	0.85	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80E1A2	5.3	0.93	0.81	13.17	1.59	NaN	NaN
CFE738	5.3	1.05	0.91	13.03	1.83	1.86	-1.93
CF6 80C2B2	5.31	0.91	0.87	4.47	1.63	1.83	-12.01
V2500 A1	5.4	0.99	0.84	15.66	1.65	1.8	-9.36
LF507	5.6	1.15	0.98	14.38	1.17	NaN	NaN
D 18T	5.6	NaN	0.87	NaN	1.61	1.77	-9.86
ALF502R5	5.7	1.16	0.99	13.93	2.04	1.92	5.87
TRENT 892	5.74	NaN	0.68	NaN	1.58	1.68	-6.54
CFM56 2A2	5.9	1.02	0.84	17.14	1.88	1.82	3.37
CFM56 3C1	6	0.93	0.83	10.67	1.89	1.81	4.07
CFM56 5A1	6	0.93	0.83	11.56	1.69	1.8	-6.87
PW2037	6	0.93	0.77	17.44	1.65	1.81	-9.54
CFM56 2B1	6	NaN	0.86	NaN	1.84	1.83	0.13
PW4084	6.41	NaN	0.7	NaN	NaN	1.72	NaN
CFM56 5C2	6.6	0.91	0.74	18.87	1.61	1.73	-7.54
MMAC	7.14	NaN	0.6	NaN	1.63	1.65	-1.32
TRENT 556	7.32	NaN	0.65	NaN	1.65	1.7	-2.87
GE90 85B	8.4	0.81	0.54	33.6	1.54	1.61	-4.11
CFM56 7B20	NaN	1.02	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
CF34 3A/3B	NaN	0.99	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
AE3007	NaN	1.1	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
NK93	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
		$Er_{r}$	noy%	16.08	$Er_n$	noy%	7.54

Tab. A.1 – Confrontation des données moteurs (Table 2.6, p. 28) et des évaluations du modèle Simple sans le terme en  $\sqrt{\theta}$  (Equation A.1, p. 216)

## A.3 Modèle Simple avec $a_1$ , $a_2$ , $b_1$ et $b_2$ constants

$$C_{SR} = ((a_1\lambda + a_2)M + (b_1\lambda + b_2))\sqrt{\theta} + c(\varepsilon_c - 30)$$
(A.2)

Avec:

(kg/s)/N: Consommation Spécifique Réacteur  $C_{SR}$ M: Mach de vol h: Altitude de vol m: Rapport des températures en vol et au sol  $\theta = \frac{T}{T_0}$  $\theta$ T: Température en vol (Section F.1, p. 269) K: Température au sol (Section F.1, p. 269)  $T_0$ K: Rapport de pression entrée/sortie du compresseur : Taux de dilution  $\lambda \geq 3$  $a_1, a_2, b_1, b_2$ : Constantes

L'optimisation des constantes  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  et c par maillage complet selon la méthode décrite précédemment (Section 2.4.2, p. 47), donne les valeurs suivantes :

	Au sol	Troposphère	Stratosphère (basse)
	h = 0 m	$0 < h \le 11  km$	$11 < h \le 20 \ km$
$a_1$	$-7.210^{-8}$	$-7.210^{-8}$	$-7.210^{-8}$
$a_2$	$1.25 \ 10^{-5}$	$1.25  10^{-5}$	$1.25  10^{-5}$
$b_1$	$-1.8610^{-7}$	$-1.8610^{-7}$	$-1.8610^{-7}$
$b_2$	$1.12  10^{-5}$	$1.12  10^{-5}$	$1.12  10^{-5}$
c	$-1.0610^{-7}$	$-1.0610^{-7}$	$-1.0610^{-7}$

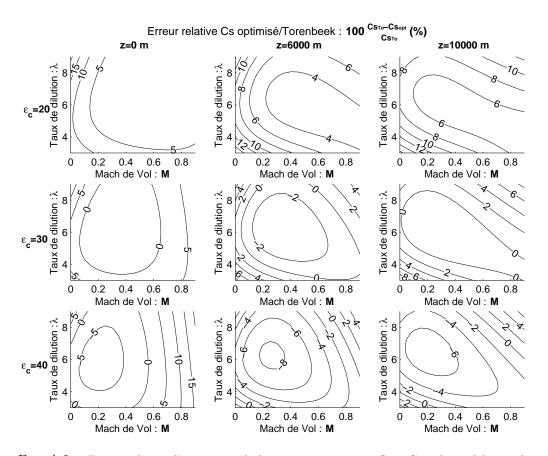


FIG. A.2 – Erreur relative d'estimation de la consommation spécifique  $C_{SR}$  du modèle simple avec les coefficients constants (Equation A.2, p. 219) identifiée sur le modèle d'E. Torenbeek (Equation 2.9, p. 24).

		Aus	sol et à l'arré	t	E	n croisière	
Modèle	λ	$10^5 C_{SR0}$	$10^5 C_{SRopt}$	$Er_{\%}$	$10^5 C_{SRcr}$	$10^5 C_{SRopt}$	$Er_{\%}$
		(kg/s)/N	(kg/s)/N	70	(kg/s)/N	(kg/s)/N	70
SPEY 5118	0.64	NaN	1.23	NaN	2.27	1.89	16.58
RB183 55515P	0.04		1.26		2.27	2	
		1.59		20.64			11.93
JT8D 217	1.73	NaN	1.2	NaN	NaN	NaN	NaN
JT8D 219	1.77	1.47	1.2	18.38	2.09	1.88	10.05
D30KU II	2.42	NaN	NaN	NaN	1.98	NaN	NaN
TAY 611	3.04	1.22	1.21	0.47	1.95	1.93	1.25
TAY 651	3.07	1.27	1.2	5.6	1.95	1.92	1.72
RB183 TAY650	3.1	NaN	1.2	NaN	NaN	NaN	NaN
TFE731 5	3.15	NaN	1.17	NaN	NaN	NaN	NaN
FJ44	3.28	1.29	1.24	4.02	2.12	1.89	11.15
JT15D	3.3	1.59	1.24	22	1.53	1.95	-26.95
BR710	4	1.1	1.09	1.38	1.81	1.8	0.45
RB211 524H	4.3	1.59	1.01	36.89	1.61	1.77	-9.86
RB211 535E4	4.3	1.72	1.08	37.02	1.69	1.8	-6.1
PS90	4.4	NaN	0.98	NaN	NaN	NaN	NaN
PW305B	4.5	1.11	1.11	-0.12	1.91	1.81	5.12
V2533 A5	4.6	1.05	1	4.9	1.63	1.71	-5.19
PS 90A	4.6	NaN	0.97	NaN	1.69	1.68	0.36
PS90 Soloviev	4.6	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80A2	4.66	0.99	1.06	-6.94	1.76	1.77	-0.51
BR715 55	4.7	1.05	1.01	3.77	1.76	1.72	1.95
V2525 D5	4.8	1.02	1.05	-3.3	1.63	1.77	-8.65
PW4052	4.85	0.99	1.05	-6.07	NaN	1.77	NaN
PW4056	4.85	1.02	1.03	-1.41	NaN	1.74	NaN
PW4152	4.85	0.99	1.05	-6.99	NaN	NaN	NaN
TRENT 772	4.89	NaN	0.95	NaN	1.6	1.69	-5.52
D 436T1	4.95	NaN	1.08	NaN	1.73	1.73	-0.05
V2522 A5	5	0.96	1.08	-12.08	1.63	1.79	-10.21
				-4.71		1.79	
CF6 80C2A5	5.05	0.96	1.01		1.64		-5.11
PW4168	5.1	NaN	1	NaN	NaN	1.71	NaN
CF6 80C2B1F	5.15	0.91	1.02	-12.92	1.6	1.74	-8.65
PW4358	5.2	NaN	1.03	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80E1A2	5.3	0.93	0.99	-6.37	1.59	NaN	NaN
CFE738	5.3	1.05	1.09	-4.67	1.83	1.8	1.63
CF6 80C2B2	5.31	0.91	1.05	-15.87	1.63	1.76	-8
V2500 A1	5.4	0.99	1.02	-3.31	1.65	1.74	-5.47
LF507	5.6	1.15	1.19	-3.13	1.17	NaN	NaN
D 18T	5.6	NaN	1.07	NaN	1.61	1.72	-6.36
ALF502R5	5.7	1.16	1.2	-3.93	2.04	1.88	7.9
TRENT 892	5.74	NaN	0.88	NaN	1.58	1.62	-2.61
CFM56 2A2	5.9	1.02	1.06	-3.72	1.88	1.77	6.15
CFM56 3C1	6	0.93	1.05	-12.58	1.89	1.76	6.73
CFM56 5A1	6	0.93	1.04	-11.67	1.69	1.75	-3.88
PW2037	6	0.93	0.99	-5.66	1.65	1.75	-6.15
CFM56 2B1	6	NaN	1.07	NaN	1.84	1.78	2.84
PW4084	6.41	NaN	0.93	NaN	NaN	1.67	NaN
CFM56 5C2	6.6	0.91	0.98	-8.08	1.61	1.69	-5.13
MMAC	7.14	NaN	0.87	NaN	1.63	1.61	0.93
TRENT 556	7.32	NaN	0.92	NaN	1.65	1.67	-0.92
GE90 85B	8.4	0.81	0.86	-6.97	1.54	1.6	-3.52
CFM56 7B20	NaN	1.02	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
CF34 3A/3B	NaN	0.99	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
AE3007	NaN	1.1	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
NK93	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
111170	11011			9.24			5.99
		$ET_{\eta}$	noy%	J.44	$ET_{\gamma}$	noy%	0.33

Tab. A.2 – Confrontation des données moteurs (Table 2.6, p. 28) et des évaluations du modèle Simple à coefficients constants (Equation A.2, p. 219)

## A.4 Modèle Simple avec c=0 et sans le terme en $\sqrt{\theta}$

$$C_{SR} = (a_1(h)\lambda + a_2(h))M + (b_1(h)\lambda + b_2(h))$$
(A.3)

Avec:

 $C_{SR}$ : Consommation Spécifique Réacteur (kg/s)/N

M : Mach de vol m

 $\varepsilon_c$ : Rapport de pression entrée/sortie du compresseur

 $\lambda$  : Taux de dilution  $\lambda \geq 3$ 

 $a_1(h), a_2(h), :$  Fonctions linéaires par morceaux de l'altitude

 $b_1(h), b_2(h)$ 

c : Constante

L'optimisation des fonctions  $a_1(h)$ ,  $a_2(h)$ ,  $b_1(h)$  et  $b_2(h)$  et c par maillage avec  $\varepsilon_c=30$  selon la méthode décrite précédemment (Section 2.4.2, p. 47), donne les fonctions linéaires par morceaux suivantes :

	Au sol	Troposphère	Stratosphère (basse)
	h = 0 m	$0 < h \le 11 \ km$	$11 < h \le 20  km$
$a_1$	$6.5 \ 10^{-7}$	$-7 \cdot 10^{-11}h + 6.5 \cdot 10^{-7}$	$-1.210^{-7}$
$a_2$	$1.18  10^{-5}$	$-1.09  10^{-10} h + 1.18  10^{-5}$	$1.0610^{-5}$
$b_1$	$-6.6110^{-11}$	$1.4410^{-11}h - 6.6110^{-7}$	$-5.0210^{-7}$
$b_2$	$1.18  10^{-5}$	$-1.65  10^{-12} h + 1.18  10^{-5}$	$1.1810^{-5}$
c	0	0	0

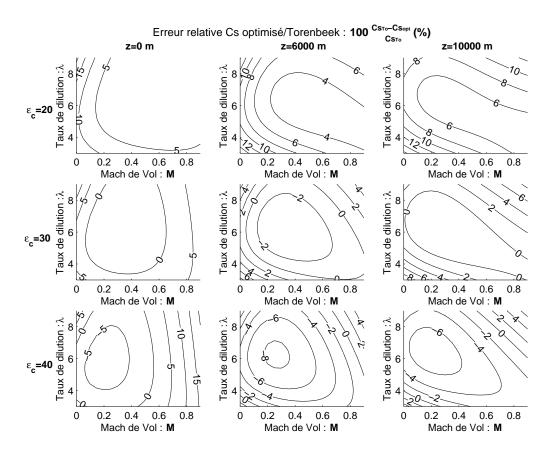


FIG. A.3 – Erreur relative d'estimation de la consommation spécifique  $C_{SR}$  du modèle simple sans le terme en  $\sqrt{\theta}$  et avec c=0 (Equation A.3, p. 222) identifiée sur le modèle d'E. Torenbeek (Equation 2.9, p. 24).

$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	En croisière		
$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	$2r_{\%}$		
SPEY 5118	70		
RB183 55515P	4.25		
JT8D 217	3.27		
JT8D 219	VaN		
D30KU II	.38		
TAY 611         3.04         1.22         0.98         19.21         1.95         1.86         4           TAY 651         3.07         1.27         0.98         22.95         1.95         1.86         4           RB183 TAY650         3.1         NaN         0.98         NaN         NaN         NaN         NaN           FF315         3.15         NaN         0.98         NaN         NaN         NaN         NaN           FJ44         3.28         1.29         0.97         25.04         2.12         1.77         1           JT15D         3.3         1.59         0.97         39.05         1.53         1.84         -1           BR710         4         1.1         0.92         16.67         1.81         1.8         0           RB211 524H         4.3         1.72         0.9         43.52         1.61         1.84         -1           RB211 535E4         4.3         1.72         0.9         47.61         1.69         1.79         -           PS90         4.4         NaN         0.89         NaN         NaN         NaN         NaN           PS90 Soloviev         4.6         NaN         0.88	.71		
TAY 651         3.07         1.27         0.98         22.95         1.95         1.86         4           RB183 TAY650         3.1         NaN         0.98         NaN         NaN	.86		
RB183 TAY650   3.1	.95		
TFE731 5         3.15         NaN         0.98         NaN         NaN         NaN         PAN           FJ44         3.28         1.29         0.97         25.04         2.12         1.77         1           JT15D         3.3         1.59         0.97         39.05         1.53         1.84         -1           BR710         4         1.1         0.92         16.67         1.81         1.8         0           RB211 524H         4.3         1.59         0.9         43.52         1.61         1.84         -1           RB211 535E4         4.3         1.72         0.9         47.61         1.69         1.79         -           PS90         4.4         NaN         0.89         NaN         NaN         NaN         NaN           PW305B         4.5         1.11         0.89         19.86         1.91         1.76           V2533 A5         4.6         1.05         0.88         15.95         1.63         1.77         -           PS90 Soloviev         4.6         NaN         0.88         NaN	laN		
FJ44         3.28         1.29         0.97         25.04         2.12         1.77         1           JT15D         3.3         1.59         0.97         39.05         1.53         1.84         -1           BR710         4         1.1         0.92         16.67         1.81         1.8         0           RB211 524H         4.3         1.59         0.9         43.52         1.61         1.84         -1           RB211 535E4         4.3         1.72         0.9         47.61         1.69         1.79            PS90         4.4         NaN         0.89         NaN         NaN <t< td=""><td>laN</td></t<>	laN		
JT15D			
BR710         4         1.1         0.92         16.67         1.81         1.8         0           RB211 524H         4.3         1.59         0.9         43.52         1.61         1.84         -1           RB211 535E4         4.3         1.72         0.9         47.61         1.69         1.79            PS90         4.4         NaN         0.89         NaN         NaN <td>6.64</td>	6.64		
RB211 524H         4.3         1.59         0.9         43.52         1.61         1.84         -1           RB211 535E4         4.3         1.72         0.9         47.61         1.69         1.79         -2           PS90         4.4         NaN         0.89         NaN         NaN         NaN         N           PW305B         4.5         1.11         0.89         19.86         1.91         1.76           V2533 A5         4.6         1.05         0.88         15.95         1.63         1.77            PS 90A         4.6         NaN         0.88         NaN         1.69         1.76            PS90 Soloviev         4.6         NaN         0.88         NaN         N	9.86		
RB211 535E4         4.3         1.72         0.9         47.61         1.69         1.79            PS90         4.4         NaN         0.89         NaN         1.76 <t< td=""><td>0.53</td></t<>	0.53		
PS90         4.4         NaN         0.89         NaN         NaN         NaN         NaN         PAN           PW305B         4.5         1.11         0.89         19.86         1.91         1.76           V2533 A5         4.6         1.05         0.88         15.95         1.63         1.77           PS 90A         4.6         NaN         0.88         NaN         1.69         1.76           PS90 Soloviev         4.6         NaN         0.88         NaN         NaN         NaN           CF6 80A2         4.66         0.99         0.88         11.54         1.76         1.76           BR715 55         4.7         1.05         0.87         16.58         1.76         1.76           V2525 D5         4.8         1.02         0.87         14.91         1.63         1.76           PW4052         4.85         0.99         0.86         13.06         NaN         1.75         N           PW4152         4.85         0.99         0.86         15         NaN         1.75         N           PW4152         4.85         0.99         0.86         12.31         NaN         NaN         N           TR	3.78		
PW305B         4.5         1.11         0.89         19.86         1.91         1.76           V2533 A5         4.6         1.05         0.88         15.95         1.63         1.77            PS 90A         4.6         NaN         0.88         NaN         1.69         1.76            PS90 Soloviev         4.6         NaN         0.88         NaN         NaN         NaN         NaN           CF6 80A2         4.66         0.99         0.88         11.54         1.76         1.76           BR715 55         4.7         1.05         0.87         16.58         1.76         1.76           V2525 D5         4.8         1.02         0.87         14.91         1.63         1.76            PW4052         4.85         0.99         0.86         13.06         NaN         1.75         N           PW4152         4.85         0.99         0.86         15         NaN         1.75         N           PW4152         4.85         0.99         0.86         12.31         NaN         NaN         N           TRENT 772         4.89         NaN         0.86         NaN         1.6         <	5.42		
V2533 A5         4.6         1.05         0.88         15.95         1.63         1.77            PS 90A         4.6         NaN         0.88         NaN         1.69         1.76            PS90 Soloviev         4.6         NaN         0.88         NaN         NaN<	ΙaΝ		
PS 90A         4.6         NaN         0.88         NaN         1.69         1.76            PS90 Soloviev         4.6         NaN         0.88         NaN	7.7		
PS90 Soloviev         4.6         NaN         0.88         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         NaN         PAN           CF6 80A2         4.66         0.99         0.88         11.54         1.76         1.76         1.76           BR715 55         4.7         1.05         0.87         16.58         1.76         1.76         -1           V2525 D5         4.8         1.02         0.87         14.91         1.63         1.76         -1           PW4052         4.85         0.99         0.86         13.06         NaN         1.75         NaN           PW4152         4.85         0.99         0.86         15         NaN         1.75         NaN           TRENT 772         4.89         NaN         0.86         NaN         1.6         1.77         -1           D 43671         4.95         NaN         0.86         NaN         1.73         1.69         2           V2522 A5         5         0.96         0.85         11.28         1.63         1.74         -1           CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         NaN         NaN         <	3.75		
CF6 80A2         4.66         0.99         0.88         11.54         1.76         1.76           BR715 55         4.7         1.05         0.87         16.58         1.76         1.76           V2525 D5         4.8         1.02         0.87         14.91         1.63         1.76           PW4052         4.85         0.99         0.86         13.06         NaN         1.75         N           PW4056         4.85         1.02         0.86         15         NaN         1.75         N           PW4152         4.85         0.99         0.86         12.31         NaN         NaN         NaN           TRENT 772         4.89         NaN         0.86         NaN         1.6         1.77         -           D 43671         4.95         NaN         0.86         NaN         1.73         1.69         2           V2522 A5         5         0.96         0.85         11.28         1.63         1.74         -           CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         11.62         1.64         1.74         -           CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         6.83         1.6	1.36		
BR715 55         4.7         1.05         0.87         16.58         1.76         1.76	ΙaΝ		
V2525 D5         4.8         1.02         0.87         14.91         1.63         1.76            PW4052         4.85         0.99         0.86         13.06         NaN         1.75         N           PW4056         4.85         1.02         0.86         15         NaN         1.75         N           PW4152         4.85         0.99         0.86         12.31         NaN         NaN         N           TRENT 772         4.89         NaN         0.86         NaN         1.6         1.77         -           D 436T1         4.95         NaN         0.86         NaN         1.73         1.69         2           V2522 A5         5         0.96         0.85         11.28         1.63         1.74         -           CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         11.62         1.64         1.74         -           PW4168         5.1         NaN         0.85         NaN         NaN         1.74         -           CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         6.83         1.6         1.74         -	0		
PW4052         4.85         0.99         0.86         13.06         NaN         1.75         NaN           PW4056         4.85         1.02         0.86         15         NaN         1.75         NaN           PW4152         4.85         0.99         0.86         12.31         NaN         NaN         NaN           TRENT 772         4.89         NaN         0.86         NaN         1.6         1.77         -           D 436T1         4.95         NaN         0.86         NaN         1.73         1.69         2           V2522 A5         5         0.96         0.85         11.28         1.63         1.74         -           CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         11.62         1.64         1.74         -           PW4168         5.1         NaN         0.85         NaN         NaN         1.74         -           CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         6.83         1.6         1.74         -	0.35		
PW4056         4.85         1.02         0.86         15         NaN         1.75         NaN           PW4152         4.85         0.99         0.86         12.31         NaN         NaN         NaN           TRENT 772         4.89         NaN         0.86         NaN         1.6         1.77         -           D 436T1         4.95         NaN         0.86         NaN         1.73         1.69         2           V2522 A5         5         0.96         0.85         11.28         1.63         1.74         -           CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         11.62         1.64         1.74         -           PW4168         5.1         NaN         0.85         NaN         NaN         1.74         -           CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         6.83         1.6         1.74         -	3.03		
PW4056         4.85         1.02         0.86         15         NaN         1.75         NaN           PW4152         4.85         0.99         0.86         12.31         NaN         NaN         NaN           TRENT 772         4.89         NaN         0.86         NaN         1.6         1.77         -           D 436T1         4.95         NaN         0.86         NaN         1.73         1.69         2           V2522 A5         5         0.96         0.85         11.28         1.63         1.74         -           CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         11.62         1.64         1.74         -           PW4168         5.1         NaN         0.85         NaN         NaN         1.74         -           CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         6.83         1.6         1.74         -	laN		
PW4152         4.85         0.99         0.86         12.31         NaN         NaN         N           TRENT 772         4.89         NaN         0.86         NaN         1.6         1.77         -           D 436T1         4.95         NaN         0.86         NaN         1.73         1.69         2           V2522 A5         5         0.96         0.85         11.28         1.63         1.74         -           CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         11.62         1.64         1.74         -           PW4168         5.1         NaN         0.85         NaN         NaN         1.74         -           CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         6.83         1.6         1.74         -	IaN		
TRENT 772         4.89         NaN         0.86         NaN         1.6         1.77         -           D 436T1         4.95         NaN         0.86         NaN         1.73         1.69         2           V2522 A5         5         0.96         0.85         11.28         1.63         1.74         -           CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         11.62         1.64         1.74         -           PW4168         5.1         NaN         0.85         NaN         NaN         1.74         NaN           CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         6.83         1.6         1.74         -	IaN		
D 436T1         4.95         NaN         0.86         NaN         1.73         1.69         2           V2522 A5         5         0.96         0.85         11.28         1.63         1.74            CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         11.62         1.64         1.74            PW4168         5.1         NaN         0.85         NaN         NaN         1.74         NaN           CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         6.83         1.6         1.74	10.7		
V2522 A5         5         0.96         0.85         11.28         1.63         1.74            CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         11.62         1.64         1.74            PW4168         5.1         NaN         0.85         NaN         NaN         1.74         NaN           CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         6.83         1.6         1.74	2.33		
CF6 80C2A5         5.05         0.96         0.85         11.62         1.64         1.74            PW4168         5.1         NaN         0.85         NaN         NaN         1.74         NaN           CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         6.83         1.6         1.74	7.31		
PW4168         5.1         NaN         0.85         NaN         NaN         1.74         NaN           CF6 80C2B1F         5.15         0.91         0.84         6.83         1.6         1.74	3.39		
CF6 80C2B1F 5.15 0.91 0.84 6.83 1.6 1.74 -	laN		
	3.66		
PW4358 5.2 NaN 0.84 NaN NaN NaN N	VaN		
	laN		
	.02		
	5.83		
	4.6		
	IaN		
	2.14		
	7.3		
	9.77		
	0.15		
	0.75		
	0.12		
	5.35		
	3.13		
	laΝ		
CFM56 5C2 6.6 0.91 0.75 17.4 1.61 1.65 -:	2.84		
MMAC 7.14 NaN 0.71 NaN 1.63 1.68 -	3.05		
TRENT 556 7.32 NaN 0.7 NaN 1.65 1.67 -	1.03		
	2.05		
	laN		
	laN		
,	IaN		
	IaN		
	.06		

Tab. A.3 – Confrontation des données moteurs (Table 2.6, p. 28) et des évaluations du modèle Simple sans le terme en  $\sqrt{\theta}$  et avec c=0 (Equation A.3, p. 222)

## A.5 Modèle Simple avec c = 0 et $a_1, a_2, b_1$ et $b_2$ constants

$$C_{SR} = ((a_1\lambda + a_2)M + (b_1\lambda + b_2))\sqrt{\theta}$$
 (A.4)

Avec:

: Consommation Spécifique Réacteur (kg/s)/N $C_{SR}$ M: Mach de vol h: Altitude de vol m: Rapport des températures en vol et au sol  $\theta = \frac{T}{T_0}$  $\theta$ T: Température en vol (Section F.1, p. 269) K: Température au sol (Section F.1, p. 269)  $T_0$ K: Rapport de pression entrée/sortie du compresseur  $\varepsilon_c$  $\lambda$ : Taux de dilution  $\lambda \geq 3$  $a_1, a_2, b_1, b_2$ : Constantes

L'optimisation des constantes  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  et  $b_2$  par maillage avec  $\varepsilon_c = 30$  selon la méthode décrite précédemment (Section 2.4.2, p. 47), donne les valeurs suivantes :

	Au sol	Troposphère	Stratosphère (basse)
	h = 0 m	$0 < h \le 11  km$	$11 < h \le 20 \ km$
$a_1$	$5.72 \ 10^{-7}$	$5.72 \ 10^{-7}$	$5.7210^{-7}$
$a_2$	$1.05 \ 10^{-5}$	$1.05 \ 10^{-5}$	$1.05  10^{-5}$
$b_1$	$-7.9910^{-7}$	$-7.99  10^{-7}$	$-7.9910^{-7}$
$b_2$	$1.36 \ 10^{-5}$	$1.36 \ 10^{-5}$	$1.36  10^{-5}$
c	0	0	0

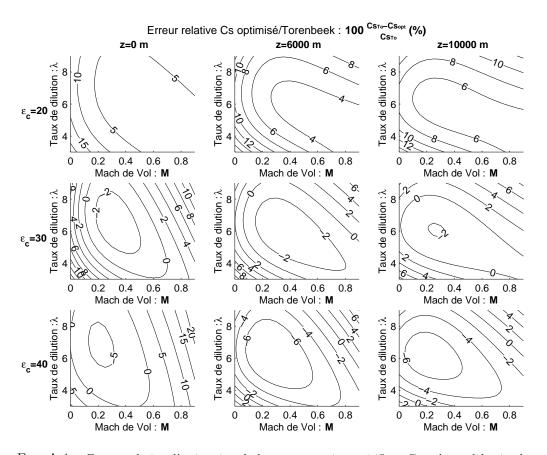


FIG. A.4 – Erreur relative d'estimation de la consommation spécifique  $C_{SR}$  du modèle simple avec c=0 et  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  et  $b_2$  constants (Equation A.4, p. 225) identifiée sur le modèle d'E. Torenbeek (Equation 2.9, p. 24).

	İ	Au sol et à l'arrêt		E	n croisière		
Modèle	λ	$10^{5}C_{SR0}$	$10^5 C_{SRopt}$	$Er_{\%}$	$10^5 C_{SRcr}$	$10^5 C_{SRopt}$	$Er_{\%}$
		(kg/s)/N	(kg/s)/N	70	(kg/s)/N	(kg/s)/N	/ / /
SPEY 5118	0.64	NaN	1.31	NaN	2.27	1.84	18.72
RB183 55515P	0.71	1.59	1.3	17.99	2.27	1.92	15.24
JT8D 217	1.73	NaN	1.22	NaN	NaN	NaN	NaN
JT8D 219	1.77	1.47	1.22	17.28	2.09	1.82	12.59
D30KU II	2.42	NaN	1.16	NaN	1.98	1.84	7.38
TAY 611	3.04	1.22	1.11	8.48	1.95	1.83	6.51
TAY 651	3.07	1.27	1.11	12.74	1.95	1.83	6.56
RB183 TAY650	3.1	NaN	1.11	NaN	NaN	NaN	NaN
TFE731 5	3.15	NaN	1.11	NaN	NaN	NaN	NaN
FJ44	3.28	1.29	1.1	15.19	2.12	1.75	17.61
JT15D	3.3	1.59	1.09	31.04	1.53	1.81	-18.15
BR710	4	1.1	1.04	6.04	1.81	1.8	0.78
RB211 524H	4.3	1.59	1.01	36.41	1.61	1.85	-14.36
RB211 535E4	4.3	1.72	1.01	41.02	1.69	1.79	-5.66
PS90	4.4	NaN	1.01	NaN	NaN	NaN	NaN
PW305B	4.5	1.11	1	9.89	1.91	1.78	7.16
V2533 A5	4.6	1.05	0.99	5.53	1.63	1.78	-9.53
PS 90A	4.6	NaN	0.99	NaN	1.69	1.77	-5.14
PS90 Soloviev	4.6	NaN	0.99	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80A2	4.66	0.99	0.99	0.62	1.76	1.78	-0.82
BR715 55	4.7	1.05	0.98	6.3	1.76	1.78	-1.24
V2525 D5	4.8	1.02	0.97	4.48	1.63	1.77	-9.17
PW4052	4.85	0.99	0.97	2.43	NaN	1.77	NaN
PW4056	4.85	1.02	0.97	4.6	NaN	1.77	NaN
PW4152	4.85	0.99	0.97	1.59	NaN	NaN	NaN
TRENT 772	4.89	NaN	0.97	NaN	1.6	1.8	-12.19
D 436T1	4.95	NaN	0.96	NaN	1.73	1.7	1.4
V2522 A5	5	0.96	0.96	0.52	1.63	1.77	-8.8
CF6 80C2A5	5.05	0.96	0.95	0.93	1.64	1.77	-7.96
PW4168	5.1	NaN	0.95	NaN	NaN	1.77	NaN
CF6 80C2B1F	5.15	0.91	0.95	-4.38	1.6	1.76	-10.45
PW4358	5.2	NaN	0.94	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80E1A2	5.3	0.93	0.93	0.07	1.59	NaN	NaN
CFE738	5.3	1.05	0.93	10.63	1.83	1.75	4.14
CF6 80C2B2	5.31	0.91	0.93	-2.97	1.63	1.76	-7.86
V2500 A1	5.4	0.99	0.93	6.58	1.65	1.76	-6.77
LF507	5.6	1.15	0.91	20.86	1.17	NaN	NaN
D 18T	5.6	NaN	0.91	NaN	1.61	1.68	-4.23
ALF502R5	5.7	1.16	0.9	21.94	2.04	1.7	16.64
TRENT 892	5.74	NaN	0.9	NaN	1.58	1.78	-13.02
CFM56 2A2	5.9	1.02	0.89	13.07	1.88	1.74	7.49
CFM56 3C1	6	0.93	0.88	6.05	1.89	1.74	7.94
CFM56 5A1	6	0.93	0.88	6.05	1.69	1.74	-3.02
PW2037	6	0.93	0.88	6.05	1.65	1.8	-9.19
CFM56 2B1	6	NaN	0.88	NaN	1.84	1.74	5.24
PW4084	6.41	NaN	0.85	NaN	NaN	1.76	NaN
CFM56 5C2	6.6	0.91	0.83	8.4	1.61	1.72	-7.22
MMAC	7.14	NaN	0.79	NaN	1.63	1.74	-7.05
TRENT 556	7.32	NaN	0.77	NaN	1.65	1.74	-5.21
GE90 85B	8.4	0.81	0.69	14.96	1.54	1.71	-10.64
CFM56 7B20	NaN	1.02	NaN	NaN	NaN	NaN	-10.04 NaN
CF34 3A/3B	NaN	0.99	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
AE3007	NaN	1.1	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
NK93	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
111100	11011		noy%	10.78		noy%	8.46
		$_{LT_{1}}$	noy%	10.10	$DT_n$	noy%	0.40

Tab. A.4 – Confrontation des données moteurs (Table 2.6, p. 28) et des évaluations du modèle Simple avec c=0 et à coefficients constants (Equation A.4, p. 225)

#### A.6 Modèle Plan

Le modèle Plan est l'un des deux modèles que nous vous proposons (Equation 2.12, p. 50). Nous ne rappelons ici que sa forme analytique.

$$C_{SR} = (a_2(h)M + b_1(h)\lambda + b_2(h))\sqrt{\theta}$$

Avec:

 $C_{SR}$ : Consommation Spécifique Réacteur (kg/s)/N: Mach de vol Mh: Altitude de vol m: Rapport des températures en vol et au sol  $\theta = \frac{T}{T_0}$  $\theta$ : Température en vol (Section F.1, p. 269) TK $T_0$ : Température au sol (Section F.1, p. 269) K $\varepsilon_c$ : Rapport de pression entrée/sortie du compresseur : Taux de dilution  $\lambda \geq 3$  $a_2(h), b_1(h), :$  Fonctions linéaires par morceaux de l'altitude  $b_2(h)$ : Constante

## A.7 Modèle Plan sans le terme en $\sqrt{\theta}$

$$C_{SR} = a_2(h)M + b_1(h)\lambda + b_2(h)$$
 (A.5)

Avec:

 $C_{SR}$  : Consommation Spécifique Réacteur (kg/s)/NM : Mach de vol

h : Mach de vol m

 $\varepsilon_c$  : Rapport de pression entrée/sortie du compresseur

 $\lambda$  : Taux de dilution  $\lambda \geq 3$ 

 $a_1(h), a_2(h), :$  Fonctions linéaires par morceaux de l'altitude

 $b_1(h), b_2(h)$ 

c : Constante

L'optimisation des fonctions  $a_1(h)$ ,  $a_2(h)$ ,  $b_1(h)$  et  $b_2(h)$  par maillage avec  $\varepsilon_c = 30$  selon la méthode décrite précédemment (Section 2.4.2, p. 47), donne les fonctions linéaires par morceaux suivantes :

	Au sol	Troposphère	Stratosphère (basse)
	h = 0 m	$0 < h \le 11 \; km$	$11 < h \le 20 \ km$
$a_1$	0	0	0
$a_2$	$1.59  10^{-5}$	$-5.4610^{-10}h + 1.5910^{-5}$	$9.9110^{-6}$
$b_1$	$-4.2810^{-11}$	$-1.31  10^{-11} h - 4.28  10^{-7}$	$-5.7210^{-7}$
$b_2$	$1.02 \ 10^{-5}$	$1.86  10^{-10} h + 1.02  10^{-5}$	$1.23  10^{-5}$
c	0	0	0

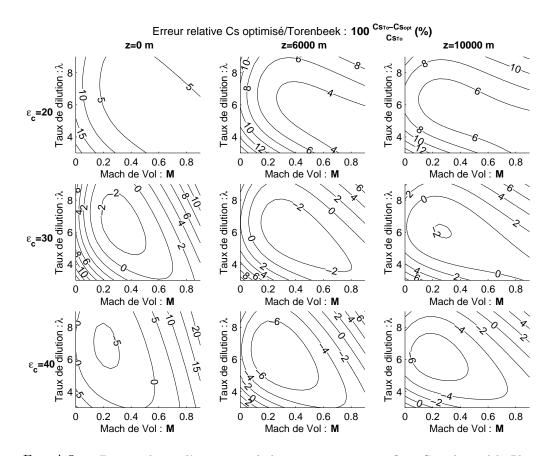


FIG. A.5 – Erreur relative d'estimation de la consommation spécifique  $C_{SR}$  du modèle Plan sans le terme en  $\sqrt{\theta}$  (Equation A.5, p. 228) identifiée sur le modèle d'E. Torenbeek (Equation 2.9, p. 24).

		Au s	ol et à l'arrê	t	E	n croisière	
Modèle	λ	$10^{5}C_{SR0}$	$10^5 C_{SRopt}$	$Er_{\%}$	$10^5 C_{SRcr}$	$10^5 C_{SRopt}$	$Er_{\%}$
		(kg/s)/N	$(kg/s)/\hat{N}$		(kg/s)/N	$(kg/s)/\hat{N}$	
SPEY 5118	0.64	NaN	1	NaN	2.27	1.94	14.59
RB183 55515P	0.71	1.59	0.99	37.32	2.27	2	11.81
JT8D 217	1.73	NaN	0.95	NaN	NaN	NaN	NaN
JT8D 219	1.77	1.47	0.95	35.46	2.09	1.89	9.51
D30KU II	2.42	NaN	0.92	NaN	1.98	1.88	5.03
TAY 611	3.04	1.22	0.89	26.56	1.95	1.86	4.97
TAY 651	3.07	1.27	0.89	29.93	1.95	1.86	5.06
RB183 TAY650	3.1	NaN	0.89	NaN	NaN	NaN	NaN
TFE731 5	3.15	NaN	0.89	NaN	NaN	NaN	NaN
FJ44	3.28	1.29	0.88	31.54	2.12	1.78	16.25
JT15D	3.3	1.59	0.88	44.31	1.53	1.83	-19.6
BR710	4	1.1	0.85	22.75	1.81	1.8	0.56
RB211 524H	4.3	1.59	0.84	47.29	1.61	1.84	-13.72
RB211 535E4	4.3	1.72	0.84	51.11	1.69	1.79	-5.42
PS90	4.4	NaN	0.84	NaN	NaN	NaN	NaN
PW305B	4.5	1.11	0.83	24.88	1.91	1.76	7.74
V2533 A5	4.6	1.05	0.83	21.02	1.63	1.77	-8.78
PS 90A	4.6	NaN	0.83	NaN	1.69	1.76	-4.33
PS90 Soloviev	4.6	NaN	0.83	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80A2	4.66	0.99	0.83	16.77	1.76	1.77	-0.03
BR715 55	4.7	1.05	0.82	21.43	1.76	1.76	-0.39
V2525 D5	4.8	1.02	0.82	19.67	1.63	1.76	-8.08
PW4052	4.85	0.99	0.82	17.82	NaN	1.75	NaN
PW4056	4.85	1.02	0.82	19.65	NaN	1.75	NaN
PW4152	4.85	0.99	0.82	17.11	NaN	NaN	NaN -10.75
TRENT 772 D 436T1	4.89 4.95	NaN NaN	0.82 0.81	NaN NaN	1.6 1.73	1.77 1.69	2.26
V2522 A5	4.95	0.96	0.81	15.83	1.63	1.75	-7.38
CF6 80C2A5	5.05	0.96	0.81	16.05	1.64	1.73	-6.47
PW4168	5.05	NaN	0.81	NaN	NaN	1.74	-0.47 NaN
CF6 80C2B1F	5.15	0.91	0.81	11.28	1.6	1.74	-8.75
PW4358	5.13	NaN	0.8	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80E1A2	5.3	0.93	0.8	14.65	1.59	NaN	NaN
CFC 50ETA2	5.3	1.05	0.8	23.67	1.83	1.72	5.95
CF6 80C2B2	5.31	0.91	0.8	12.03	1.63	1.73	-5.93
V2500 A1	5.4	0.99	0.79	19.96	1.65	1.72	-4.71
LF507	5.6	1.15	0.78	31.75	1.17	NaN	NaN
D 18T	5.6	NaN	0.78	NaN	1.61	1.65	-2.29
ALF502R5	5.7	1.16	0.78	32.45	2.04	1.69	17.23
TRENT 892	5.74	NaN	0.78	NaN	1.58	1.73	-9.92
CFM56 2A2	5.9	1.02	0.77	24.26	1.88	1.69	10.01
CFM56 3C1	6	0.93	0.77	17.86	1.89	1.69	10.6
CFM56 5A1	6	0.93	0.77	17.86	1.69	1.69	-0.06
PW2037	6	0.93	0.77	17.86	1.65	1.74	-5.52
CFM56 2B1	6	NaN	0.77	NaN	1.84	1.69	7.97
PW4084	6.41	NaN	0.75	NaN	NaN	1.7	NaN
CFM56 5C2	6.6	0.91	0.74	18.13	1.61	1.66	-3.08
MMAC	7.14	NaN	0.72	NaN	1.63	1.68	-2.96
TRENT 556	7.32	NaN	0.71	NaN	1.65	1.67	-0.91
GE90 85B	8.4	0.81	0.67	17.61	1.54	1.58	-2.55
CFM56 7B20	NaN	1.02	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
CF34 3A/3B	NaN	0.99	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
AE3007	NaN	1.1	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
NK93	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
		$Er_{r}$	noy%	24.25	$Er_n$	noy%	7.06

Tab. A.5 – Confrontation des données moteurs (Table 2.6, p. 28) et des évaluations du modèle Plan sans le terme en  $\sqrt{\theta}$  (Equation A.5, p. 228)

#### Modèle Plan avec $a_1$ , $a_2$ , $b_1$ et $b_2$ constants **A.8**

$$C_{SR} = (a_2M + b_1\lambda + b_2)\sqrt{\theta}$$
(A.6)

Avec:

(kg/s)/N $C_{SR}$ : Consommation Spécifique Réacteur M: Mach de vol h: Altitude de vol m: Rapport des températures en vol et au sol  $\theta = \frac{T}{T_0}$  $\theta$ T: Température en vol (Section F.1, p. 269) K: Température au sol (Section F.1, p. 269)  $T_0$ K: Rapport de pression entrée/sortie du compresseur  $\varepsilon_c$  $\lambda$ : Taux de dilution  $\lambda \geq 3$ 

 $a_1, a_2, b_1, b_2$ : Constantes

L'optimisation des constantes  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  et  $b_2$  par maillage avec  $\varepsilon_c = 30$  selon la méthode décrite précédemment (Section 2.4.2, p. 47), donne les fonctions linéaires par morceaux suivantes:

	Au sol	Troposphère	Stratosphère (basse)
	h = 0 m	$0 < h \le 11  km$	$11 < h \le 20  km$
$a_1$	0	0	0
$a_2$	$1.37 \ 10^{-5}$	$1.37  10^{-5}$	$1.37  10^{-5}$
$b_1$	$-5.4110^{-7}$	$-5.4110^{-7}$	$-5.4110^{-7}$
$b_2$	$1.22 \ 10^{-5}$	$1.22  10^{-5}$	$1.22 \ 10^{-5}$
c	0	0	0

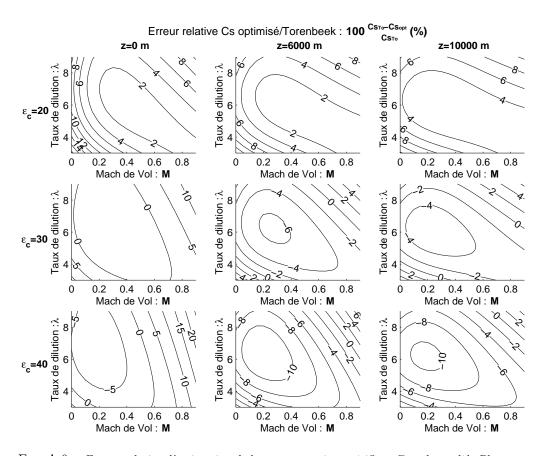


FIG. A.6 – Erreur relative d'estimation de la consommation spécifique  $C_{SR}$  du modèle Plan avec  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  et  $b_2$  constantes et c=0 (Equation A.6, p. 231) identifiée sur le modèle d'E. Torenbeek (Equation 2.9, p. 24).

	İ	Au s	ol et à l'arrê	t	E	n croisière	
Modèle	λ	$10^{5}C_{SR0}$	$10^5 C_{SRopt}$	$Er_{\%}$	$10^5 C_{SRcr}$	$10^5 C_{SRopt}$	$Er_{\%}$
		(kg/s)/N	(kg/s)/N	70	(kg/s)/N	(kg/s)/N	70
SPEY 5118	0.64	NaN	1.18	NaN	2.27	1.91	15.52
RB183 55515P	0.71	1.59	1.18	25.77	2.27	1.99	12.05
JT8D 217	1.73	NaN	1.12	NaN	NaN	NaN	NaN
JT8D 219	1.77	1.47	1.12	23.81	2.09	1.88	9.83
D30KU II	2.42	NaN	1.08	NaN	1.98	1.89	4.68
TAY 611	3.04	1.22	1.05	13.68	1.95	1.87	4.31
TAY 651	3.07	1.27	1.05	17.65	1.95	1.87	4.39
RB183 TAY650	3.1	NaN	1.05	NaN	NaN	NaN	NaN
TFE731 5	3.15	NaN	1.05	NaN	NaN	NaN	NaN
FJ44	3.28	1.29	1.04	19.61	2.12	1.78	16.28
JT15D	3.3	1.59	1.04	34.61	1.53	1.85	-20.64
BR710	4	1.1	1	9.53	1.81	1.82	-0.66
RB211 524H	4.3	1.59	0.98	38.35	1.61	1.87	-15.84
RB211 535E4	4.3	1.72	0.98	42.82	1.69	1.81	-6.9
PS90	4.4	NaN	0.98	NaN	NaN	NaN	NaN
PW305B	4.5	1.11	0.97	12.21	1.91	1.79	6.25
V2533 A5	4.6	1.05	0.97	7.74	1.63	1.8	-10.5
PS 90A	4.6	NaN	0.97	NaN	1.69	1.79	-6.07
PS90 Soloviev	4.6	NaN	0.97	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80A2	4.66	0.99	0.96	2.8	1.76	1.79	-1.65
BR715 55	4.7	1.05	0.96	8.26	1.76	1.79	-2.03
V2525 D5	4.8	1.02	0.96	6.24	1.63	1.79	-9.92
PW4052	4.85	0.99	0.95	4.11	NaN	1.78	NaN
PW4056	4.85	1.02	0.95	6.25	NaN	1.78	NaN
PW4152	4.85	0.99	0.95	3.28	NaN	NaN	NaN
TRENT 772	4.89	NaN	0.95	NaN	1.6	1.81	-12.89
D 436T1	4.95	NaN	0.95	NaN	1.73	1.71	0.92
V2522 A5	5	0.96	0.95	1.85	1.63	1.78	-9.34
CF6 80C2A5	5.05	0.96	0.94	2.13	1.64	1.78	-8.44
PW4168	5.1	NaN	0.94	NaN	NaN	1.77	NaN
CF6 80C2B1F	5.15	0.91	0.94	-3.39	1.6	1.77	-10.83
PW4358	5.2	NaN	0.93	NaN	NaN	NaN	NaN
CF6 80E1A2	5.3	0.93	0.93	0.62	1.59	NaN	NaN
CFE738	5.3	1.05	0.93	11.12	1.83	1.75	3.95
CF6 80C2B2	5.31	0.91	0.93	-2.43	1.63	1.76	-8.06
V2500 A1	5.4	0.99	0.92	6.84	1.65	1.76	-6.87
LF507	5.6	1.15	0.91	20.63	1.17	NaN	NaN
D 18T	5.6	NaN	0.91	NaN	1.61	1.68	-4.14
ALF502R5	5.7	1.16	0.91	21.49	2.04	1.7	16.77
TRENT 892	5.74	NaN	0.91	NaN	1.58	1.78	-12.73
CFM56 2A2	5.9	1.02	0.9	12.06	1.88	1.74	7.86
CFM56 3C1	6	0.93	0.89	4.67	1.89	1.73	8.4
CFM56 5A1	6	0.93	0.89	4.67	1.69	1.73	-2.51
PW2037	6	0.93	0.89	4.67	1.65	1.79	-8.59
CFM56 2B1	6	NaN	0.89	NaN	1.84	1.73	5.72
PW4084	6.41	NaN	0.87	NaN	NaN	1.75	NaN
CFM56 5C2	6.6	0.91	0.86	5.27	1.61	1.7	-6.02
MMAC	7.14	NaN	0.83	NaN	1.63	1.71	-5.25
TRENT 556	7.32	NaN	0.82	NaN	1.65	1.71	-3.24
GE90 85B	8.4	0.81	0.76	5.71	1.54	1.65	-7.08
CFM56 7B20	NaN	1.02	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
CF34 3A/3B	NaN	0.99	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
AE3007	NaN	1.1	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
NK93	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
		$Er_{i}$	noy%	12.01	$Er_r$	noy%	8.03

Tab. A.6 – Confrontation des données moteurs (Table 2.6, p. 28) et des évaluations du modèle Plan à coefficients constants (Equation A.6, p. 231)

#### A.9 Confrontation Modèles recalés et autres modèles

Nous venons de répertorier toutes les formes analytiques de consommation spécifique  $C_{SR}$  que nous avons identifiées sur le modèle d'E.Torenbeek. Dans le document principal, nous en avons sélectionné deux : le Modèle Plan (Equation 2.17, p. 68) et le Modèle Simple (Equation 2.16, p. 66). Nous avons alors recalé ses modèles par rapport à des données expérimentales. Ces recalages ont été faits par étapes successives sans remettre en cause la structure même des modèles.

Nous avons ensuite confronté ses modèles recalés avec les autres modèles existants pour l'un des trois moteurs dont nous disposons de données précises (Figure 2.31, p. 75). Pour ne pas surcharger le document principal, c'est ici, en annexe que nous vous présentons ces confrontations pour ces trois moteurs réels.

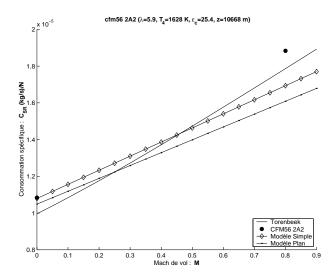


Fig. A.7 – CFM56 2A2: Modèles recalés et existants en fonction du Mach M

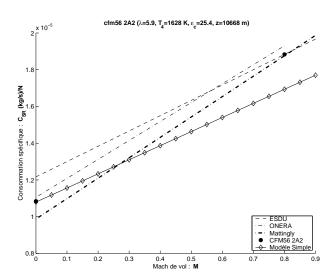


Fig. A.8 – CFM56 2A2 : Modèles recalés et existants en fonction du Mach M

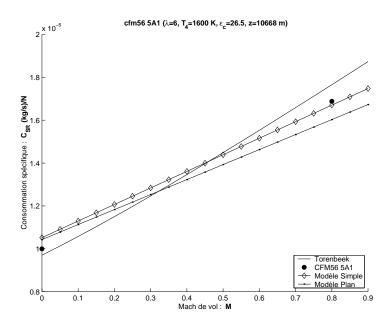


Fig. A.9 – CFM56 5A1 : Modèles recalés et existants en fonction du Mach M

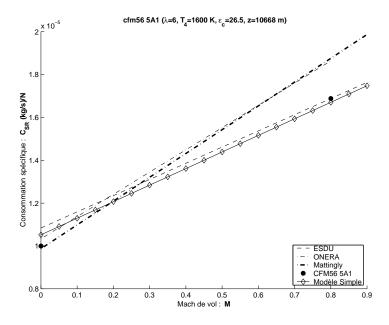


Fig. A.10 – CFM56 5A1 : Modèles recalés et existants en fonction du Mach ${\it M}$ 

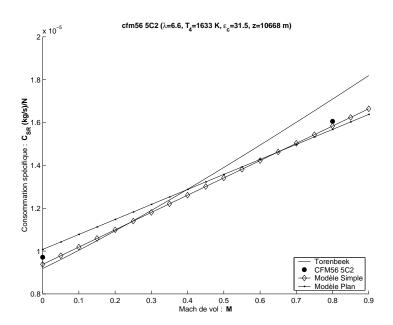


Fig. A.11 – CFM56 5C2 : Modèles recalés et existants en fonction du Mach ${\it M}$ 

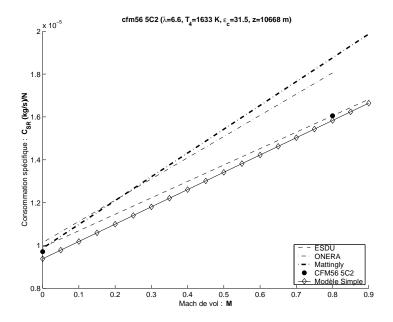


Fig. A.12 – CFM56 5C2 : Modèles recalés et existants en fonction du Mach M

### Annexe B

# Consommation spécifique $C_{SR}$ et poussée moteur F

Dans le document principal (Table 2.15, p. 85), nous vous proposons un modèle de consommation spécifique réduite  $\overline{C_{SR}}$  fonction de la poussée requise. Nous disposions de données expérimentales uniquement sur 2 moteurs pour élaborer ce modèle : le MMAC (Figure 2.34, p. 78) et JT9D (Figure 2.35, p. 79). Dans la perspective de reprise de notre travail afin d'élaborer un modèle plus général avec en possession, davantage de données moteurs, nous avons tenu à décrire, dans ce chapitre en annexe, les étapes de notre travail et les pistes éventuelles à suivre.

#### B.1 Par quoi adimensionner?

Ayant élaboré un modèle de consommation spécifique  $C_{SR}$  à poussée maximale  $F_{max}$ , il nous fallait mettre au point un modèle traduisant uniquement l'effet de la position de la manette des gaz (par la poussée réduite  $\overline{F}$ ) et l'optimisation du moteur (par la différence d'altitude de vol h et de celle pour laquelle le moteur est optimisé  $h_m: \Delta h = h - h_m$ ). Nous disposions de relevés expérimentaux de consommation spécifique  $C_{SR}$  en fonction de la poussée F pour deux moteurs. Il nous fallait donc adimensionner ces données. Il nous était exclu d'adimensionner toutes les courbes par une même valeur de référence. En effet, en procédant de la sorte, nous prendrions l'effet de l'altitude sur la consommation spécifique. Et ceci est déjà considéré dans nos modèles de consommation spécifique à poussée maximale. Il fallait donc prendre une valeur de référence pour chacun des tracés expérimentaux, mais que choisir?

Adimensionner la poussée par la poussée maximale nous a semblé la démarche la plus logique.

$$\overline{F} = \frac{F}{F_{\text{max}}}$$

Ceci a l'avantage de refléter la notion de manette des gaz : "On est à x% de la poussée maximale  $F_{max}$ ". Pour les données du JT9D, J.Mattingly [Mat96] nous précise la poussée maximale  $F_{max}$  pour chaque relevé ( $F_{max}=12750\,lbf$  à 30 kft et  $F_{max}=11250\,lbf$  à 35 kft). Nous sommes donc assuré d'obtenir un rapport correct. En ce qui concerne le MMAC, nous n'avions pas cette donnée, nous avons alors considéré que les relevés expérimentaux s'arrêtaient à la poussée maximale continue en croisière.

Pour la consommation spécifique, nous avons fait le choix d'adimensionner par la consommation spécifique à poussée maximale  $C_{SR}(F_{max})$ . Nous aurions pu choisir d'adimensionner par le minima  $\overline{C_{SR}}_{min}$ . En effet, près du minima la consommation spécifique varie moins sensiblement qu'à la poussée maximale. Ainsi prendre comme référence  $\overline{C_{SR}}_{min}$  aurait l'avantage de minimiser l'erreur due à l'incertitude de la valeur exacte de  $C_{SR}(F_{max})$ . Mais le minima n'est pas toujours visible sur les courbes. Nous préférions prendre la même référence que pour la poussée, c'est-à-dire  $C_{SR}(F_{max})$ , qui a l'avantage de présenter une forme analytique plus attrayante pour revenir à la consommation spécifique  $C_{SR}(F)$ . En effet, ce n'est alors qu'un simple produit :

$$\overline{C_{SR}} = \frac{C_{SR}(F)}{C_{SR}(F_{max})} \quad \Rightarrow \quad C_{SR}(F) = \overline{C_{SR}} \underbrace{C_{SR}(F_{max})}_{\text{Modèle Simple ou Plan}}$$

Remarque B.1 Adimensionner par le minima de consommation spécifique aurait donné la relation suivante :

$$\overline{C_{SR}} = \frac{C_{SR}(F)}{\overline{C_{SR}_{min}}} \quad \Rightarrow \quad C_{SR}(F) = \frac{\overline{C_{SR}}(\overline{F})}{\overline{C_{SR}}(1)} \underbrace{C_{SR}(F_{max})}_{\text{Modèle Simple ou Plan}}$$

#### B.2 Choix de la forme analytique

Élaborer un modèle de consommation spécifique réduite  $\overline{C_{SR}}$  nécessite que nous choisissions une forme analytique.

#### B.2.1 Démarche

Nous en avons alors tenté plusieurs en procédant par étapes successives de la manière suivante : Pour chaque forme analytique choisie, nous identifions les coefficients de cette loi pour chacun des tracés expérimentaux. En comparant ces optimisations aux courbes réelles, nous pouvions alors réaliser quel était la meilleure prédiction que cette forme de loi pourrait permettre. Si ce résultat nous convenait, nous passions à l'étape suivante, c'est-à-dire tenter de trouver une relation entre ces optimisations et l'altitude pour laquelle les relevés expérimentaux ont été faits. Le but étant d'obtenir une loi finale fonction de la poussée réduite  $\overline{F}$  et de l'altitude  $\overline{F}$  par  $\Delta h = h - h_m$ . Et c'est seulement à cette étape que nous faisions une optimisation globale sur  $\overline{F}$  et  $\Delta h$ .

#### B.2.2 Quelques formes analytiques

#### Parabole sur l'ensemble des poussées réduites $\overline{F}$

L'optimisation sur chacun des tracés d'une forme parabolique sur l'ensemble des poussées réduites  $\overline{F}$  ne nous a pas semblé intéressant. En effet, le mieux que l'on puisse espérer n'est pas d'une grande précision (Figure B.1, p. 239). Nous n'avons donc pas poursuivi dans cette voie.

 $<sup>^1</sup>$ Le modèle doit respecter le fait qu'à l'altitude d'optimisation du moteur  $h_m$  on ait un minimum de consommation spécifique pour une poussée réduite de 85%.

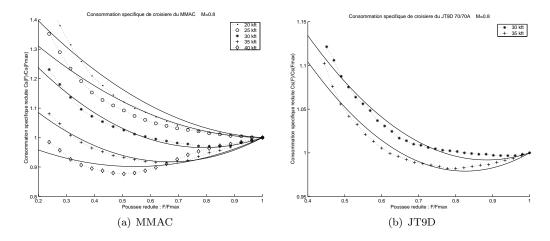


FIG. B.1 – Identification des coefficients  $a, \overline{F_i}$  et  $\overline{C_{SR}}_{min}$  de la loi parabolique de consommation spécifique réduite  $\overline{C_{SR}} = \frac{C_{SR}(F)}{C_{SR}(F_{max})} = a(\overline{F} - \overline{F_i})^2 + \overline{C_{SR}}_{min}$  pour chacun des tracés expérimentaux, sur l'ensemble des poussées réduites  $\overline{F}$ .

	a	$\overline{F_i}$	$C_{SR}_{min}$					
MMAC								
-2 370 m	0.56	1.04	0.999					
-846 m	0.47	1.01	0.999					
678 m	0.78	0.79	0.97					
2 202 m	0.76	0.67	0.92					
2 370 m	0.47	0.54	0.90					
JT9D								
678 m	0.61	0.88	0.99					
2 202 m	0.69	0.83	0.98					

TAB. B.1 – Identification des coefficients  $a, \overline{F_i}$  et  $\overline{C_{SR}}_{min}$  de la loi parabolique de consommation spécifique réduite  $\overline{C_{SR}} = \frac{C_{SR}(F)}{C_{SR}(F_{max})} = a(\overline{F} - \overline{F_i})^2 + \overline{C_{SR}}_{min}$  pour chacun des tracés expérimentaux, sur l'ensemble des poussées réduites  $\overline{F}$ .

#### Parabole pour des poussées réduites $\overline{F} > 0.6$

La loi parabolique n'étant pas adapté à l'ensemble des poussées réduites  $\overline{F}$  s'est avérée par contre très pertinente pour  $\overline{F} > 0.6$ . L'optimisation sur chacun des tracés (sur  $\overline{F} > 0.6$  pour le JT9D et  $\overline{F} > 0.5$  pour le MMAC) donne alors de meilleurs résultats (Figure B.2, p. 240).

Cette première étape étant validée (choix d'une loi parabolique pour des poussées réduites  $\overline{F} > 0.6$ ), nous cherchions alors à établir une relation entre les coefficients  $\overline{F}_i$ ,  $\overline{C}_{SRmin}$  et l'altitude  $\Delta h$ . Nous avons alors opté pour une loi linéaire pour  $\overline{F}_i$ . Ne possédant que deux tracés pour le JT9D, nous avons aussi opté pour une loi linéaire pour  $\overline{C}_{SRmin}$  (C'est le modèle proposé dans le document principal (Section 2.6, p. 76)). Concernant le MMAC, nous avions tenté un polynôme d'ordre 2 pour  $\overline{C}_{SRmin}$ , ce qui donnait d'assez bonnes

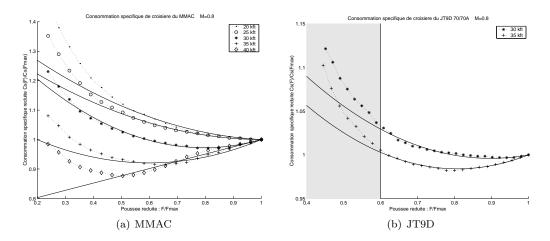


FIG. B.2 – Identification des coefficients a,  $\overline{F_i}$  et  $\overline{C_{SR}}_{min}$  de la loi parabolique de consommation spécifique réduite  $\overline{C_{SR}} = \frac{C_{SR}(F)}{C_{SR}(F_{max})} = a(\overline{F} - \overline{F_i})^2 + \overline{C_{SR}}_{min}$  pour chacun des tracés expérimentaux (sur  $\overline{F} > 0.6$  pour le JT9D et  $\overline{F} > 0.5$  pour le MMAC).

	a	$\overline{F_i}$	$C_{SRmin}$			
MMAC						
-2 370 m	0.359	1.07	0.998			
-846 m	0.339	1.01	0.999			
678 m	0.66	0.79	0.972			
2 202 m	0.495	0.6	0.921			
2 370 m	$3.37  10^{-9}$	$-3.7  10^7$	$-4.510^6$			
JT9D						
678 m	0.379	0.897	0.996			
2 202 m	0.435	0.8	0.984			

Tab. B.2 – Identification des coefficients  $a, \overline{F_i}$  et  $\overline{C_{SR}}_{min}$  de la loi parabolique de consommation spécifique réduite  $\overline{C_{SR}} = \frac{C_{SR}(F)}{C_{SR}(F_{max})} = a(\overline{F} - \overline{F_i})^2 + \overline{C_{SR}}_{min}$  pour chacun des tracés expérimentaux (sur  $\overline{F} > 0.6$  pour le JT9D et  $\overline{F} > 0.5$  pour le MMAC).

prédictions vis-à-vis de nos tracés expérimentaux.

$$\overline{C_{SR}}_{min} = -5.53 \, 10^{-9} \Delta h^2 - 1.79 \, 10^{-5} \Delta h + 0.9869$$

$$\overline{F_i} = -9.6 \, 10^{-5} \Delta h + 0.85$$

Remarque B.2 L'optimisation numérique donnant des résultats parfois curieux (c'était déjà le cas du tracé à 12 192 m du MMAC), nous avons donc procédé manuellement. En effet, l'optimisation numérique semble trop sensible à la condition aux limites (Remarque 2.17, p. 77)  $a = \frac{1 - \overline{C_{SR}}_{min}(\Delta h)}{(1 - \overline{F_i}(\Delta h))^2}$ .

Malheureusement, ce modèle admet des valeurs de qui sont  $\overline{C_{SR}}_{min}$  supérieures à 1 pour  $-2124\,m < \Delta h < -115\,m$ , ce qui implique inversion d'ouverture de la parabole dans ce domaine  $(a = \frac{1 - \overline{C_{SR}}_{min}(\Delta h)}{(1 - \overline{F_i}(\Delta h))^2} < 0)$ . Ce modèle n'est donc pas valable pour ces  $\Delta h$ . Afin

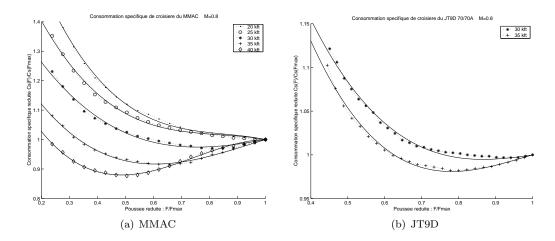


FIG. B.3 – Identification des coefficients a, b et c du polynôme d'ordre 3 de consommation spécifique réduite  $\overline{C_{SR}} = \frac{C_{SR}(F)}{C_{SR}(F_{max})} = a \, \overline{F}^3 + b \, \overline{F}^2 + c \, \overline{F} + (1 - a - b - c)$  pour chacun des tracés expérimentaux, sur l'ensemble des poussées réduites  $\overline{F}$ .

d'éviter cette restriction de domaine de définition, nous avons opté pour une loi linéaire par morceaux qui a le bon goût d'être encore plus précise : c'est le modèle que nous vous proposons dans le document principal (Section 2.6, p. 76).

#### Polynôme d'ordre 3 sur l'ensemble des poussées réduites $\overline{F}$

Nous avons également fait une tentative avec un polynôme du troisième degré de la forme :

$$\overline{C_{SR}} = a \, \overline{F}^3 + b \, \overline{F}^2 + c \, \overline{F} + d$$

Afin de retrouver  $\overline{C_{SR}}=1$  pour  $\overline{F}=1$  (cf. conditions aux limites (Remarque 2.17, p. 77)), cela impose que : d=1-a-b-c. L'optimisation sur chacun des tracés d'un polynôme du troisième ordre sur l'ensemble des poussées réduites  $\overline{F}$  donnent de bons résultats (Figure B.3, p. 241).

Ne possédant que deux tracés pour le JT9D, une loi linéaire pour chacun des coefficients peut-être adoptée. Pour le MMAC, une loi linéaire donne des résultats très médiocres. Prendre des polynômes de deuxième degré pour ces coefficients permet d'obtenir de meilleurs résultats.

$$a = a_1 \Delta h^2 + a_2 \Delta h + a_3$$
  

$$b = b_1 \Delta h^2 + b_2 \Delta h + b_3$$
  

$$c = c_1 \Delta h^2 + c_2 \Delta h + c_3$$

Pour retrouver, à l'altitude d'optimisation du moteur  $h=h_m$  (c'est-à-dire  $\Delta h=0$ ), un minima de consommation spécifique à 85% de la poussée maximale, cela impose :  $\frac{\partial \overline{C_{SR}}}{\overline{F}}(\overline{F}=0.85, \Delta h=0)=0$ , c'est-à-dire  $c_3=-(3\ a_3(0.85)^2+2\ b_3(0.85))$ . L'optimisation donne alors les valeurs suivantes :  $a_1=-2.34\ 10^{-7},\ a_2=2.17\ 10^{-5},\ a_3=0.3233,\ b_1=4.57\ 10^{-7},\ b_2=-1.057\ 10^{-4},\ b_3=0.1079,\ c_1=-2.68\ 10^{-7}$  et  $c_2=2.05\ 10^{-4}$ .

	a	b	c	d = 1 - a - b - c	
MMAC					
-2 370 m	-1.6154	4.131	-3.6126	2.097	
-846 m	-1.3509	3.3857	-2.8917	1.857	
678 m	-0.63155	2.0149	-1.9631	1.5797	
2 202 m	-0.86436	2.4508	-2.0192	1.4328	
2 370 m	-1.6854	3.7778	-2.4773	1.3849	
JT9D					
678 m	-0.75226	2.3414	-2.3625	1.7734	
2 202 m	-1.0613	3.1131	-2.9199	1.8681	

TAB. B.3 – Identification des coefficients a,b et c du polynôme d'ordre 3 de consommation spécifique réduite  $\overline{C_{SR}} = \frac{C_{SR}(F)}{C_{SR}(F_{max})} = a \, \overline{F}^3 + b \, \overline{F}^2 + c \, \overline{F} + (1-a-b-c)$  pour chacun des tracés expérimentaux, sur l'ensemble des poussées réduites  $\overline{F}$ .

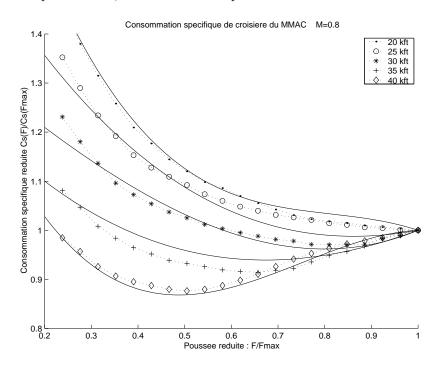


FIG. B.4 – Modèle de consommation spécifique réduite  $C_{SR}$  sous forme d'un polynôme du troisième degré en  $\overline{F}$ . Optimisé sur les données expérimentales du MMAC sur l'ensemble des poussées réduites  $\overline{F}$ . Les coefficients de cette loi polynomiale, sont eux même des polynômes d'ordre deux en altitude  $\Delta h$ .

Donc, un polynôme du troisième degré permet de couvrir un plus vaste domaine de poussées réduites  $\overline{F}$  qu'une parabole. Néanmoins, il est rare qu'en croisière, la poussée requise soit inférieure à 50% de la poussée maximale  $F_{max}$ . C'est pourquoi, nous avons sélectionné pour notre étude (Section 2.6, p. 76), la parabole qui est plus simple analytiquement. Ce modèle est élaboré à l'aide de seulement deux moteurs et ne demande qu'à être amélioré à l'aide de plus amples données expérimentales.

## Annexe C

## Exposant n du modèle ESDU

L'expression (Equation 2.6, p. 20) du modèle de consommation spécifique  $C_{SR}$  proposé par l'ESDU [ESD82] est propice au calcul analytique de performances, notamment pour la détermination de l'optimum aérodynamique du coefficient de portante  $Cz_{opt}$  en croisière. Malheureusement, l'ESDU ne propose pas de loi pour l'exposant n. Nous avions alors identifié graphiquement cette loi sur une figure donnée par l'ESDU (Figure 2.2, p. 22). Afin d'améliorer cette loi, nous vous proposons dans ce chapitre, un modèle de cet exposant n, identifié sur le modèle Simple de consommation spécifique  $C_{SR}$  que nous avons élaboré (Table 2.14, p. 84). Nous vous présenterons alors un modèle très simple (l'équation d'un plan en taux de dilution  $\lambda$  et en altitude h), applicable aux gros moteurs civils.

### C.1 Modèle Simple de l'exposant $n_s$

Nous avons vu (Equation 2.6, p. 20), que le modèle de consommation spécifique  $C_{SR}$  proposé par l'ESDU était de la forme :

$$C_{SR} = k\sqrt{\theta}M^n \tag{C.1}$$

m

 $C_{SR}$ : Consommation Spécifique Réacteur (kg/s)/N

M: Mach de volk: Coefficient

n: Coefficient (Figure 2.1, p. 21)  $n = n(\lambda, h)$  (Equation 2.7, p. 21)

 $\lambda$ : Taux de dilution h: Altitude de croisière

Nous avions obtenu un modèle graphique de l'exposant n, identifié graphiquement sur une figure proposée par l'ESDU (Figure 2.2, p. 22) :

$$n_g = 3.975 \, 10^{-2} \lambda + (47.69 \, 10^{-2} - 3.35 \, 10^{-5} h)$$
 (C.2)

En dérivant (Equation C.1, p. 243) par rapport au Mach M, nous obtenons :

$$\frac{\partial C_{SR}}{\partial M} = n k M^{n-1} \sqrt{\theta}$$

$$= n \frac{k \sqrt{\theta} M^n}{M}$$

$$= n \frac{C_{SR}}{M}$$

$$n = \frac{M}{C_{SR}} \frac{\partial C_{SR}}{\partial M}$$

Par ailleurs, nous avons mis au point le Modèle Simple de consommation spécifique  $C_{SR}$  (Table 2.14, p. 84) de la forme :

$$C_{SR} = ((a_1(h)\lambda + a_2(h))M + (b_1(h)\lambda + b_2(h)))\sqrt{\theta} + (7.4 \cdot 10^{-13}(\varepsilon_c - 30)h + c)(\varepsilon_c - 30)$$

Dont la dérivée par rapport au Mach M, est donnée par :

$$\frac{\partial C_{SR}}{\partial M} = (a_1(h)\lambda + a_2(h))\sqrt{\theta}$$

En notant  $f(\varepsilon_c) = (7.4 \, 10^{-13} (\varepsilon_c - 30) h + c) (\varepsilon_c - 30)$ , l'expression de l'exposant n devient alors :

$$n = \frac{M}{C_{SR}} \frac{\partial C_{SR}}{\partial M}$$

$$= \frac{(a_1 \lambda + a_2) M \sqrt{\theta}}{((a_1 \lambda + a_2) M + (b_1 \lambda + b_2)) \sqrt{\theta} + f(\varepsilon_c)}$$

$$= 1 - \frac{(b_1 \lambda + b_2) \sqrt{\theta} + f(\varepsilon_c)}{((a_1 \lambda + a_2) M + (b_1 \lambda + b_2)) \sqrt{\theta} + f(\varepsilon_c)}$$

Remarque C.1 Le numérateur du deuxième terme représente la consommation spécifique à Mach nul M=0. Le dénominateur n'est autre que la consommation spécifique  $C_{SR}$ . Ainsi ce rapport est la proportion de consommation spécifique à l'arrêt par rapport à la consommation spécifique totale. Nous retrouvons aussi que l'exposant n est inférieur à 1.

Rappelons que le modèle ESDU n'est valable qu'en croisière à des Mach de vol 0.6 < M < 0.9. En prenant un Mach moyen de croisière, M=0.8, nous obtenons l'expression suivante :  $Modèle\ Simple\ de\ l'exposant\ n_s$ 

$$n_s = 1 - \frac{(b_1 \lambda + b_2)\sqrt{\theta} + f(\varepsilon_c)}{((0.8 a_1 + b_1)\lambda + (0.8 a_2 + b_2))\sqrt{\theta} + f(\varepsilon_c)}$$
(C.3)

: Exposant du Mach du modèle ESDU de consomma $n_s$ tion spécifique (Equation 2.6, p. 20) M: Mach de vol  $\lambda$ : Taux de dilution :  $\lambda > 3$ : Rapport de pression entrée/sortie du compresseur  $\varepsilon_c$ : Rapport de température en vol et au sol  $\theta = \frac{T}{T_0}$  $\theta$ h: Altitude de vol :  $h < 11 \ km$ m $a_1(h), a_2(h)$ ; Fonctions linéaires par morceaux de l'altitude (Table  $b_1(h), b_2(h)$ 2.14, p. 84) : Constante

Nous avons alors obtenu un modèle Simple de l'exposant  $n_s$  (Equation C.3, p. 244), basé sur notre modèle Simple de consommation spécifique et non plus sur une méthode graphique. Nous pouvons tout de même confronter ces prédictions (Figure C.1, p. 245) et (Figure C.2, p. 246), par rapport aux données expérimentales que fournit l'ESDU (Figure 2.1, p. 21), en les comparant avec celles de la loi graphique  $n_q(\lambda, h)$  (Equation C.2, p. 243). Notre modèle

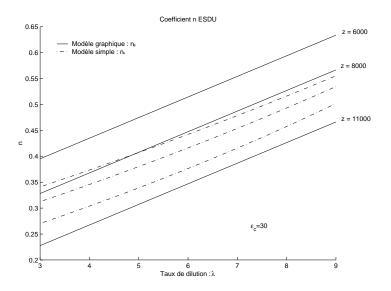


FIG. C.1 – Confrontation des modèles de l'exposant n: modèle graphique  $n_g$  (Equation C.2, p. 243) et Simple  $n_s$  déterminé à l'aide de notre Modèle Simple de consommation spécifique  $C_{SR}$  (Equation C.3, p. 244)

Simple de l'exposant  $n_s$  donne alors les mêmes ordres de grandeur et nous retrouvons la même pente en taux de dilution  $\lambda$ . Par contre, l'effet de l'altitude semble moins forte que pour le modèle que nous avions élaboré graphiquement (Equation 2.7, p. 21). Ce n'est pas vraiment surprenant puisque l'effet de l'altitude h sur le modèle ESDU n'est pas vraiment explicite (nous disposions uniquement (Figure 2.2, p. 22) d'une limite inférieure et d'une limite supérieure).

REMARQUE C.2 Notre modèle Simple de consommation spécifique  $C_{SR}$  (Table 2.14, p. 84) n'étant valable que pour des taux de dilution  $\lambda > 3$ , le domaine de validité du modèle Simple de l'exposant  $n_s$  subit la même restriction.

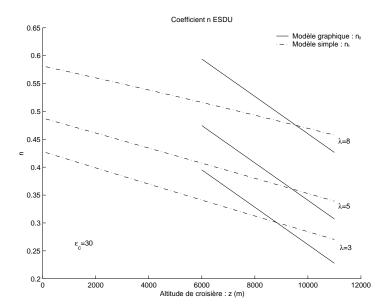


FIG. C.2 – Confrontation des modèles de l'exposant n: modèle graphique  $n_g$  (Equation C.2, p. 243) et Simple  $n_s$  déterminé à l'aide de notre Modèle Simple de consommation spécifique  $C_{SR}$  (Equation C.3, p. 244)

#### C.2 Modèle Identifié $n_i$

Rappelons que pour un gros moteur civil ( $\varepsilon_c \approx 30$  en moyenne), le terme  $f(\varepsilon_c)$  est nul (Table 2.14, p. 84). Ceci simplifie l'expression analytique de l'exposant  $n_s$ .

$$n_s = 1 - \frac{b_1 \lambda + b_2}{(0.8a_1 + b_1)\lambda + (0.8a_2 + b_2)}$$
 (C.4)

Le modèle que nous venons d'élaborer est quasiment linéaire en fonction du taux de dilution  $\lambda$  et de l'altitude h. Nous vous proposons alors d'élaborer un modèle encore plus simple en prenant l'équation d'un plan :  $Modèle\ Identifié\ de\ l'exposant\ n_i$ 

$$n_i = a\lambda + bh + c$$

Nous procéderons alors à l'identification des coefficients a,b et c sur notre modèle simple de  $n_s$  (Equation C.4, p. 246) ( $\varepsilon_c = 30$ : gros moteur civil moyen). Pour cela nous avons utilisé la fonction "Isquonlin" de MATLAB en utilisant un maillage en taux de dilution  $\lambda$  (de  $\lambda = 3$  à  $\lambda = 9$  par pas de 0.1) et en altitude h (de 0 à 11 km par pas de 100 m).

Remarque C.3 La pente en taux de dilution est alors sensiblement identique à celle du modèle graphique  $n_g: 3.51\ 10^{-2}$  au lieu de  $3.975\ 10^{-2}$ . Par contre, la pente en altitude est bien supérieure :  $-1.27\ 10^{-5}$  au lieu de  $-3.35\ 10^{-5}$ . La différence de constante est moins pononcée : 0.31 au lieu de 0.48.

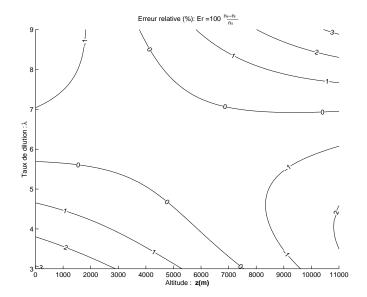


FIG. C.3 – Erreur relative moyenne (en %) d'estimation du modèle identifié de l'exposant  $n_i$  (Table C.1, p. 247) par rapport au modèle simple  $n_s$  (Equation C.4, p. 246)

## Modèle de l'exposant $n_i$ du modèle ESDU : $C_{SR} = k \sqrt{\theta} M^{n_i}$

$$n_i = 3.51 \, 10^{-2} \lambda - 1.27 \, 10^{-5} h + 0.31$$

Variables et Unités :

 $C_{SR}$ : Consommation spécifique Réacteur (kg/s)/N

M: Mach de vol k: Coefficient

 $n_i$ : Exposant du Mach du modèle ESDU de consommation

spécifique (Equation 2.6, p. 20)

 $\theta$ : Rapport de température en vol et au sol  $\theta = \frac{T}{T_0}$ 

 $\lambda$ : Taux de dilution :  $\lambda \ge 3$ 

h: Altitude de vol :  $h < 11 \, km$ 

**Mode d'obtention :** Identifié sur le modèle Simple de l'exposant  $n_s$  (Equation C.3, p. 244) (ce dernier étant élaboré à l'aide de notre modèle Simple de consommation spécifique  $C_{SR}$  (Table 2.14, p. 84) et des propriétés du modèle ESDU (Equation C.1, p. 243)).

**Précision :** De l'ordre de 1% (Figure C.3, p. 247) par rapport au modèle Simple de l'exposant  $n_s$  (Equation C.4, p. 246).

**Domaine de définition :** Gros moteurs civils : taux de dilution  $\lambda > 3$ . En croisière à un Mach de vol  $M \approx 0.8$  et une altitude  $h < 11 \, km$ 

TAB. C.1 – Modèle de l'exposant n du modèle de consommation spécifique ESDU (Equation 2.6, p. 20)

## Annexe D

## Poussée maximale $F_{max}$

# D.1 Erreur relative entre simulation Onéra et notre modèle

Nous vous exposons ici, les confrontations de notre modèle avec les simulations de nos "Faux moteurs".

# **Loi de Fmax(M,z)/Fmax(0.05,0)**: $T_a$ =1400 K et $\Delta T_a$ =0 K

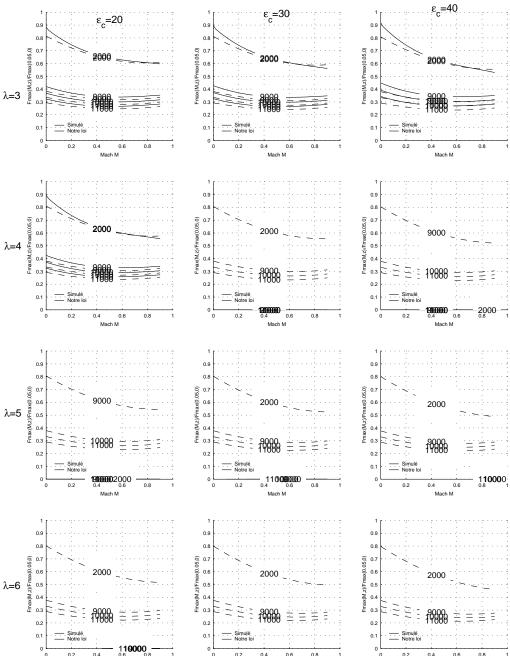
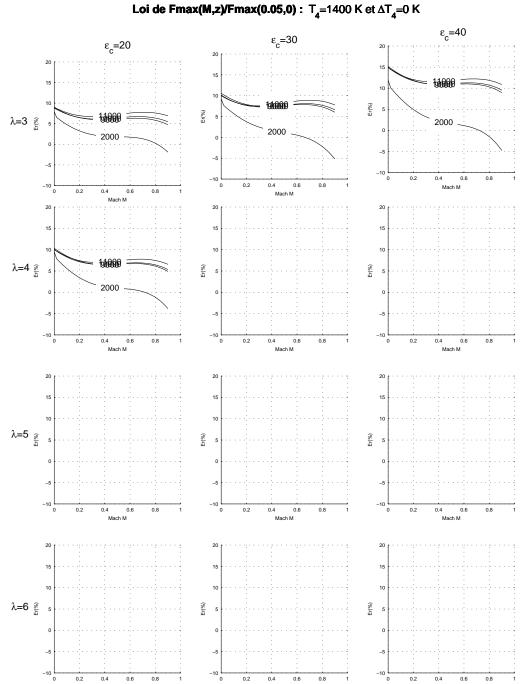


Fig. D.1 – Poussée Maximale  $F_{max}$  simulée par le modèle Onéra (en trait plein) et notre modèle (en pointillé).

2506 juillet 2006



# $\mathsf{Mach}\,\mathsf{M}$ $\mathsf{Mach}\,\mathsf{M}$ $\mathsf{Mach}\,\mathsf{M}$ $\mathsf{Mach}\,\mathsf{M}$ $\mathsf{FIG}.\,\,\mathsf{D}.2$ – Erreur relative de Poussée Maximale $F_{max}$ de notre modèle (en pointillé) par rapport

à celle simulée par le modèle Onéra (en trait plein).

#### **Loi de Fmax(M,z)/Fmax(0.05,0)** : $T_A$ =1400 K et $\Delta T_A$ =-100 K

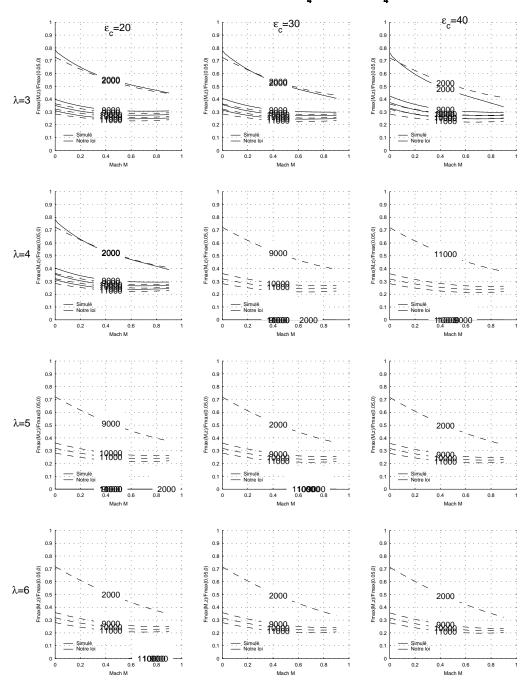


FIG. D.3 – Poussée Maximale  $F_{max}$  simulée par le modèle Onéra (en trait plein) et notre modèle (en pointillé).

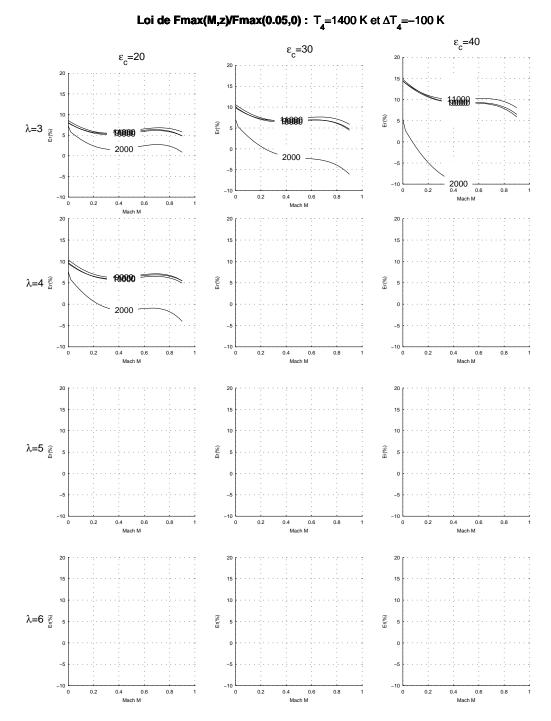


FIG. D.4 – Erreur relative de Poussée Maximale  $F_{max}$  de notre modèle (en pointillé) par rapport à celle simulée par le modèle Onéra (en trait plein).

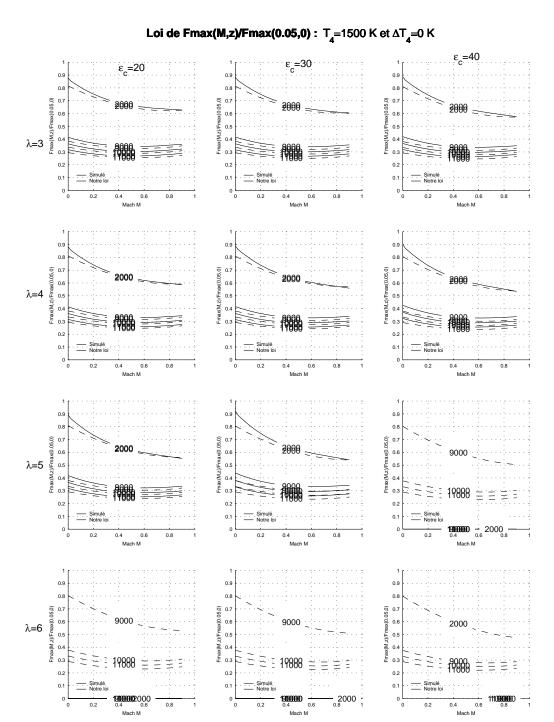


FIG. D.5 – Poussée Maximale  $F_{max}$  simulée par le modèle Onéra (en trait plein) et notre modèle (en pointillé).

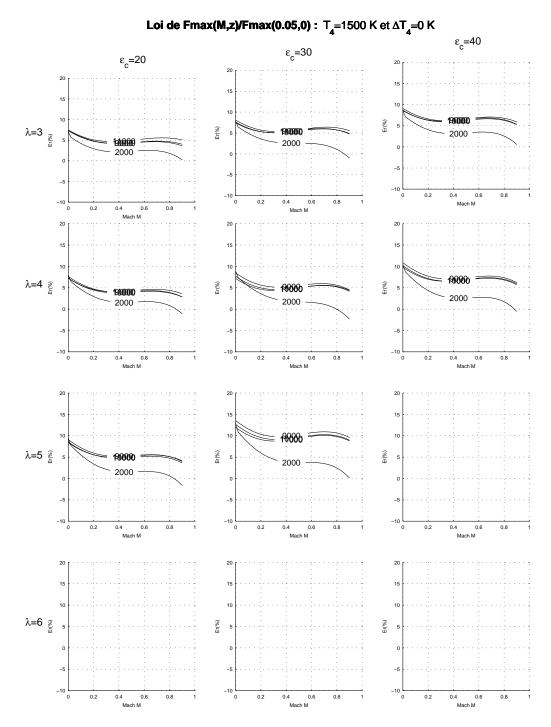


FIG. D.6 – Erreur relative de Poussée Maximale  $F_{max}$  de notre modèle (en pointillé) par rapport à celle simulée par le modèle Onéra (en trait plein).

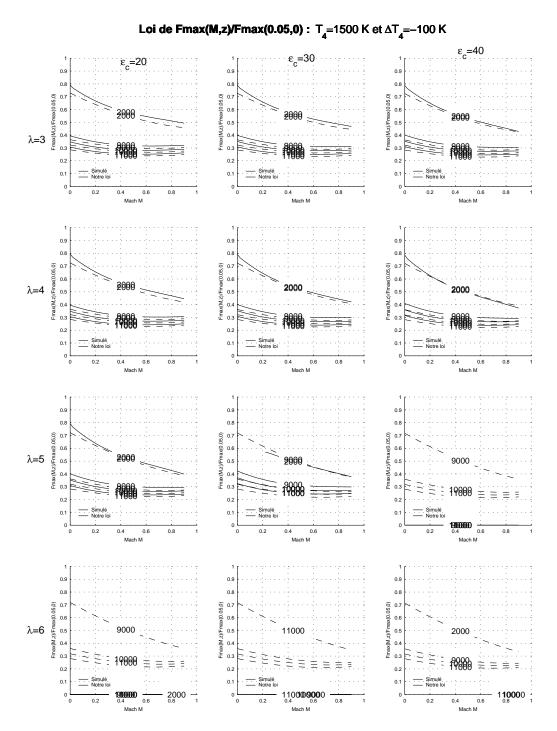


FIG. D.7 – Poussée Maximale  $F_{max}$  simulée par le modèle Onéra (en trait plein) et notre modèle (en pointillé).

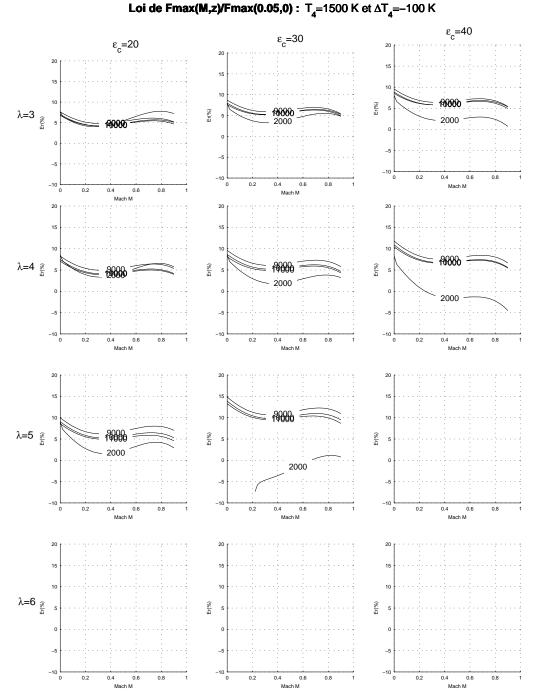


Fig. D.8 – Erreur relative de Poussée Maximale  $F_{max}$  de notre modèle (en pointillé) par rapport

à celle simulée par le modèle Onéra (en trait plein).

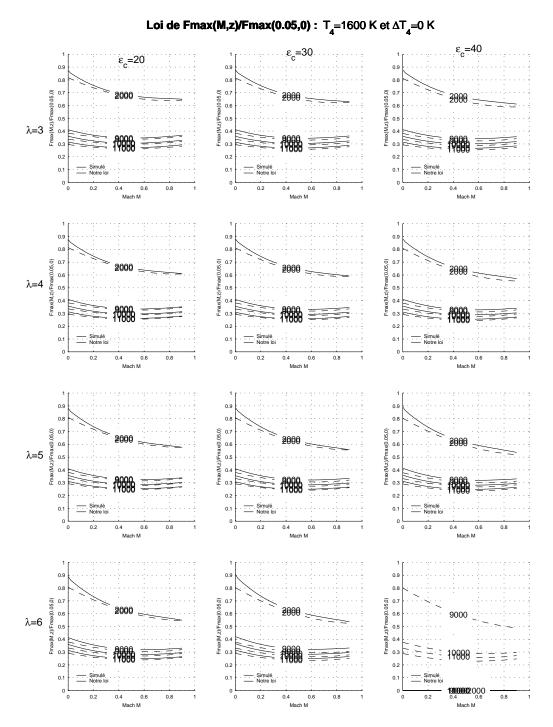


FIG. D.9 – Poussée Maximale  $F_{max}$  simulée par le modèle Onéra (en trait plein) et notre modèle (en pointillé).

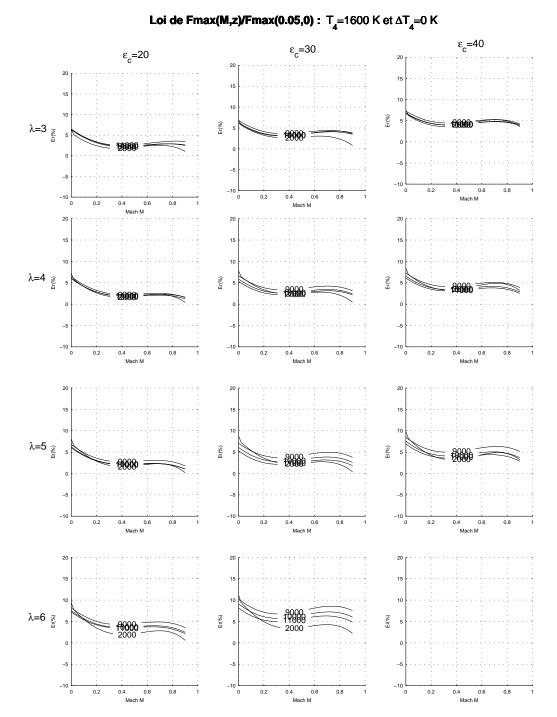


FIG. D.10 – Erreur relative de Poussée Maximale  $F_{max}$  de notre modèle (en pointillé) par rapport à celle simulée par le modèle Onéra (en trait plein).

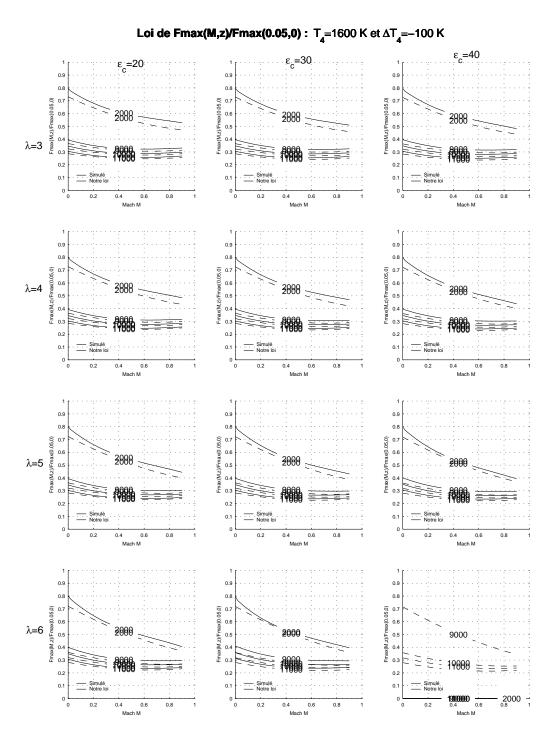


FIG. D.11 – Poussée Maximale  $F_{max}$  simulée par le modèle Onéra (en trait plein) et notre modèle (en pointillé).

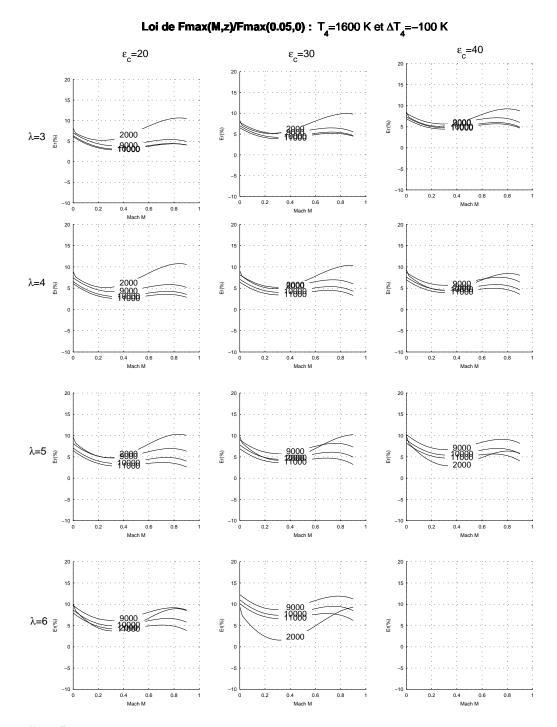


FIG. D.12 – Erreur relative de Poussée Maximale  $F_{max}$  de notre modèle (en pointillé) par rapport à celle simulée par le modèle Onéra (en trait plein).

### D.2 Erreur induite par le choix de M = 0.05

Nous avons vu qu'après 11 km, l'effet de Mach  $\frac{F_{max}(M,h)}{F_{max}(M=0,h)}$  devenait indépendant de l'altitude h (Remarque 3.2, p. 97) : c'est le "paquet de 11 km". Nous avions alors fait l'hypothèse qu'il en était de même pour la Loi de Mach  $\boxed{\mathbf{M}} = \frac{F_{max}(M,h,\Delta T_4)}{F_{max}(M=0.05,h,\Delta T_4)}$ . Nous avons testé l'erreur induite par cette hypothèse sur nos "Faux Moteurs simulés". Cette erreur reste de l'ordre du pour-cent. La figure (Figure D.13, p. 263) montre cette erreur pour l'un des moteurs simulés.

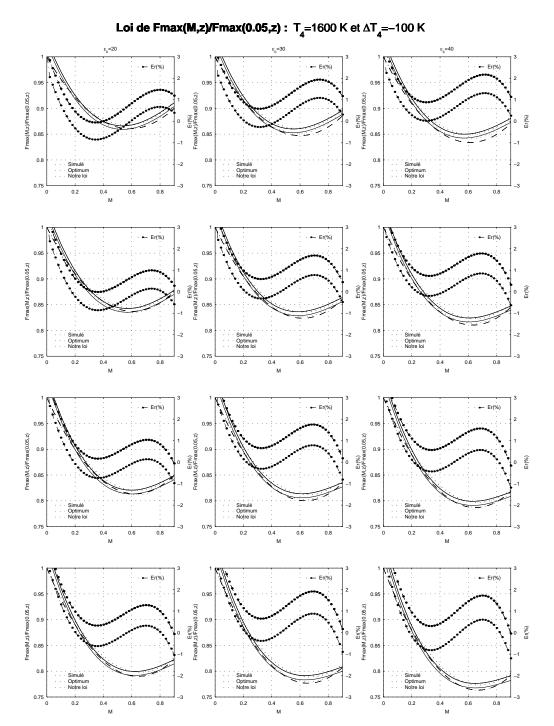


FIG. D.13 – Erreur relative induite par le choix d'adimensionner par  $F_{max}(M=0.05,h)$  au lieu de  $F_{max}(M=0,h)$  sur le "paquet de 11 km". L'erreur relative se lit sur l'axe de droite (courbe sous forme de points). La poussée relative se lit sur l'axe de gauche. Le trait plein représente la simulation Onéra. Notre modèle est en pointillé.

### D.3 Autre modèle de la Loi de Mach $h < 11 \, km$

Nous avons mis au point une Loi de Mach  $\boxed{\mathbf{M}}$  beaucoup plus simple qui ne tient compte que de la différence de température d'entrée turbine opérationnelle et conceptuelle  $\Delta T_4$  (paramètre le plus influent). Cette loi est donc moins précise que celle proposée dans le document principal : 5% par rapport à la poussée réduite simulée mais plus de 15% aux faibles altitudes pour le modèle total de poussée maximale!

Mais ce modèle est analytiquement beaucoup plus simple 8 coefficients au lieu de 40.

$$M_{s} = M_{s11km} + a(h - 11000)^{2} + b(h - 11000) \quad h \leq 11 \text{ km}$$

$$= M_{s11km} \qquad h \geq 11 \text{ km}$$

$$\overline{F_{m}} = \overline{F_{m11km}} + c(h - 11000)^{2} + d(h - 11000) \quad h \leq 11 \text{ km}$$

$$= \overline{F_{m11km}} \qquad h \geq 11 \text{ km}$$

Avec:

$$a = -6.4 \, 10^{-12} \Delta T_4 + 1.48 \, 10^{-9}$$

$$b = -1.47 \, 10^{-7} \Delta T_4 + 2.56 \, 10^{-5}$$

$$c = 3.22 \, 10^{-12} \Delta T_4 - 9.28 \, 10^{-10}$$

$$d = 7.37 \, 10^{-8} \Delta T_4 - 8.88 \, 10^{-6}$$

### **Loi de Fmax(M,z)/Fmax(0.05,0) :** $T_{\underline{A}}$ =1600 K et $\Delta T_{\underline{A}}$ =-100 K

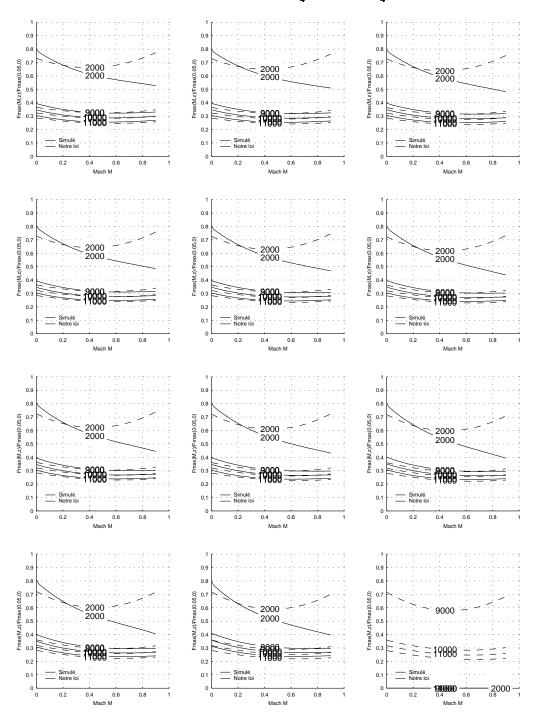


FIG. D.14 – Le modèle plus simple des coefficients  $M_s$  et  $\overline{F_m}$  induit une erreur relative plutôt mauvaise aux faibles altitudes sur le modèle total.

Avec les autres loi (Résidus  $\boxed{\mathbf{R}}$ , Altitude  $\boxed{\mathbf{H}}$ ) décrit dans le document principal, le modèle total donne les prédiction suivantes :

	Notre modèle								
Modèle	$\lambda$ $\varepsilon_c$ $T_4$ $F_0$ $h_{cr}$ $M_{cr}$ $F_{max}$								$Er_{\%}$
			(K)	(N)	(m)		(N)	(N)	(%)
CFM56 2A2	5.9	25.41	1628	106750	10668	0.8	25620	25517	0.4
CFM56 5C1	6	24.7	1543	97850	10668	0.8	22150	22545	-1.8
CFM56 5A1	6	26.5	1537	113150	10668	0.8	25500	25902	-1.6
CFM56 5C2	6.6	32.6	1633	138800	10668	0.8	30800	31883	-3.5

D	onnées	Moteur	s			N	otre Modèle
Modèle	λ	$F_{max}$	M	h	$F_{max}$	$Er_{\%}$	$F_{max}$ (réelle) $-F_{max}$ (calculée)
		$F_0$		m	$F_0$	%	F <sub>0</sub> %
SPEY 5118	0.64	0.18	0.75		0.18	3.18	0.59
				13106			
RB183 55515P	0.71	0.38	0.74	7620	0.4	-5.44	-2.05
JT8D 219	1.77	0.24	0.76	10668	0.25	-4.25	-1.03
TAY 611	3.04	0.18	0.8	10668	0.24	-32.78	-6.03
TAY 651	3.07	0.19	0.8	10668	0.24	-27.28	-5.22
FJ44	3.28	0.32	0.7	9144	0.3	5.37	1.7
BR710	4	0.23	0.8	10668	0.23	1.32	0.31
RB211 524H	4.3	0.19	0.85	10668	0.24	-21.59	-4.21
RB211 535E4	4.3	0.2	0.8	10668	0.23	-18.41	-3.63
PW305B	4.5	0.21	0.8	12192	0.18	14.88	3.14
V2533 A5	4.6	0.17	0.8	10668	0.22	-28.23	-4.9
PS 90A	4.6	0.22	0.8	11000	0.21	3.81	0.83
CF6 80A2	4.66	0.18	0.8	10668	0.22	-22.2	-4.09
BR715 55	4.7	0.22	0.8	10668	0.22	-0.89	-0.2
V2525 D5	4.8	0.23	0.8	10668	0.22	3.18	0.73
TRENT 772	4.89	0.16	0.82	10668	0.22	-35.51	-5.74
D 436T1	4.95	0.2	0.75	11000	0.22	-11.91	-2.34
V2522 A5	5	0.24	0.8	10668	0.22	5.26	1.24
CF6 80C2A5	5.05	0.18	0.8	10668	0.23	-26.6	-4.92
CF6 80C2B1F	5.15	0.22	0.8	10668	0.23	-5.94	-1.31
CFE738	5.3	0.22	0.8	12192	0.19	14.76	3.27
CF6 80C2B2	5.31	0.23	0.8	10668	0.23	-2.46	-0.56
V2500 A1	5.4	0.2	0.8	10668	0.23	-11.29	-2.29
D 18T	5.6	0.21	0.75	11000	0.22	-5.41	-1.12
ALF502R5	5.7	0.32	0.7	7620	0.34	-4.16	-1.34
TRENT 892	5.74	0.14	0.83	10668	0.21	-47.19	-6.72
CFM56 2A2	5.9	0.24	0.8	10668	0.23	3.38	0.81
CFM56 5A1	6	0.22	0.8	10668	0.23	-1.42	-0.32
PW2037	6	0.17	0.85	10668	0.22	-31.55	-5.36
CFM56 2B1	6	0.23	0.8	10668	0.23	0.11	0.02
CFM56 5C2	6.6	0.22	0.8	10668	0.22	-0.64	-0.14
MMAC	7.14	0.18	0.85	10668	0.21	-16.31	-2.99
Erreur re				%	13.02		2.47
Ě	cart ty	pe $\sigma$ (%)	)		15	5.2	2.7

TAB. D.1 – Confrontation des données de l'ensemble des moteurs de notre base de données (Appendix H, p. 275) aux estimations de poussées maximales  $F_{max}$  en croisière de notre Modèle.

Nous obtenons une précision du même ordre de grandeur que notre modèle (du document principal).

- 12 moteurs sur 32 ont leur erreur relative comprise entre + ou 5%.
- 17 moteurs sur 32 ont leur erreur relative comprise entre + ou 10%.
- 21 moteurs sur 32 ont leur erreur relative comprise entre + ou 15%.

Donc pour les performances de croisière, ce modèle plus simple analytiquement, donne des prédictions pas trop mauvaises par rapport à notre modèle (du document principal) mais risque d'être très mauvais pour les performances au décollage.

## Annexe E

# Masses avions

Nous cherchons quelle est l'altitude de croisière à considérer pour la conception de l'avion, afin d'obtenir des performances optimales (c'est-à-dire , la plus grande distance franchissable). Or cette distance  $D_{RM}$  dépend du taux de carburant  $\omega_m$ , c'est-à-dire la proportion de masse de carburant emportée par rapport à la masse totale de l'avion  $\omega_m = \frac{M_{Fuel}}{M_{MTOW}}$ . Il faut alors déterminer la masse de carburant  $M_{Fuel}$ :

$$M_{MTOW} = M_{ZFW} + M_{Fuel}$$
$$= M_{OWE} + M_{P/L} + M_{Fuel}$$

Ceci revient à chercher la masse à vide  $M_{OWE}$  puisque la masse totale  $M_{MTOW}$  et la charge utile  $M_{P/L}$  sont données par le cahier des charges. En somme, un équilibre doit s'établir entre la masse à vide  $M_{OWE}$  et la masse de Fuel  $M_{Fuel}$ . Plus on consacre de masse à la structure  $(M_{OWE})$ , moins on peut emporter de carburant, et inversement. Cette masse à vide dépend de l'altitude de croisière. En effet, plus l'avion est conçu pour voler haut, plus la voilure a une surface importante et plus les moteurs adoptés sont importants (Nous avons vu (Section I, p. 17), que la poussée décroît avec l'altitude). Ainsi, concevoir un avion effectuant sa croisière à une altitude haute est pénalisant d'un point de vue des masses  $(M_{OWE}$  importante donc moins de carburant). La masse à vide  $M_{OWE}$  peut s'évaluer par la simple expression suivante :

$$M_{OWE} = M_F + M_m + M_W \tag{E.1}$$

- $M_m$  Masse des moteurs comprenant la masse brute des moteurs ainsi que leur nacelle et équipements électriques et hydrauliques.
- $M_W$  Masse de la voilure comprenant les longerons, la peau, les gouvernes (volets, spoilers, aérofreins, ...), winglets, airbrakers, ...
- $M_F$  Masse du fuselage. Nous désignons ici la masse des autres éléments. C'est-à-dire la masse du fuselage proprement dit, l'empennage, la dérive, le train d'atterrissage.

 $<sup>^1\</sup>mathrm{Ceci}$  se montre facilement par l'équation de sustentation [Boi98].  $M_{MTOW}=0.7PM^2Cz_{opt}S.$  Tout avion doit respecter cet équilibre. Or la pression P diminue avec l'altitude (Appendix F.1, p. 269). Pour un Mach M de croisière et une incidence optimale donnée  $Cz_{opt}$  plus l'avion est conçu pour voler haut, plus sa surface voilure S est importante.



Fig. E.1 – fuselage, voilure et moteurs

Remarque E.1 Le fait de considérer la masse de l'empennage comme connue (comprise dans la masse du fuselage  $M_F$ ) peut paraître curieux puisque nous allons modifier la voilure. Nous aurions pu considérer sa surface comme proportionnelle à celle de la voilure pour ensuite effectuer son devis de masse (l'empennage comportant des éléments différents de la voilure, il faudrait alors créer un modèle de masse qui lui soit propre) En réalité, l'empennage est plus souvent dimensionné par rapport à des contraintes de basses vitesses plutôt que pour des critères de croisière. Nous considérerons alors que sa masse est fixée.

Remarque E.2 Le train d'atterrissage doit être capable de supporter le choc de l'atterrissage de la masse totale de l'avion. Or nous travaillons à masse maximale  $M_{MTOW}$  donnée. Il n'est donc pas absurde de considérer comme connue, la masse du train d'atterrissage. M.Torenbeek ([Tor86]) évalue cette masse de 3 à 5 % de la  $M_{MTOW}$ . Nous prenons donc cette donnée dans la masse du fuselage  $M_F$ .

Pour les avions de transport civils, la masse moteurs est de l'ordre de 11 % de  $M_{OWE}$ , la voilure quant à elle est de l'ordre de 23 % de  $M_{OWE}$ .

Modèle	$M_{MTOW}$	$M_{OWE}$	$M_m$	$M_W$	$M_F$
A340	$275\ 000\ kg$	$129\ 000\ kg$	$4(3\ 103\ kg)$	$36\ 180\ kg$	$80\ 410\ kg$
		100 %	10 %	28 %	62 %
A330	$230\ 000\ kg$	$120\ 500\ kg$	$2(5\ 838\ kg)$	$35\ 660\ kg$	$73\ 163\ kg$
		100 %	10 %	29 %	61 %
A300-600	$165\ 000\ kg$	$90\ 100\ kg$	$2(4\ 972\ kg)$	$20\ 870\ kg$	$59\ 286\ kg$
		100 %	11 %	23 %	66 %
A310	$150\ 000\ kg$	$80\ 800\ kg$	$2(4\ 624\ kg)$	$18\ 500\ kg$	$53\ 051\ kg$
		100 %	11 %	23 %	66 %
A320-100	$73\ 500\ kg$	$41\ 000\ kg$	$2(2\ 645\ kg)$	8~620~kg	$27\ 089\ kg$
		100 %	13 %	21 %	66 %

TAB. E.1 – Répartition de la masse à vide :  $M_{OWE} = M_F + M_m + M_W$ . Données établies à l'aide de notre banque de données moteurs (Appendix H, p. 275), du site Internet d'Airbus Industrie [htta] et du rapport ONERA [PDM00]

L'avantage d'une telle expression (Equation E.1, p. 267) de la masse à vide  $M_{OWE}$  est bien entendu sa simplicité. La masse du fuselage étant donnée<sup>2</sup>, il suffit alors d'évaluer la masse de la voilure et des moteurs.

Remarque E.3 Il est à noter que le choix de moteurs et voilure, peuvent modifier certains équipements (comme les mats des moteurs, l'huile moteur, les commandes, ...). Pour en tenir compte, il est possible d'effectuer un devis de masse statistique complet de la masse à vide  $M_{OWE}$ . C'est ce que font les industriels en phase d'avant-projet. Des modèles de devis de masse statistique sont proposés dans [Dup92] et [Lec02].

 $<sup>^2</sup>$ Le cahier des charges spécifie que l'on désire emmener un nombre  $N_{PAX}$  de passagers et une masse de fret donnés. Ces contraintes imposent un certain volume et masse du fuselage. Nous considérerons alors, pour notre étude, que la masse fuselage  $M_F$  est donnée.

## Annexe F

## Modèle de l'environnement

### F.1 Modèle de l'atmosphère standard

En admettant que dans la troposphère (entre 0 et  $11~\rm km$  d'altitude) la température varie de façon linéaire avec l'altitude h :

$$T(h) = T_0 + a_h h$$

avec  $a_h=$ cte. En considérant des molécules d'air, nous avons :

$$\rho g - gradP = 0 - \rho g = \frac{dP}{dh}$$

En assimilant l'air à un gaz parfait, nous pouvons écrire :

$$PV = n_{air}RT$$

$$P\frac{m_{air}}{\rho} = n_{air}RT$$

$$P\frac{m_{air}}{n_{air}} = \rho RT$$

$$P\mathcal{M}_{air} = \rho RT$$

$$\rho = \frac{\mathcal{M}_{air}P}{RT}$$

$$\frac{\partial P}{\partial h} = -\frac{\mathcal{M}_{air}P}{RT}g$$
$$= -\frac{\mathcal{M}_{air}P}{R(T_0 + a_h h)}g$$

Supposons que la pression ne dépend que de l'altitude : P = P(h).

$$\frac{dP}{P} = -\frac{\mathcal{M}_{air}g}{R(T_0 + a_h h)}dh$$

$$\ln P = -\frac{\mathcal{M}_{air}g}{Ra_h}\ln(T_0 + a_h h) + cte$$

Appliquons les conditions aux limites. À h=0, P=Psol et  $T=T_0$ , nous pouvons écrire que :  $\ln P_0=-\frac{\mathcal{M}_{air}g}{Ra_h}\ln T_0+cte$ . Alors :

$$\ln \frac{P}{P_0} = -\frac{\mathcal{M}_{air}g}{Ra_h} \ln \frac{T_0 + a_h h}{T_0}$$

$$\frac{P}{P_0} = (\frac{T_0 + a_h h}{T_0})^{-\frac{\mathcal{M}_{air}g}{Ra_h}}$$

Or nous avions,  $\rho = \frac{\mathcal{M}_{air}P}{RT}$ , alors :  $\rho = \frac{\mathcal{M}_{air}P_0}{R(T_0 + a_h h)} (\frac{T_0 + a_h h}{T_0})^{-\frac{\mathcal{M}_{air}g}{Ra_h}}$ . Finalement :

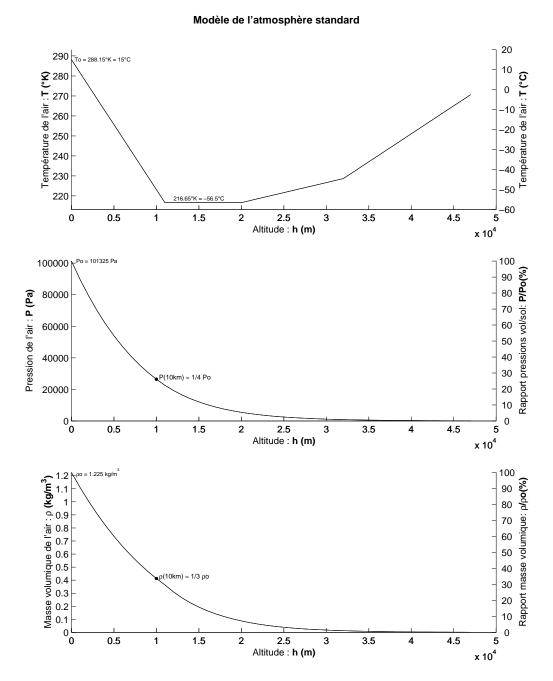
$$\rho = \frac{\mathcal{M}_{air} P_0}{R} T_0^{\frac{\mathcal{M}_{air} g}{R a_h}} (T_0 + a_h h)^{-(1 + \frac{\mathcal{M}_{air} g}{R a_h})}$$

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{a_h}{T_0} h\right)^{-\left(1 + \frac{\mathcal{M}_{air}g}{Ra_h}\right)}$$

En prenant

- $-T_0 = 15^{\circ}C = 288.15K$
- $-P_0 = 101325Pa$
- $-g = 9.80m.s^{-2}$
- gradient vertical de température :  $a_h = -6.5K.km^{-1}$
- $-R = 8.31451K^{-1}.mol^{-1}$
- $-\mathcal{M}_{air} = 28.96g.mol^{-1}$

Si on se place à des altitudes plus hautes que la troposphère (jusqu'à 11 km), la température est toujours modélisée par une fonction linéaire mais son gradient prend alors d'autres valeurs. Jusqu'à 20 km elle ne varie plus puis augmente avec un gradient de  $1.10^{-3}$  jusqu'à 32 km puis de  $2.810^{-3}$  de 32 à 47 km. Par le même type de calculs effectués précédemment, les paramètres de l'atmosphère sont ainsi modélisés (cf (Figure F.1)).



 $Fig. \ F.1-\textit{\'E}volution des paramètres de l'atmosphère avec l'altitude selon le modèle de l'atmosphère standard$ 

#### **F.2** Modèle de la vitesse du son

La vitesse du son est donnée par :

$$a = \sqrt{\gamma rT}$$

- Vitesse du son m/sa
- Constante des gaz parfaits  $\gamma=1.4$ Constante  $r=\frac{R}{\mathcal{M}_{air}}=287.1\,J/kg/K$ Constante de Joules  $R=8.31451\,K^{-1}.mol^{-1}$ r
- $J/kg/K \\ K^{-1}.mol^{-1}$ R
- Masse molaire de l'air  $\mathcal{M}_{air} = 28.96 \, g.mol^{-1}$  $\mathcal{M}_{air}$

#### Nombre de Reynolds Re F.3

Le nombre de Reynolds est défini par :

$$Re = \frac{V l}{\nu}$$

La viscosité cinématique  $\nu$  est définie par :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

Et la viscosité  $\mu$  est donnée par la loi de Sutherland :

$$\mu = 1.4 \, 10^{-6} \frac{T^{3/2}}{T + 110.4}$$

Nombre de Reynolds Re

- V ${\bf Vitesse}$ m/slLongueur de référence m
  - $m^2/s$ Viscosité cinématique
- Viscosité kg/(m/s) $\mu$
- $kg/m^3$ Masse volumique de l'air
- TTemperature de l'air K

6 juillet 2006 272

## Annexe G

# Plafond opérationnel

En croisière, les moteurs d'un avion délivrent une poussée F qui est inférieure à la poussée maximale qu'ils peuvent fournir. On dit que l'avion est au plafond opérationnel lorsque en palier, il est capable, si besoin est, de monter à une vitesse  $V_z \approx 500~ft$  min en mettant plein gaz :  $F_{max}$ . Nous allons exposer ici ce que cela représente vis-à-vis de la poussée de croisière<sup>1</sup>. Soit un avion en vol longitudinal. Nous avons la relation entre la pente  $\gamma$ , la vitesse de montée  $V_z$  et la vitesse de l'avion V suivante :

$$\gamma = \frac{V_z}{V} = \frac{V_z}{M \, a}$$

En montée, la poussée des moteurs  $F_m$  doit, contrer la traînée  $T_m$  et permettre de monter avec une pente  $\gamma_m$ :

$$F_m - T_m = m g \gamma = m g \frac{V_z}{M a}$$

En palier, la poussée  $F_p$  contre alors la traînée  $T_p: F_p - T_p = 0$ . La pente  $\gamma_p$  est alors nulle.

En plafond opérationnel, cette montée se ferait à la poussée maximale des moteurs :  $F_m = F_{max}$  et l'avion doit pouvoir monter à la vitesse de montée minimale  $V_{zmini}$ . Ainsi :  $F_{max} - T_m = m g \frac{V_{zmini}}{M a}$ .

Ce qui correspond à un vol en palier  $F_p < F_{max}$ :

$$\begin{array}{rcl} F_{max} - F_p & = & m \, g \, \frac{V_{zmini}}{M \, a} \\ \frac{F_{max} - F_p}{F_p} & = & \frac{m \, g}{F_p} \, \frac{V_{zmini}}{M \, a} \\ \frac{F_{max}}{F_p} - 1 & = & \frac{f}{M \, a} \, V_{zmini} \\ \frac{F_{max}}{F_p} & = & \frac{f}{M \, a} \, V_{zmini} + 1 \end{array}$$

Finalement:

$$F_p = \frac{1}{1 + \frac{f \, V_{z_{mini}}}{M \, a}}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Vous pourrez retrouver l'établissement des équations qui suivent dans [Boi98].

Si nous considérons une finesse f de 15, un Mach de croisière de M=0.8 et une vitesse du son  $a=300\,m/s$ , nous avons :

Vitesse de montée	Poussée réduite de croisière
minimale	(en plafond opérationnel)
$V_{zmini} (ft/min)$	$\frac{F_p}{F_{max}}$
100	0.97
300	0.91
500	0.86
550	0.85

Donc, au plafond opérationnel, nous avons donc une poussée moteur F inférieure à la poussée maximale. Ainsi, en croisière nous considérons que la poussée des moteurs F est de l'ordre de 85% de la poussée maximale  $F_{max}$ .

## Annexe H

## Données moteurs

Vous trouverez ci-dessous les données des 54 moteurs qui nous ont servi pour l'optimisation de nos modèles. Cette Banque de données a été constituée à l'aide de [Wee98], [JSR99], [Rid97], [httb], [httc], [httc], [httd], [TF97]. Les "NaN" désignent des données dont nous ne disposions pas. Cette banque de données comporte des moteurs divers, ayant des poussées au point fixe allant de  $F_0=8452\,N$  à 406123 N. Ces moteurs sont implantés sur tout type d'avions : avion de ligne, Jet privé, gros porteurs militaire, avion de chasse, . . .

Plusieurs moteurs sont assez modernes mais certains ont une année de mise en service qui peut aller jusqu'à 1968 pour SPEY 5118. Les taux de dilution  $\lambda$  vont de 0.64 à 8.4 avec la plupart des gros moteurs civils à  $\lambda \approx 5$ .

REMARQUE H.1 Pour obtenir une masse moteur avionné  $M_m$ , nous avons multiplié par 1.2 la masse brute  $M_m^*$ . Ceci revient à considérer que la nacelle et les équipements (hydraulique, électriques, ...) nécessaires à l'implantation du moteur sur l'avion, représentent près de 20% de la masse brute du moteur (Remarque 4.1, p. 124).

REMARQUE H.2 La poussée au sol et à l'arrêt  $F_0$  du MMACest estimée [htte] entre 69 000 lbf et 84 000 lbf. Nous avons décidé de considérer une poussée moyenne de 76 500 lbf soit 340 289 N.

Remarque H.3 Il faut se méfier des moteurs récents. Leur masse  $M_m$ , comparée à leur poussée  $F_0$  peut être plus importante par rapport aux autres moteurs. En effet, en cours de développement, il arrive que la poussée nominale  $F_0$  augmente sans modifier sensiblement les masses. Ainsi, le rapport poussée moteur  $F_0$ , masse  $M_m$  devient avec le temps, bien meilleur par rapport aux données annoncées à la sortie des premiers prototypes. Cela explique en partie, pourquoi les MMAC, PW 4168 et GE90 85B semblent se démarquer des autres moteurs.

Modèle	С	$F_0$	$M_m^*$	λ	$T_4$	1 6	L	D	année	I
Moteur		(N)	(kg)	^	(K)	$\varepsilon_c$	(m)	(m)	annee	1
FJ44	5	8452	202	3.28	NaN	12.8	1.06	0.53	1992	0
JT15D	4	13545	287	3.3	1288.15	13	1.55	0.69	1983	0
TFE731 5	12	20000	401	3.15	1378.15	19.4	1.39	0.76	NaN	0
PW305B	4	23424	450	4.5	NaN	23	2.08	1.11	1990	0
CFE738	8	26325	601	5.3	1643.15	23	2.51	1.22	1992	0
ALF502R5	6	31004	606	5.7	NaN	12.2	1.62	1.27	1982	0
LF507	6	31138	628	5.6	NaN	13.8	1.62	1.27	1991	0
AE3007	7	31805	717	NaN	NaN	24	2.71	1.11	NaN	0
CF34 3A/3B	3	41013	757	NaN	1204	21	2.62	1.25	1996	0
RB183 55515P	5	44037	1037	0.71	NaN	15.5	52.46	0.94	1969	0
SPEY 5118	5	50710	1126	0.64	NaN	18.4	2.78	0.83	1968	0
TAY 611	5	61608	1339	3.04	NaN	15.8	2.59	1.52	1988	0
BR710	9	66034	1597	4	NaN	25.7	2.21	1	1996	0
RB183 TAY650	5	67150	1515	3.1	1370.15	16.4	2.4	1.14	NaN	0
TAY 651	5	68503	1533	3.07	NaN	16.6	2.59	1.52	1992	1
D 436T1	11	75019	1450	4.95	1550.15	25.2	3.03	1.37	1996	0
BR715 55	9	88444	2062	4.7	NaN	32.1	2.59	1.53	NaN	1
JT8D 217	4	90000	2037	1.73	1407.15	18.8	4.28	1.25	NaN	1
CFM56 7B20	1	91633	2374	NaN	NaN	NaN	2.5	1.65	1997	1
JT8D 219	4	96526	2048	1.77	NaN	19.2	3.92	1.43	1986	1
V2522 A5	2	97861	2382	5	NaN	24.9	3.2	1.68	1993	1
CFM56 2B1	1	97900	2119	6	1560.15	23.7	2.43	1.74	NaN	0
CFM56 3C1	1	104533	1951	6	1646.15	25.7	2.36	1.6	1986	1
D30KU II	10	106090	2318	2.42	NaN	NaN	5.2	1.46	1982	0
CFM56 2A2	1	106757	2186	5.9	1628	25.4	2.43	1.73	NaN	1
V2500 A1	2	111206	2363	5.4	1537.15	29.4	3.2	1.68	1989	1
V2525 D5	2	111206	2382	4.8	NaN	27.7	3.2	1.68	1994	1
CFM56 5A1	1	113500	2204	6	1600	26.5	2.51	1.83	1987	1
CFM56 5C2	1	138785	2585	6.6	1633	31.5	2.62	1.95	1994	1
V2533 A5	2	146791	2372	4.6	NaN	33.4	3.2	1.68	1994	1
PS90	13	156800	2950	4.4	1640.15	35	4.96	1.9	NaN	0
PS90 Soloviev	14	156800	3250	4.6	1606.15	NaN	2.8	1.9	NaN	0
PS 90A	10	156911	2950	4.6	NaN	35.5	4.96	1.9	1992	0
PW2037	4	170144	3248	6	1554.15	31.8	3.73	2.15	1983	1
NK93	15	176000	3650	NaN	1520.15	28.9	5.5	2.9	NaN	0
RB211 535E4	5	191718	3295	4.3	1500.15	25.8	3	1.88	1984	1
D 18T	11	229795	4100	5.6	1600.15	25	5.4	2.33	1982	0
PW4152	4	231308	4264	4.85	NaN	27.5	3.88	2.48	1986	1
PW4052	4	232197	4264	4.85	NaN	27.5	3.88	2.48	1986	1
CF6 80C2B2	3	233532	4263	5.31	1608.15	27.1	4.27	2.69	1986	1
PW4056	4	252437	4264	4.85	NaN	29.7	3.88	2.48	1987	1
CF6 80C2B1F	3	257997	4309	5.15	1608.15	29.9	4.27	2.69	NaN	1
PW4358	4	258000	4173	5.2	1538.15	29.6	3.37	2.38	NaN	1
CF6 80A2	3	266893	3854	4.66	NaN	27.3	3.98	2.49	1981	1
RB211 524H	5	269562	4386		1548.15	33	3.18		1989	1
CF6 80C2A5 CF6 80E1A2	3	272676 300255	4144 4865	5.05 5.3	1608.15 NaN	31.5 32.4	4.27	2.69	1987 Na N	1
PW4168	4	300255	4865 6509	5.3	NaN NaN	32.4		2.79	NaN 1993	1
	4 5	302479	4785			_	4.14 3.91		1993	
TRENT 772 MMAC	5 5	340289	4785 7977	4.89 7.1	NaN NaN	36.84 41	5.64	2.47	2004	1
PW4084	3 4	340289	6214	6.41	NaN	36.3	4.87	2.79	1994	1
GE90 85B	3	400340	7550	8.4	NaN	39.3	5.18	3.4	1994	1
TRENT 892	5 5	406123	5957	5.74	NaN	39.3 42.7	4.37	2.79	NaN	1
117DN 1 092	J	400123	0907	0.74	INGIN	42.1	4.37	4.19	indin	1

Tab. H.1 – Banque de données moteurs constituée à l'aide de [Wee98], [JSR99], [httb], [htte], [httc], [httd], [TF97].

SupAéro-Onéra Insa

C : Code constructeur (Table H.3, p. 277)	
$F_0$ : Poussée au sol et à l'arrêt	(N)
$M_m^*$ : Masse moteur brut (non avionné)	(kg)
$\lambda$ : Taux de dilution	
$T_4$ : Température d'entrée turbine	(K)
$\varepsilon_c$ : Rapport de pression entrée/sortie du compresseur	
L : Longueur d'entrée de la tuyère	(m)
D : Diamètre d'entrée de la tuyère	(m)
année : année de mise en service du moteur	
T 1 1 1 1 1 1 1 1 A 1 I D 1 A 1 D 1 D	1

: 1 si implanté sur un avion de ligne de type Airbus, Boeing, McDouglas

: 0 sinon

TAB. H.2 - Nomenclature des données moteurs (Table H.1, p. 276)

$\mathbf{C}: \mathbf{Constructeur}$	C : Constructeur
1 : CFM Internationnal	9 : BMW
2: IAE	10 : AVIA
3 : General Electric	11 : ZMKB
4 : Pratt & Whitney (P & W)	12 : ASE
5 : Rolls-Royce	13 : PERM
6 : Alliedsig	14 : SOLOVIEV
7 : Allison	15 : TRUD
8 : CFE	

Tab. H.3 – C : Code Constructeur

Modèle	$F_0$	λ	$T_4$	$\varepsilon_c$	Année	Implanté sur :
Moteur	(N)		(K)			
TAY 651	68503	3.07	1450	16.6	1992	F100, B727-100
BR715 55	88444	4.7	1450	32.1	NaN	MD95
JT8D 217	90000	1.73	1407	18.8	NaN	MD-80
CFM56 7B20	91633	NaN	1450	NaN	1997	B737-600/700
JT8D 219	96526	1.77	1450	19.2	1986	MD-80
V2522 A5	97861	5	1450	24.9	1993	MD90-10/30, A319
CFM56 3C1	104533	6	1646	25.7	1986	B737-400/500
CFM56 2A2	106757	5.9	1628	25.4	$_{ m NaN}$	
V2500 A1	111206	5.4	1537	29.4	1989	A320, A319
V2525 D5	111206	4.8	1450	27.7	1994	MD90-30/30ER
CFM56 5A1	113500	6	1600	26.5	1987	A320
CFM56 5C2	138785	6.6	1633	31.5	1994	A340
V2533 A5	146791	4.6	1450	33.4	1994	A321-200
PW2037	170144	6	1554	31.8	1983	B757-200, C-17
RB211 535E4	191718	4.3	1500	25.8	1984	B757-200, Tu-204
PW4152	231308	4.85	1450	27.5	1986	A310
PW4052	232197	4.85	1450	27.5	1986	B767-200 et 200ER
CF6 80C2B2	233532	5.31	1608	27.1	1986	B767-200ER
PW4056	252437	4.85	1450	29.7	1987	B747-400, B767-300ER
TRENT 556	255773	7.32	1581	35.59	NaN	A340
CF6 80C2B1F	257997	5.15	1608	29.9	NaN	B747-400
PW4358	258000	5.2	1538	29.6	NaN	A300-600R
CF6 80A2	266893	4.66	1450	27.3	1981	A310-200, B767-200
RB211 524H	269562	4.3	1548	33	1989	B747-400, B767-300
CF6 80C2A5	272676	5.05	1608	31.5	1987	A300-600R
CF6 80E1A2	300255	5.3	1450	32.4	NaN	A330
PW4168	302479	5.1	1450	32	1993	A330
TRENT 772	316269	4.89	1450	36.84	1995	A330
MMAC	340289	7.14	1593	41	2004	Avion moderne de transport civils
PW4084	373651	6.41	1450	36.3	1994	B777
GE90 85B	400340	8.4	1450	39.3	1995	B777-200/300
TRENT 892	406123	5.74	1450	42.7	NaN	B777

Tab. H.4 – Banque de données de gros moteurs civils (moteurs implantés sur les avions de type Airbus, Boeing, Mac Donnell Douglas), constituée à l'aide de [Wee98], [JSR99], [httb], [htte], [httc], [httd], [Rid97], [TF97].

Modèle	$F_0$	λ	$T_4$	$\varepsilon_c$	Année	ée   Implanté sur :		
Moteur	(N)		(K)	- 0				
FJ44	8452	3.28	1450	12.8	1992	CitationJet, SJ30		
JT15D	13545	3.3	1288	13	1983	Citation Beech		
TFE731 5	20000	3.15	1378	19.4	NaN	BAe 125-800, CASA 101		
PW305B	23424	4.5	1450	23	1990	BAe 1000		
CFE738	26325	5.3	1643	23	1992	Falcon 2000		
ALF502R5	31004	5.7	1450	12.2	1982	BA146-100 et 200		
LF507	31138	5.6	1450	13.8	1991	BA146-300, Avro RJ		
TAY 611	61608	3.04	1450	15.8	1988	F100.70, Gulfst.V		
BR710	66034	4	1450	25.7	1996	Gulfst.V, Global Express		
RB183 TAY650	67150	3.1	1370	16.4	NaN	Fokker100, Gulfstream IV		
TAY 651	68503	3.07	1450	16.6	1992	F100, B727-100		
D 436T1	75019	4.95	1550	25.2	1996	Tu-334-1, AN-72,74		
BR715 55	88444	4.7	1450	32.1	NaN	MD95		
V2522 A5	97861	5	1450	24.9	1993	MD90-10/30, A319		
CFM56 2B1	97900	6	1560	23.7	NaN	KC135		
CFM56 3C1	104533	6	1646	25.7	1986	B737-400/500		
CFM56 2A2	106757	5.9	1628	25.4	NaN			
V2500 A1	111206	5.4	1537	29.4	1989	A320, A319		
V2525 D5	111206	4.8	1450	27.7	1994	MD90-30/30ER		
CFM56 5A1	113500	6	1600	26.5	1987	A320		
CFM56 5C2	138785	6.6	1633	31.5	1994	A340		
V2533 A5	146791	4.6	1450	33.4	1994	A321-200		
PS90	156800	4.4	1640	35	NaN	Il96, Tu-204		
PS90 Soloviev	156800	4.6	1606	NaN	NaN	Il96-300, Tu-204		
PS 90A	156911	4.6	1450	35.5	1992	Il-96,76, Tu-204		
PW2037	170144	6	1554	31.8	1983	B757-200, C-17		
RB211 535E4	191718	4.3	1500	25.8	1984	B757-200, Tu-204		
D 18T	229795	5.6	1600	25	1982	AN-124, AN-225		
PW4152	231308	4.85	1450	27.5	1986	A310		
PW4052	232197	4.85	1450	27.5	1986	B767-200 et 200ER		
CF6 80C2B2	233532	5.31	1608	27.1	1986	B767-200ER		
PW4056	252437	4.85	1450	29.7	1987	B747-400, B767-300ER		
TRENT 556	255773	7.32	1581	35.59	NaN	A340		
CF6 80C2B1F	257997	5.15	1608	29.9	NaN	B747-400		
PW4358	258000	5.2	1538	29.6	NaN	A300-600R		
CF6 80A2	266893	4.66	1450	27.3	1981	A310-200, B767-200		
RB211 524H	269562	4.3	1548	33	1989	B747-400, B767-300		
CF6 80C2A5	272676	5.05	1608	31.5	1987	A300-600R		
CF6 80E1A2	300255	5.3	1450	32.4	NaN	A330		
PW4168	302479	5.1	1450	32	1993	A330		
TRENT 772	316269	4.89	1450	36.84	1995	A330		
MMAC	340289	7.14	1593	41	2004	Avion moderne de transport civils		
PW4084	373651	6.41	1450	36.3	1994	B777		
GE90 85B	400340	8.4	1450	39.3	1995	B777-200/300		
TRENT 892	406123	5.74	1450	42.7	NaN	B777		

TAB. H.5 – Banque de données moteurs ayant un taux de dilution  $\lambda \geq 3$ , constituée à l'aide de [Wee98], [JSR99], [httb], [httc], [httc], [httd], [Rid97], [TF97].

Modèle	$F_0$	λ	$T_4$	$\varepsilon_c$	Année	Implanté sur :
Moteur	(N)		(K)			
RB183 55515P	44037	0.71	1450	15.5	1969	F28 Mk4000
SPEY 5118	50710	0.64	1450	18.4	1968	Gulfst. II et III
JT8D 217	90000	1.73	1407	18.8	NaN	MD-80
JT8D 219	96526	1.77	1450	19.2	1986	MD-80
D30KU II	106090	2.42	1450	NaN	1982	Tu-154M, Il-62,96

Tab. H.6 – Banque de données moteurs ayant un taux de dilution  $\lambda < 3$ , constituée à l'aide de [Wee98], [JSR99], [httb], [httc], [httc], [httd], [Rid97], [TF97].

# Bibliographie

- [AJ96] Michael F. Ashby et David R.H. Jones. *Matériaux : Propriété et applications*, volume 1, chapter L'aube d'une turbine : Une étude de cas de conception contrôlée par la résistance en fluage, pages 169–178. DUNOD, Paris, 1996. ISBN : 2-10-003106-6.
- [Bir00] Dr N T Birch. 2020 Vision: The prospects for large civil aircraft propulsion. ICAS 2000 Congress, 2000. ISBN: 2-09-194017-8, ISSN: 0765-5142.
- [Boi98] Jean-Luc Boiffier. The Dynamics of Flight: The Equations. Wiley, Juillet 1998. ISBN: 0-471-94237-5.
- [Boi01] Jean-Luc Boiffier. *Dynamique du Vol de l'avion*. Version 7.1. Notes de cours. SUPAÉRO, Septembre 2001.
- [Bov03] Laurent Bovet. Optimisation conceptuelle de la croisière : application aux avions civils. Thèse de doctorat, Université de Marseille, Octobre 2003.
- [BV99] Jean-Luc Boiffier et Pierre Vacher. Document d'usage interne. ONÉRA, 1999. RT 1/7601.27 DCSD.
- [Car94] Alain Carrère. Éléments de Propulsion, chapter Étude des différents types d'entrée d'air subsoniques et supersoniques, page 257. SUPAÉRO, 1994.
- [CB00] Alain Carrère et R. Barènes. Notes de cours de majeure de dynamique du vol de 1ère année : Modélisation des Efforts de Propulsion. Sup Aéro, 1999-2000.
- [DD02] Arnaud D'Andréa et Guillaume Denis. Performances analytiques d'un planeurremorqueur. ONÉRA-SUPAÉRO, 2002. Projet d'Initiation à la Recherche.
- [dl99] École de l'Air. *Mission de supériorité aérienne*. École de l'Air, 1999. DIST/DVA.
- [Dup92] W.P Dupont. Avant projet d'un avion de transport commercial. Aérospatiale-SUPAÉRO A/DET/AP, 1992.
- [ESD82] ESDU. Approximate methods for estimation of cruise range and endurance: aeroplanes with turbo-jet and turbo-fan engines, volume 8 Performances. ESDU, May 1982. 73019. ISBN: 0-85679-043-5.
- [GR70] Robert P. Gerend et John P. Roundhill. Correlation of Gas Turbine Engine Weights and Dimensions. AIAA 6th Propulsion Joint Specialist Conference, June 1970. AIAA Paper No. 70-669.
- [htta] http://www.airbus.com. Airbus Industrie.
- [httb] http://www.cfm56.com. CFM56 de General Electric.
- [httc] http://www.geae.com. General Electric Aircraft Engines.
- [httd] http://www.pratt-whitney.com. Pratt & Whitney.

- [htte] http://www.Rolls-Royce.com. Rolls-Royce.
- [JSR99] Lloyd R. Jenkinson, Paul Simpkin, et Darren Rhodes. Civil Jet Aircraft Design. Elsevier Sciences & Technology, Butterworth-Heinemann, http://books.elsevier.com/companions/034074152X/appendices/data-a/default.htm, 1999.
- [Lam90] Roger Lamouline. *La pratique du Turbofan*. Lavoisier : Technique et documentation & TEKNEA, 1990. Lavoisier : ISBN : 2-85206-654-8 ou TEKNEA : ISBN : 2-87717-013-6.
- [Lec02] Frédéric Leclerc. *Notes de Cours de Structures*. Airbus France-SupAéro, Mars 2002. version 3. Majeure de Dynamique du Vol.
- [Mat96] Jack D. Mattingly. *Elements of Gas Turbine Propulsion*. McGraw-Hill International Editions, 1996. ISBN: 0-07-114521-4.
- [MHD87] Jack D. Mattingly, William H. Heiser, et Daniel H. Daley. *Aircraft Engine Design*. AIAA Education series, 1987. ISBN: 0-930403-23-1.

[ONE]

- [PDM00] B. Paluch, F. Descatoire, et F. Morel. *Module d'évaluation du devis de masse COMPACT*. ONÉRA-DCSD, mai 2000. Rapport Technique : RT 3/7998.24 AER 00640.01F DCSD.
- [PSE00] P.Prévost, S.Esparza, et E.Labarrère. PFR HALERTE: Propulsion des drones par moteurs à pistons turbocompressés et turboréacteurs, Refroidissement des systèmes moteurs et charges utiles. Onéra, Décembre 2000. Rapport Technique: RT 02/03628 DPRS/DMAE (AER 03628 06F DMAE).
- [Ray99] Daniel P. Raymer. Aircraft Design: A conceptual Approach. AIAA Education Series, third edition, 1999. ISBN: 1-56347-281-3.
- [Rid97] Guy-Louis Rideau. Memento Moteur. Snecma W/TXP, Avril 1997. 43.7990.
- [Ros85] Jan Roskam. Airplane Design: Component Weight Estimation. The University of Kansas. Lawrence, Kansas, 1985.
- [Rui96] G. J. J. Ruijgrok. *Element of Airplane Performance*. Delft University Press, 1996. ISBN: 90-6275-608-5.
- [Sne80] Snecma. Pour mieux connaître le Turboréacteur. Snecma, 2, bvd Victor, 75724 Paris Cedex 15, 1980.
- [Taq] Gilles Taquin. Aérospatiale.
- [TF97] Clément Toussaint et Guy Frager. Adaptation du cycle d'un turboréacteur en vol sonique. Onéra, Septembre 1997. Rapport Technique : RT 135/7103 DEFAN Département Énergétique Fondamentale et Appliquée.
- [Tor68] Egbert Torenbeek. The Propulsion of Aircraft with Laminar Flow Control. TU-Delft-The Netherlands, November 1968. Report VTH-150 (680646).
- [Tor73] Egbert Torenbeek. Analytical Method for Computing Turbo-Engine Performance at design and Off-Design Conditions. TU-Delft-The Netherlands, 1973. Memorandum M-188.
- [Tor86] Egbert Torenbeek. Synthesis of Subsonic Airplane Design. Delft University Press, Martinus Nijhoff Publishers, 1986. ISBN: 90-247-2724-3.
- [Wan84] Jean-Claude Wanner. Dynamique du vol et pilotage des avions. SUPAÉRO, 1984. Notes de cours.
- [Wee98] Aviation Week. Aerospace Source Book. Aviation Week & Space Technology, January 12 1998. Vol.148 No.2.